

DS. DE PHYSIQUE N°5 - MPI

Durée : 3h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions. Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

Attention ! il faudra choisir entre le problème 1A très facile (CCINP TSI) et le problème 1B plus difficile mais très abordable (CCS = Concours Centrale Supélec TSI), puis entre le problème 3A très facile (E3A MPI) et le problème 3B plus difficile mais très abordable (CCS MP),

PROBLEME N°1 A : ROBOT PERSEVERANCE SUR MARS (CCINP TSI)

Au cours du siècle dernier, de très nombreux auteurs de science-fiction ont écrit autour de l'exploration de la planète Mars et de ce que nous pourrions y découvrir. C'est certainement un jour au cours de ce siècle que l'homme foulera le sol martien comme Neil Armstrong l'a fait pour la Lune le 21 juillet 1969. Dans l'attente de ce grand jour, ce sont des robots qui nous précèdent.

Lancé depuis la Terre le 30 juillet 2020 grâce à un lanceur Atlas V, le rover Perseverance a atterri sur la planète Mars le 18 février 2021. Le site d'atterrissage, le cratère Jezero, est une zone présentant une grande diversité géologique et ayant abrité un lac il y a environ 3,6 milliards d'années. Un des enjeux de cette mission est le prélèvement d'échantillons destinés à être analysés sur Terre afin de détecter d'éventuelles traces d'une vie passée.

Dans les questions suivantes, nous allons étudier la transmission d'information directe entre le rover sur Mars et la Terre.

Q1. Mars s'éloigne de la Terre à la distance maximale d'environ 300 millions de km. Estimer la durée τ nécessaire à un signal radio pour parcourir cette distance. Conclure.

Nous pouvons nous demander pourquoi ne pas avoir installé de caméra HD sur le rover. Une image 4K de taille 4 096 x 2 160 pixels (que l'on pourra approximer à 4 000 x 2 000 pixels) est codée sur 32 bits par pixel et le débit moyen utilisé pour la transmission est de 0,25 Mcoctet·s⁻¹.

Q2. Calculer le poids d'une image 4K en Mo (on prendra 1 Mo = 10⁶ octets).

Q3. Calculer la durée nécessaire pour obtenir une vidéo de 1 seconde avec une cadence de 24 images par seconde envoyée depuis Mars vers la Terre. Commenter.

On considère la propagation des ondes radio entre Mars et la Terre, dans le vide interstellaire. Une onde électromagnétique est caractérisée par un vecteur propagation \vec{k} , un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} .

Q4. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charge et courant.

Q5. Retrouver l'équation de propagation :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Q6. Donner l'autre nom de cette équation. Citer précisément un exemple d'ondes autres qu'électromagnétiques suivant cette même équation de propagation.

Le champ électrique exprimé dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, s'écrit : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{u}_x$

Q7. Retrouver la relation de dispersion $k = \omega/c$. Préciser l'expression de la célérité c de l'onde en fonction de μ_0 et ε_0 .

Q8. Cette onde est-elle progressive ? Justifier. Donner, le cas échéant, la direction et le sens de propagation de cette onde.

Q9. Écrire l'expression du vecteur \vec{k} en fonction de la longueur d'onde λ et des vecteurs de la base.

Q10. Cette onde est-elle plane ? Justifier.

Q11. Quel est le type de polarisation ? Préciser son éventuelle direction.

Q12. À partir d'une équation de Maxwell, démontrer que \vec{k} , \vec{E} et \vec{B} forment un trièdre droit direct.

Q13. Retrouver l'expression du champ magnétique $\vec{B} = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t - ky) \vec{u}_z$.

Q14. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$, après avoir rappelé sa signification et l'unité de sa norme.

La puissance de l'antenne émettrice du rover est $P_e = 10 \text{ W}$. Le gain G_e de cette antenne est 1 000, tout comme le gain G_r à la réception. Le rapport entre puissance reçue P_r et puissance émise P_e est donné par :

$$\frac{P_r}{P_e} = \frac{S_r}{S} G_e \quad (1)$$

avec $S = 4\pi d^2$ et $S_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$, d étant la distance Terre-Mars prise égale à 56 millions de km et λ étant la longueur d'onde d'émission de l'antenne émettant à 8,0 GHz.

Q15. Justifier que la puissance reçue décroît en $1/d^2$ dans l'expression (1).

Q16. Déterminer l'ordre de grandeur de la puissance P_r reçue par l'antenne terrestre. Commenter.

PROBLEME N°1B : OLEODUC BAKOU-TBILISSI ET RISQUE SISMIQUE (CCS TSI)

L'oléoduc Bakou-Tbilissi-Ceyhan (parfois abrégé en oléoduc BTC), ouvert en 2005, transporte sur 1776 km le pétrole brut du champ pétrolifère d'Azeri-Chirag-Guneshli sur la mer Caspienne jusqu'à la mer Méditerranée (figure 1). Sa longueur est de 440 km en Azerbaïdjan, de 260 km en Géorgie et enfin de 1076 km en Turquie.

L'oléoduc tire son nom de la traversée de Bakou, capitale de l'Azerbaïdjan, de Tbilissi, capitale de la Géorgie, et de Ceyhan, port du sud-est de la côte méditerranéenne turque. C'est le deuxième plus long oléoduc du monde après l'oléoduc Droujba qui relie la Russie à l'Europe centrale. Il est parallèle au gazoduc Bakou-Tbilissi-Erzurum.



Figure 1 Tracé de l'oléoduc BTC

La construction de l'oléoduc BTC a été l'un des plus importants projets de génie civil du début du xxi^e siècle, et certainement un des plus importants jamais conduits dans la partie orientale de l'Asie depuis la chute de l'Union soviétique. Sa construction a nécessité l'assemblage de 150 000 sections de tube de 12 m de long, correspondant à une masse de 594 000 tonnes. Il est prévu pour transporter un million de barils par jour.

Son architecture comprend 8 stations de pompage, deux stations intermédiaires de relai et 101 postes de vannes d'arrêt. Le diamètre du tube est de 1070 mm sur sa plus grande longueur, se réduisant à 865 mm à l'approche de Ceyhan.

Le 10 mai 2006, du pétrole fut injecté, côté Bakou, dans l'oléoduc. Il parvint à Ceyhan le 28 mai 2006.

Le tracé de l'oléoduc emprunte trois failles actives en Azerbaïdjan, quatre en Géorgie et sept en Turquie. Les ingénieurs du projet ont dû donc équiper l'oléoduc de nombreuses solutions techniques afin de réduire sa vulnérabilité face aux déplacements de la croûte terrestre.

On s'intéresse dans cette partie à la propagation d'une onde mécanique longitudinale dans l'oléoduc. Chaque tronçon de l'oléoduc est modélisé par un point matériel de masse m , lié à ses voisins par des ressorts de même constante de raideur K (figure 6). À l'équilibre, les tronçons sont équidistants d'une distance a égale à la longueur à vide des ressorts. Chaque tronçon est repéré par un entier n . Lorsqu'une onde se propage, on note $x_n(t)$ le déplacement algébrique par rapport à l'équilibre du tronçon numéro n .

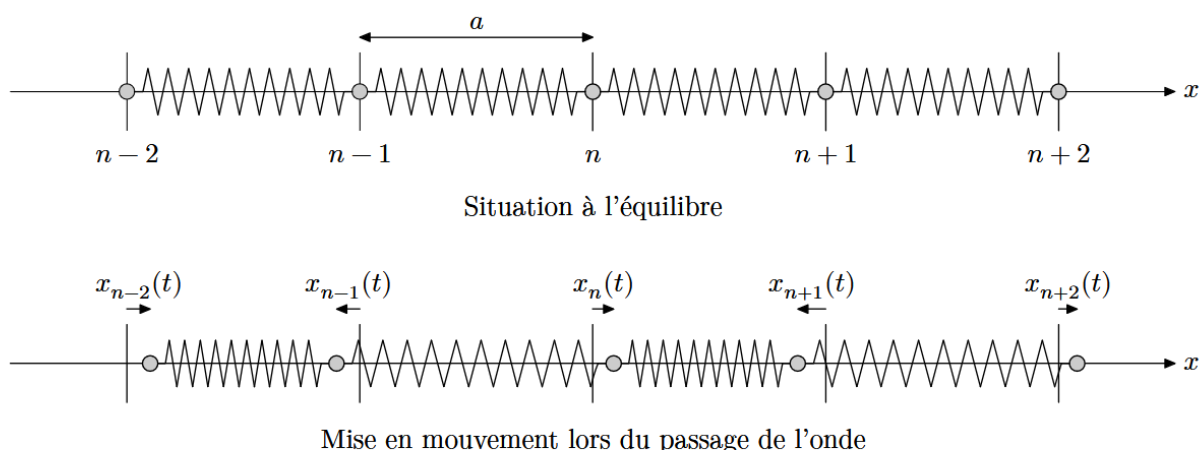


Figure 6 Représentation de la chaîne d'oscillateurs

Les frottements sont négligés dans cette étude. Le poids des tronçons est supposé compensé par une force de réaction verticale.

Q 24. En appliquant la seconde loi de Newton au tronçon numéro n , établir l'équation

$$\ddot{x}_n(t) = \Gamma(x_{n+1}(t) + x_{n-1}(t) - 2x_n(t)) \quad (\text{II.1})$$

et donner l'expression de Γ en fonction de K et m .

On s'intéresse à des ondes associées à des déplacements de la forme

$$x_n(t) = X_0 \cos(\omega t - kna)$$

avec X_0 , ω et k des constantes positives.

Q 25. Que représentent physiquement les constantes X_0 , ω et k ?

Q 26. En utilisant la notation complexe, montrer que la relation entre ω et k s'écrit

$$\omega^2 = 4\Gamma \sin^2(ka/2).$$

Cette relation est appelée relation de dispersion.

On suppose que la distance a entre deux tronçons consécutifs est très inférieure à la longueur d'onde λ de l'onde mécanique qui se propage : $ka \ll 1$.

Q 27. Montrer que la relation de dispersion se simplifie et en déduire que la célérité c de l'onde s'écrit

$$c = \sqrt{\Gamma} a.$$

On cherche à estimer la valeur de la constante de raideur K . Chaque tronçon de l'oléoduc est constitué par un cylindre creux possédant une certaine élasticité. La loi de Hooke exprime, dans le domaine d'élasticité d'un matériau, la force de traction T nécessaire pour allonger de ΔL une barre du matériau de section S et de longueur au repos L (figure 7). Elle s'écrit

$$T = ES \frac{\Delta L}{L}.$$

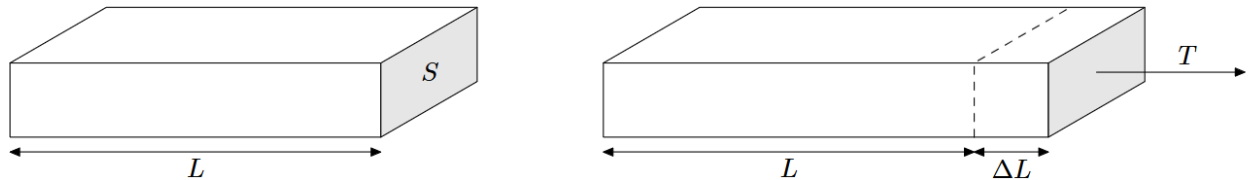


Figure 7 Loi de Hooke

Q 28. En utilisant la loi de Hooke et les données du préambule, estimer la valeur numérique de la constante de raideur K .

On fixe pour la suite les valeurs suivantes : $a = 12$ m, $K = 7 \times 10^8$ N·m⁻¹ et $m = 4$ tonnes.

Q 29. Calculer la valeur numérique de c .

Afin de vérifier les résultats précédents, on simule informatiquement la propagation de l'onde. On utilise un modèle discret comprenant $N = 100$ tronçons de masse m reliés par des ressorts de raideur K . Le premier et le dernier tronçon sont maintenus fixes, les autres sont libres de se déplacer le long d'un axe horizontal. À l'instant initial tous les tronçons sont au repos et le premier tronçon est brusquement déplacé de 5 cm. Il est ensuite maintenu dans cet état ($x_0(t \geq 0) = 0,05$ m).

On obtient les résultats graphiques représentés figure 8 pour les déplacements de l'ensemble de la chaîne de tronçons à différents instants ainsi que le déplacement du vingtième tronçon au cours du temps (figure 9).

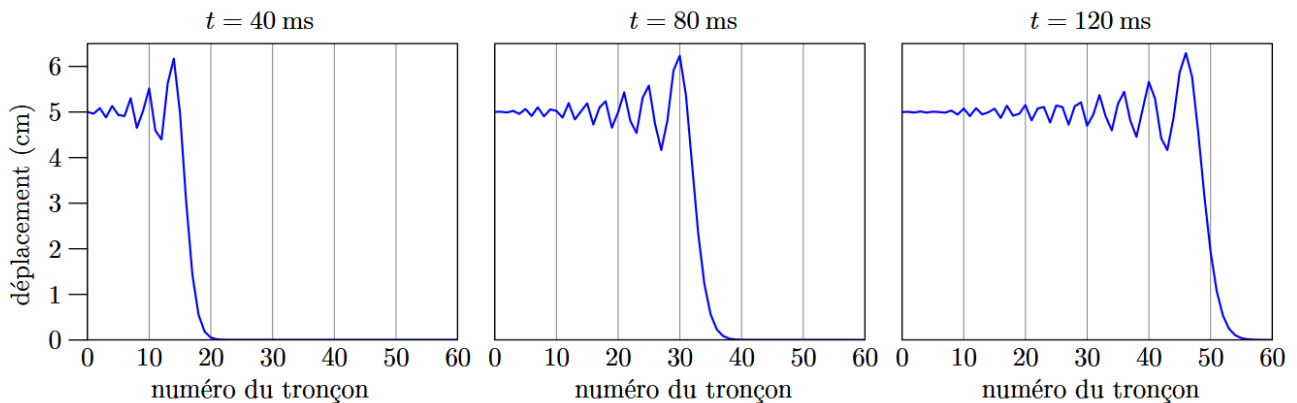


Figure 8 Déplacements des tronçons à différents instants t

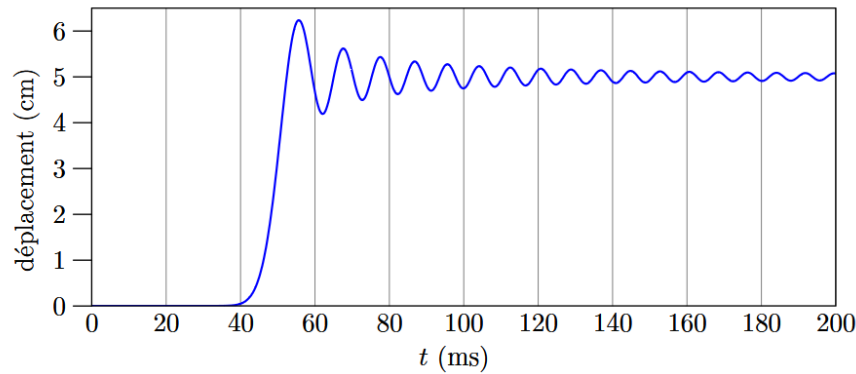


Figure 9 Déplacement du tronçon n°20

Q 30. Déterminer par lecture graphique les valeurs de la vitesse c de l'onde, de sa longueur d'onde λ et de la période T des oscillations d'un tronçon.

Q 31. Commenter ces résultats.

Données

Contenance d'un baril de pétrole normalisé	1 baril = 159 L
Masse volumique du pétrole	$\rho_p = 800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Viscosité du pétrole	$\eta = 0,2 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Module de Young de l'acier	$E = 200 \text{ GPa}$
Masse volumique de l'acier	$\rho_a = 8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Masse volumique du sol	$\rho_s = 2800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre	$g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Constante gravitationnelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$

PROBLEME N°2 : DELOCALISER LES CENTRES DE DONNEES, UNE SOLUTION D'AVENIR ?

Un centre de données — data center en anglais — est un lieu regroupant des installations informatiques chargées de stocker et de distribuer des données (data). Ces dernières années, l'expansion des services en ligne a entraîné une croissance exponentielle du nombre de centres de données. Afin de lutter contre les cyberattaques, mais surtout de profiter d'un refroidissement optimal et « gratuit », une start-up californienne projette de stocker des données dans des satellites en orbite à basse altitude autour de la Terre. Le projet prévoit la mise en orbite de 10 satellites en tout.

Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

I. De la difficulté d'une communication directe

Chaque satellite est assimilé à un point matériel M de masse $m_s = 4 \text{ t}$, en orbite circulaire à l'altitude $h = 650 \text{ km}$ autour de la Terre de centre O , de rayon R_T et de masse M_T . On suppose que la Terre est un astre présentant une répartition de masse à symétrie sphérique de centre O . Les frottements sont négligés ; seule la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite est à prendre en compte.

L'étude est réalisée dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_g , de repère associé $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, supposé galiléen. L'axe (Oz) est défini de sorte que la trajectoire du satellite considéré soit contenue dans le plan $z = 0$. L'ensemble des grandeurs vectorielles seront exprimées dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ associée à ce plan (figure 5).

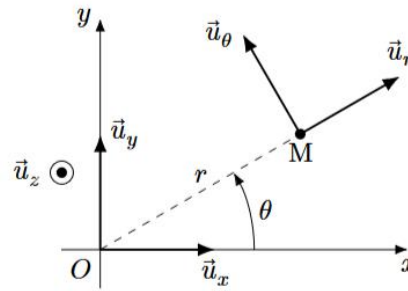


Figure 5

- Q 12.** Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- Q 13.** Déterminer l'expression de la vitesse orbitale du satellite v_0 sur son orbite circulaire en fonction de la constante de gravitation universelle G et des paramètres M_T , R_T et h .
- Q 14.** Évaluer numériquement la vitesse v_0 , ainsi que la période de révolution T_0 correspondante. Pour appréhender la difficulté à communiquer avec les satellites de basse altitude directement depuis la surface de la Terre, on peut se référer à un article publié sur le site Internet du journal Le Monde le 13 janvier 2017, intitulé « Comment communique-t-on en direct avec l'ISS ? ». Dans cet article, publié lors du premier séjour de l'astronaute Thomas Pesquet à bord de la Station Spatiale Internationale (ISS), on peut lire l'extrait suivant.

« La Station Spatiale Internationale (ISS) étant sur une orbite basse, elle survole la surface terrestre d'assez près (environ 400 kilomètres). À cette altitude, la vitesse orbitale est très rapide (environ 27 500 km/h, soit 7,6 km par seconde), rendant toute communication radio directe avec le sol impossible à établir plus d'une minute. La communication avec l'ISS passe donc par des satellites relais positionnés très haut, sur une orbite dite « géostationnaire », à 36 000 kilomètres d'altitude, qui permet aux satellites qui y sont de rester au-dessus d'un point de la surface terrestre de façon fixe. [...] Ces satellites servent de relais de communication aussi bien pour des équipages humains que pour de nombreux satellites placés sur une orbite basse qui ont également besoin de communiquer avec les équipes au sol. »

- Q 15.** Discuter quantitativement l'affirmation selon laquelle « la vitesse orbitale [rend] toute communication radio directe avec le sol impossible à établir plus d'une minute ».

II. Communication avec des satellites relais

Vis-à-vis de la propagation des ondes électromagnétiques, les premières couches de l'atmosphère peuvent être assimilées au vide. À partir de 80 km d'altitude, dans l'ionosphère, il y a présence d'un gaz ionisé, très dilué, appelé plasma. Le vide et le plasma ont pour permittivité diélectrique ϵ_0 et pour perméabilité magnétique μ_0 .

II.B.1) Propagation dans le vide

L'onde de communication envoyée depuis la surface de la Terre vers le satellite est supposée plane, progressive selon l'axe (Ox) et harmonique de pulsation ω et de vecteur d'onde $k\vec{u}_x$. En notation complexe, son champ électrique s'écrit

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{u}_y$$

où $i^2 = -1$ et E_0 est un nombre qui peut être supposé réel grâce à un choix judicieux de l'origine des temps.

- Q 16.** Rappeler les équations de Maxwell dans le vide et établir l'équation de propagation du champ électrique dans le vide, en l'absence de charge et de courant.
- Q 17.** Établir la relation de dispersion de l'onde de champ électrique complexe $\vec{E}(M, t)$ dans le vide. Le vide est-il un milieu dispersif ?
- Q 18.** Déterminer, en notation complexe, le champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ associé au champ électrique $\vec{E}(M, t)$.

II.B.2) Propagation dans le plasma

L'onde de communication doit ensuite traverser l'ionosphère. Le plasma ionosphérique se caractérise par une densité volumique d'électrons libres n_e de charge $-e$, de masse m_e , et une densité volumique de cations $n_c = n_e$ de charge $+e$, de masse m_c ; l'ensemble est donc localement neutre. L'onde étudiée est maintenant notée

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{u}_y$$

où on pose $\underline{k} = k' + ik''$. On considère que n_e , n_e , E_0 , ω , k' et k'' sont réels, uniformes et constants. De plus, on s'intéresse uniquement à la situation où $k' \geq 0$ et $k'' \leq 0$.

Dans le plasma, les électrons et les ions sont soumis à la force de Lorentz due aux champs électrique et magnétique de l'onde. On négligera toute autre action et on supposera, en outre, que les particules possèdent des vitesses très petites devant c .

Q 19. En admettant que le rapport des amplitudes du champ électrique et du champ magnétique dans le plasma soit assimilable à celui dans le vide, montrer que les effets de la partie magnétique de la force de Lorentz sont négligeables devant ceux de la partie électrique.

Q 20. En admettant que l'accélération d'un électron du plasma soit donnée par $\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t}$, déterminer l'expression du vecteur vitesse complexe \vec{v}_e d'un électron, positionné en M à l'instant t , en fonction de m_e , e , ω et $\vec{E}(M, t)$. De la même façon, donner l'expression du vecteur vitesse \vec{v}_c d'un cation. Que peut-on dire de $\|\vec{v}_c\|$ par rapport à $\|\vec{v}_e\|$?

Q 21. Justifier qu'il existe dans le plasma une densité de courant $\vec{j}(M, t)$. En déduire, en utilisant les résultats précédents, que l'expression de la conductivité complexe du plasma notée $\underline{\gamma}$ s'écrit de façon approchée

$$\underline{\gamma} \simeq -i \frac{n_e e^2}{m_e \omega}$$

Q 22. Calculer la puissance volumique moyenne fournie par le champ électromagnétique aux électrons libres. Commenter.

Q 23. Établir l'équation de propagation du champ $\vec{E}(M, t)$ dans le plasma.

Q 24. En déduire l'expression de \underline{k}^2 dans le plasma. Mettre en évidence une pulsation caractéristique, dite pulsation plasma, notée ω_p dont on fournira l'expression en fonction des grandeurs utiles parmi c , e , ε_0 , m_e et n_e .

On suppose dans un premier temps $\omega < \omega_p$.

Q 25. Expliciter l'expression de \underline{k} et en déduire les expressions des champs réels $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$. On fera apparaître une épaisseur caractéristique δ_p que l'on définira et que l'on exprimera en fonction de ω , ω_p et c .

Q 26. Représenter l'évolution spatiale à un instant quelconque des profils des champs électrique et magnétique de l'onde et décrire leur évolution temporelle.

Q 27. Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting associé à cette onde. Caractériser l'onde obtenue. On suppose désormais que $\omega > \omega_p$.

Q 28. De la même façon que pour le premier cas, expliciter l'expression de \underline{k} . En déduire les expressions des champs réels $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$, puis établir l'expression de la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

Q 29. Déterminer l'expression de la vitesse de phase v_φ ainsi que celle de la vitesse de groupe v_g en fonction de ω_p , ω et c . Tracer v_g et v_φ en fonction de ω . Le milieu est-il dispersif ? Comparer ces vitesses à c et commenter.

En réalité, la densité électronique n_e dans l'ionosphère varie dans le temps et en fonction de l'altitude. La figure 6 présente son évolution.

Q 30. Calculer la valeur numérique de la fréquence minimale que doit posséder l'onde pour atteindre un satellite relais géostationnaire à partir de la surface de la Terre. À quel domaine du spectre électromagnétique appartient cette fréquence ?

Données

Constante de la gravitation universelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Masse de la Terre	$M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Rayon moyen de la Terre	$R_T = 6,40 \times 10^6 \text{ m}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masse du proton	$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday	$\mathcal{F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$

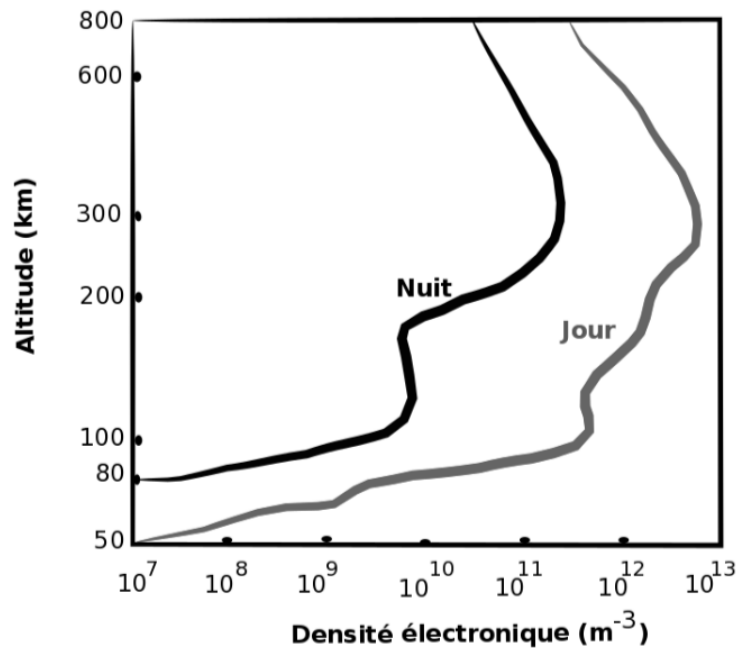


Figure 6 Évolution de la densité électronique dans l'ionosphère en fonction de l'altitude (d'après Culture Sciences - Physique, ENS Lyon)

PROBLEME N° 3 A (TRES FACILE – E3A MPI) : PILES CADMIUM - NICKEL

Parmi les piles rechargeables présentes sur le marché, figurent les accumulateurs Ni-Cd. Pour tout ce qui suit, la température est constante, égale à 25° C.

Q1. Écrire pour chaque élément, Ni et Cd, les demi-équations électroniques. Identifier les oxydants et les réducteurs.

Q2. Placer sur une échelle les potentiels standards E° de chaque couple et en déduire l'équation de la réaction d'oxydo-réduction thermodynamiquement favorisée.

On réalise une pile électrochimique en mettant en contact, grâce à un pont salin, deux demi-piles constituées d'une électrode métallique trempant dans un bécher contenant une solution ionique associée au métal de l'électrode (figure ci-dessous) :

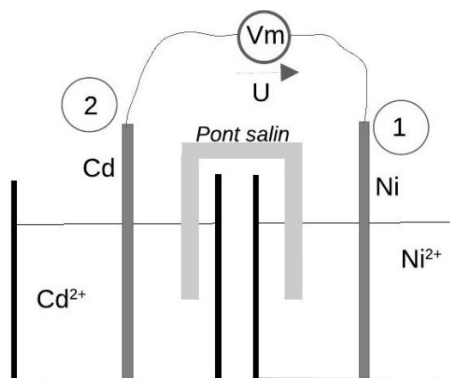


FIGURE 1 – pile Ni-Cd

La concentration en espèces ioniques est $c_1 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour la demi-pile associée à Ni et

$c_2 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour la demi-pile associée à Cd. Chaque bécher contient $V = 100 \text{ mL}$ de solution.

Q3. Dans le cas de la pile Ni-Cd étudiée, calculer les potentiels d'électrode E_1 et E_2 , ainsi que la différence de potentiel U mesurée par un voltmètre idéal lorsque la pile ne débite pas. Préciser le pôle positif et le pôle négatif.

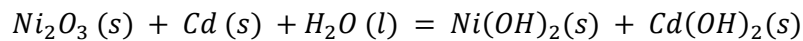
On remplace le voltmètre par une résistance R , à travers laquelle la pile débite avec une intensité électrique $i = 50 \text{ mA}$.

Q4. Préciser, en justifiant, le sens de l'intensité i du courant électrique.

Q5. Que valent les potentiels d'électrode quand la pile cesse de débiter? Quelle est alors la composition de chaque bécher?

Q6. Évaluer la durée de fonctionnement de la pile ainsi que sa capacité totale.

Dans la pratique, la pile fonctionne en milieu basique. L'équation de la réaction observée s'écrit, sans que soient précisés les nombres stœchiométriques :



Q7. Définir un milieu basique.

Q8. Déterminer les nombres d'oxydation des éléments Ni et Cd dans les espèces les contenant. En déduire les coefficients stœchiométriques pour ajuster l'équation de la réaction ci-dessus.

Données

Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K} \cdot \text{mol}^{-1}$

Charge de l'électron : $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Electron-volt : $eV = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Constante de Faraday : $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$

Potentiels standard : $E^\circ(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) = -0,24 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}) = -0,40 \text{ V}$

PROBLÈME N° 3 B (CCS MPI) : BATTERIE LITHIUM ION

Les batteries lithium – ion sont très utilisées car elles ont la capacité de délivrer une énergie par unité de masse élevée. Elles peuvent être utilisées aussi bien pour les communications spatiales que comme batterie de téléphone portable.

Ici, l'objectif est de présenter les principes de fonctionnement de base d'une batterie Li-ion, de s'intéresser à la capacité de la pile et aux risques associés à l'utilisation de celle-ci.

La batterie considérée est constituée d'une première électrode de graphite (une structure du carbone constituée de feuillets) contenant du lithium. Les atomes de lithium sont intercalés dans les feuillets de carbone du graphite.

Les sites contenant du lithium ont pour formule chimique $\text{LiC}_6(s)$. Lors de la décharge de la batterie, des atomes de lithium sont libérés des sites d'intercalation et s'ionisent en ions Li^+ en libérant un électron. Les ions Li^+ sont alors transférés de la première électrode vers la seconde.

La seconde électrode est constituée d'oxyde de cobalt $\text{CoO}_2(s)$. Lors de la décharge de la batterie, on y observe la formation de sites d'oxyde de cobalt dopés au lithium, de formule chimique $\text{LiCoO}_2(s)$ par transfert d'ions Li^+ captant un électron.

L'électrolyte est constitué de polymères et contient des ions lithium.

Q 27. Écrire les demi-équations électroniques associées à chaque électrode lors de la décharge de la batterie. Identifier la cathode et l'anode de cette pile.

Q 28. Donner l'équation bilan lors du fonctionnement de la batterie en décharge puis en charge. Compléter la figure C du document réponse en indiquant le sens de déplacement des électrons, le sens du courant et le nom des électrodes dans le cas de la décharge.

Q 29. Déterminer la masse minimale de lithium graphite $\text{LiC}_6(\text{s})$ contenue dans la batterie du téléphone dont les propriétés sont fournies dans le tableau 1.

Q 30. Retrouver la valeur de l'énergie massique annoncée pour ce même téléphone. Il s'agit de l'énergie que peut fournir la pile par unité de masse de cette même pile.

Q 31. Écrire l'équation de la réaction pouvant modéliser la transformation chimique qui a lieu si le lithium solide entre en contact avec de l'eau. Cette réaction forme notamment des ions hydroxyde HO^- et on observe un dégagement gazeux que l'on identifiera.

Cette transformation s'accompagne d'une forte libération d'énergie. Ceci justifie l'utilisation d'un électrolyte qui ne contient pas d'eau, mais plutôt un polymère organique.

En dessous de 0°C et au-dessus de 35°C , la capacité électrique de l'accumulateur peut fortement être modifiée.

De nombreuses études ont été menées à très basse et très haute température afin de mesurer les performances du téléphone.

Q 32. À l'aide des tableaux 1, 2 et 3 et de la figure 11, indiquer les risques ou inconvénients d'utilisation d'un téléphone portable à très haute température et à très basse température

Tension à vide E_0	3,8 V
Capacité électrique	1440 mA·h
Masse	25 g
Énergie massique	$218 \text{ W}\cdot\text{h}\cdot\text{kg}^{-1}$
Autonomie	8 h

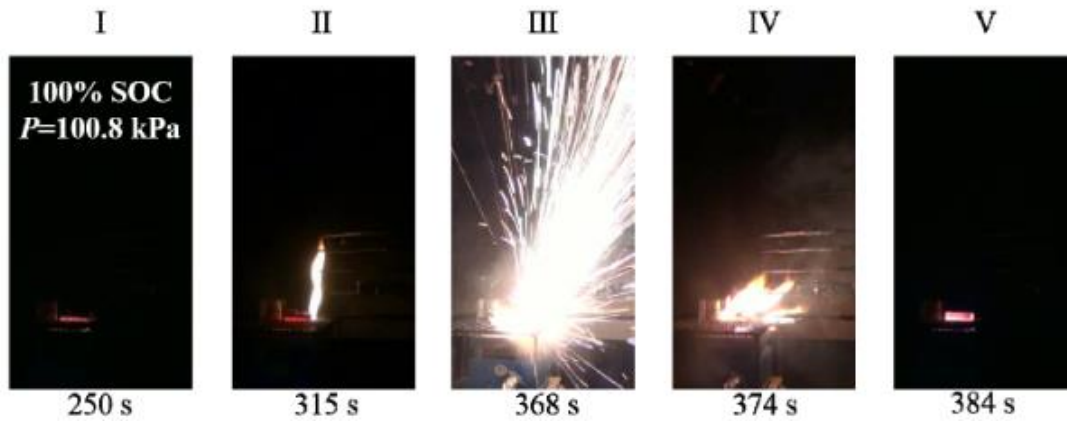
Tableau 1 Propriétés d'une batterie de téléphone portable à température ambiante (d'après Yongquan Sun, Li-ion Batterie Reliability - A Case Study of the Apple iPhone)

Température ($^\circ\text{C}$)	Capacité électrique (mA·h)
-40	168
-20	650
-10	1060
0	1345
25	1440
40	1430

Tableau 2 Effet de la basse température sur la capacité électrique (d'après Shuaishuai Lv, The Influence of Temperature on the Capacity of Li)

Température ($^\circ\text{C}$)	État de l'électrolyte
-30	liquide
-35	mélange liquide-solide
-40	mélange liquide-solide
-42,5	solide

Tableau 3 Effet de la basse température sur l'électrolyte (d'après Dongxu Ouyang, A Review on the Thermal Hazards of the Lithium-Ion)



La combustion de la batterie (et de ses couches de protection) s'accompagne d'un dégagement de diverses espèces toxiques gazeuses : le fluorure d'hydrogène HF, le chlorure d'hydrogène HCl, le monoxyde de carbone CO, le dioxyde de soufre SO₂, le dihydrogène H₂.

Les gaz HF et HCl, à forte dose inhalée, peuvent être mortels pour l'homme. Le monoxyde de carbone réagit avec l'hémoglobine et peut être lui aussi mortel. Le dihydrogène est hautement réactif et peut mener à une combustion très exothermique ou une explosion.

Figure 11 Effets de la haute température sur des batteries complètement chargées (d'après Dongxu Ouyang, A Review on the Thermal Hazards of the Lithium-Ion)

Conversions d'unités

$$1 \text{ pouce} = 25,4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ A}\cdot\text{h} = 3600 \text{ C}$$

$$1 \text{ W}\cdot\text{h} = 3600 \text{ J}$$

Données physico-chimiques

Numéro atomique du lithium	$Z = 3$
Masse molaire du lithium	$M_{\text{Li}} = 6,9 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire du carbone	$M_{\text{C}} = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante de Faraday	$F = 96\,485 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse du téléphone portable considéré	$m = 150 \text{ g}$
Potentiel standard du couple $\text{Li}_{(\text{aq})}^+/\text{Li}_{(\text{s})}$	$E_1^\circ = -3,04 \text{ V}$
Potentiel standard du couple de l'eau $\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}/\text{H}_2_{(\text{g})}$	$E_2^\circ = -0,83 \text{ V}$
Capacité thermique massique de l'eau liquide	$c_m(\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}) = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau solide	$c_m(\text{H}_2\text{O}_{(\text{s})}) = 2,06 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Enthalpie massique de fusion de la glace	$l = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique d'un téléphone portable	$c_m(\text{tel}) = 2,4 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
Coefficient de conductivité thermique d'un matériau isolant	$\lambda_{\text{polyurethane}} = 0,03 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

Estimation d'une incertitude-type composée

Si la grandeur y calculée est un produit ou un quotient du type $y = x_1 x_2$ ou $y = x_1/x_2$, alors l'incertitude-type sur y , notée $u(y)$ est reliée à l'incertitude-type sur chacun des facteurs par

$$\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2$$

PROBLEME N°4 : BRONZAGE SUR LES PLAGES DE LA COTE D'ARGENT ET PROTECTION SOLAIRE

Données :

Couple d'oxydoréduction	$C_6H_6O_6 / C_6H_8O_6$	I_2 / I^-	$S_4O_6^{2-} / S_2O_3^{2-}$
Potentiel standard E° (en V)	0,13	0,54	0,08

La plage est le lieu privilégié pour le bronzage. Cependant, l'exposition aux rayons ultraviolets (UV) constitue le principal facteur des cancers de la peau. Une dose excessive de rayons UV agresse les cellules cutanées et peut provoquer des dommages irréversibles. Il est donc essentiel de se protéger, par exemple par l'application sur la peau d'une crème solaire.

Les crèmes solaires contiennent des anti-oxydants, c'est-à-dire des substances réductrices qui défendent les cellules contre les molécules instables, nommées radicaux libres, générées par l'action des rayonnements UV.

La vitamine E (ou α -tocophérol, de formule brute $C_{29}H_{50}O_2$) et la vitamine C (ou acide ascorbique, de formule brute $C_6H_8O_6$) sont de puissants antioxydants.

On propose d'étudier le titrage iodométrique de l'acide ascorbique contenu dans une poudre (p) intervenant comme matière première dans la fabrication d'une crème solaire.

Pour ce faire, on prépare les trois solutions ci-dessous :

- une solution (a) obtenue par dissolution de 500 mg de (p) dans 100 mL d'eau ;
- une solution (i) obtenue par dissolution de 1,250 g de cristaux de diiode dans 100 mL d'eau ;
- une solution (t) obtenue par dissolution de 1,500 g de cristaux de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ dans 100 mL d'eau.

Dans un erlenmeyer, on introduit un volume $V_a = 20,0$ mL de solution (a). On note n_a la quantité d'acide ascorbique inconnue contenue dans ce prélèvement. On verse ensuite un volume $V_i = 30,0$ mL de solution (i).

L'erlenmeyer est bouché, le mélange est agité puis laissé au repos pendant 15 min.

On dose ensuite le diiode en excès par la solution (t). Le volume obtenu à l'équivalence est égal à $V_t = 19,4$ mL.

Q36. Calculer les concentrations en quantité de matière C_i et C_t des solutions (i) et (t) en diiode et en ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}$.

Q37. Écrire l'équation bilan de la réaction (supposée totale) se produisant dans l'erlenmeyer avant l'étape de dosage, puis écrire l'équation bilan de la réaction de dosage.

Q38. Exprimer n_a en fonction de C_i , V_i , C_t et de V_t .

Q39. Déterminer le degré de pureté de (p) défini par la fraction massique de (p) en acide ascorbique.

Données :

Élément chimique	H	C	O	Na	P	S	I
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	1	12	16	23	31	32	127

Constante molaire des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$;


 Numéro de place

 Numéro d'inscription
Signature
 Nom

 Prénom


CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

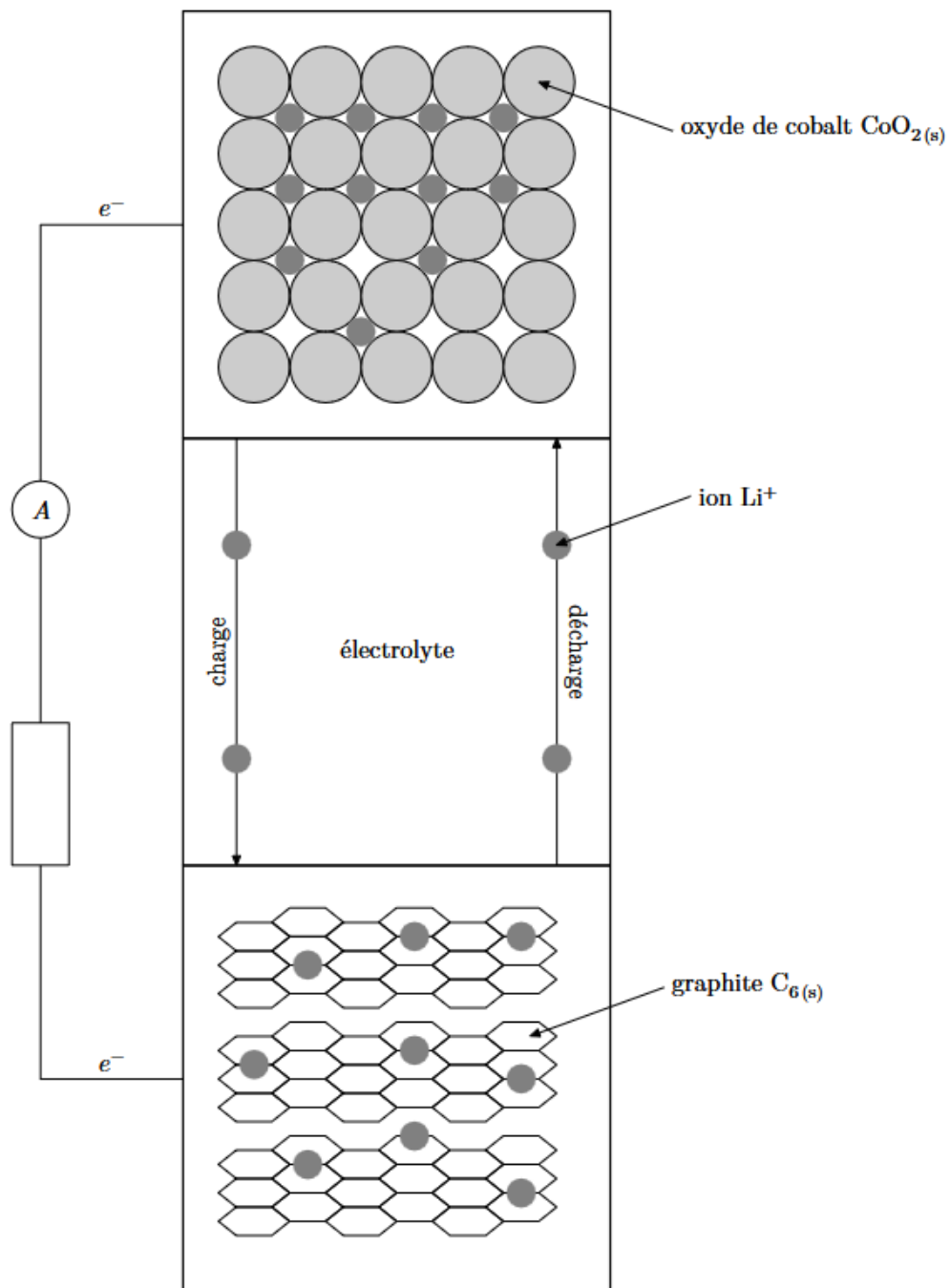
Épreuve : Physique-chimie 2 MPI

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille /

Problème N°3B : Batteries ion-lithium - document réponse

Question 28


Figure C