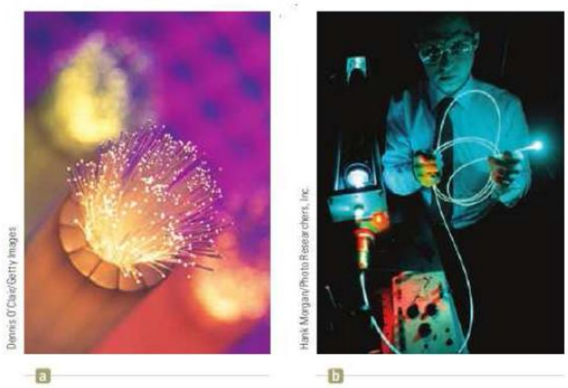
EXERCICES

Exercice 1. Fibre optique

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre ou de plastique appelé cœur, entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction plus faible. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre, mais évite aussi les fuites de lumière vers l'extérieur.

Actuellement, le diamètre du cœur d'une fibre va de 3 à 200 µm et le diamètre de la gaine peut aller jusqu'à 400 µm.



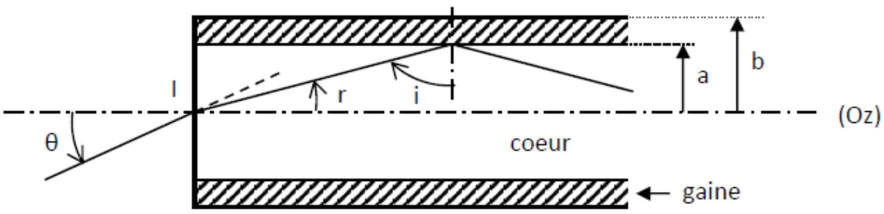
(a) - Brins de fibres optiques utilisés dans les réseaux de télécommunication
(b) - ensemble de fibres éclairées par un laser

A) Fibre à Saut d'Indice

Une fibre est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1, entouré d'une gaine de rayon extérieur de rayon b et d'indice $n_2 < n_1$. Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe de révolution (*Oz*) commun au cœur et à la gaine.

La fibre est plongée dans l'air, d'indice de réfraction $n_0 = 1{,}0000$.

Un rayon lumineux arrive en un point I de l'axe (Oz) sur la face d'entrée de la fibre, avec un angle d'incidence θ. On note r l'angle de réfraction en I.



1) Montrer que le rayon lumineux est guidé dans le cœur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si l'angle i est supérieur à une valeur critique i_C Expliquer à l'aide d'un schéma détaillé de quelle manière le rayon est alors guidé dans le cœur

2) Exprimer i_C en fonction de n_1 et n_2. Calculer $i_C$pour $n_1 = 1{,}456$ (silice) et $n_2 = 1{,}410$ (silicone).

3) En déduire l'intervalle des valeurs de θ permettant à la lumière de rester confinée dans la fibre.

4) Soit θ_m l'angle d'incidence maximale qui permet la propagation guidée de la lumière dans la fibre. On appelle ouverture numérique *ON* de la fibre la quantité $\sin(\theta_m)$. Calculer θ_m et *ON* pour les mêmes indices qu'à la question A)2)

5) Quelle est la valeur de l'*ON* pour une fibre à base d'arséniure de gallium pour lequel $n_1 = 3{,}9$ et $n_2 = 3{,}0$? Commenter.

6) L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion de la lumière par le matériau constitutif du cœur et par ses impuretés (Fe^{2+}, Cu^{2+}, HO^-).

   Elle se mesure en décibels par kilomètre : $A_{\text{dB/km}} = \frac{10}{D_{(\text{km})}} \log\left(\frac{\Phi_1}{\Phi_2}\right)$ où Φ_1 et Φ_2 désignent les flux lumineux dans des plans de front successifs distants de D (plans orthogonaux à l'axe Oz). On parvient couramment à réaliser des fibres dans lesquelles le flux lumineux, après un parcours de 50 km, représente 10% du flux incident. Calculer l'atténuation de telles fibres.

B) Transmission par fibre optique à saut d'indice

Lorsqu'on émet une impulsion lumineuse extrêmement brève au niveau du point I de la face d'entrée de la fibre, des rayons lumineux sont émis dans toutes les directions de propagation possible. Il se pose alors le problème de l'élargissement temporel au niveau de la face de sortie, puisque tous les rayons n'arrivent pas en même temps : certains ont un trajet plus long à parcourir que d'autres.

On note L la longueur totale de la fibre et c la vitesse de la lumière dans le vide.

1) Exprimer en fonction de L, c et n_1 la durée de propagation Δt d'un rayon qui suit l'axe (Oz) sur toute la longueur de la fibre.

2) On considère le rayon d'angle d'incidence maximale θ_m qui «zigzague» dans la fibre sur toute la longueur de la fibre. Exprimer la longueur L' du trajet qu'il suit en fonction de L et de l'angle de réfraction r_m en I.

3) Soit $\Delta t'$ la durée de propagation de ce rayon zigzaguant. Montrer que $\Delta t' = \frac{n_1}{n_2}\Delta t$

4) Calculer la différence δt_{max} des durées de propagation des deux rayons particuliers envisagés.

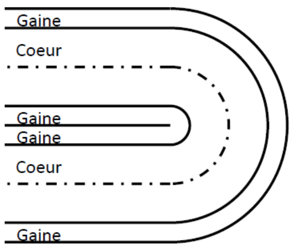
Données : $L = 1$ km, $n_1 = 1{,}456$, $n_2 = 1{,}410$, et $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

5) On envoie alors en entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves avec une période T. Dessiner de la même manière l'allure des impulsions reçues en sortie de la fibre, en supposant que celles-ci ne se recouvrent pas.

6) A quelle fréquence maximale f_{max} peut-on émettre des impulsions lumineuses en entrée qui soient «séparées » en sortie ? Calculer la valeur numérique de f_{max}.

7) En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires – une impulsion codant un bit 1, une absence d'impulsion un bit 0 – qu'on peut transmettre par seconde. Que vaut le débit en bit/s de cette fibre ? Le comparer au débit du standard téléphone Numéris (64kbit/s) et au standard télévision (100Mbit/s).

C) Problème d'installation



La fibre est maintenant coudée, comme sur la figure ci-contre.

1) Expliquez, à l'aide d'un schéma pourquoi une partie des rayons guidés dans la tranche rectiligne ne le sont plus dans la partie coudée.

2) On suppose que la fibre optique prend une position extrême en tournant sur elle-même de 180° (voir ci-contre). Trouver la relation entre n_1, n_2, et les rayons a et b du cœur et de la gaine, qui assure la réflexion totale, dans la partie coudée, du rayon arrivant en incidence normale au point I de la face d'entrée de la fibre optique ($\theta = 0°$).

3) Calculer la valeur minimale de b correspondante pour $a = 100$ µm et les indices de la silice et du silicone. Commenter.

Exercice 2. Résolution de problème : Miroir

Préciser la taille minimale du miroir ainsi que ses conditions d'accrochage pour que la personne puisse se voir des pieds à la tête.

Exercice 3. Optique de l'appareil photo (CCINP MP 2021)

I.1 - Objet et image

On modélise un appareil photo (**figure 1**) par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'}$ appelée " objectif ", d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

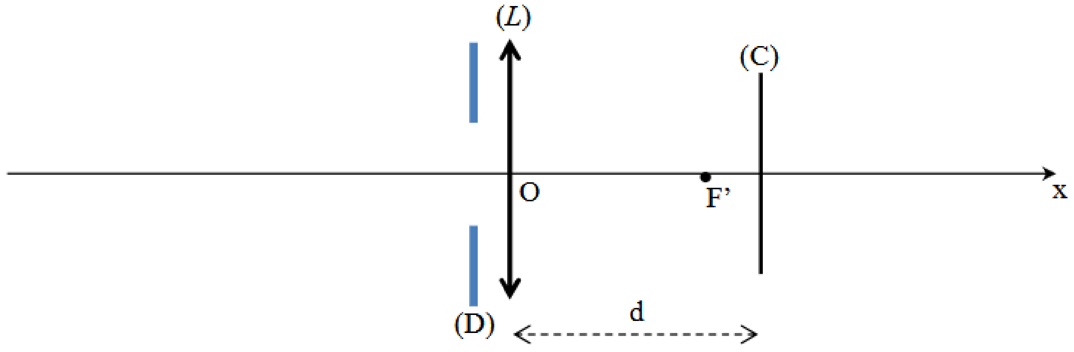


Figure 1 - Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre d_{min} et d_{max}.

À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

Q1. a) La lentille mince est utilisée dans les " conditions de Gauss ". Préciser en quoi elles consistent.

b) Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

Q2. a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et A 'B' son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image A'B' .

b) Exprimer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L. Calculer cette taille avec $f' = 50$ mm, $h = 5$ m et $L = 20$ m.

Rappel : l'objet AB et l'image A'B' donnée par la lentille mince de centre O et de foyers principaux F (objet) et F' (image) dans les conditions de Gauss sont liés par les relations :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad ; \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -\left(\overline{OF'}\right)^2 \quad ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} .$$

Q3. a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

b) Montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à L_{min}.

c) Exprimer L_{min} en fonction de f' et d_{max} .

d) Calculer L_{min} pour $f' = 50$ mm et $d_{max} = 55$ mm.

I.2 - Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f_1' = 100$ mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs d_{min} et d_{max} sont différentes des valeurs de Q3.

Q4. a) Quelle sera la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ?

b) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm × 36 mm , sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

Remarque : pour Q5 et Q6, des approximations justifiées seront à faire.

Q5. L'objectif utilisé est appelé " téléobjectif " ou " objectif de longue focale ". Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire que ce genre d'objectif " rapproche les objets ".

Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient. Un raisonnement et un calcul numérique sont attendus (en utilisant une approximation justifiée).

Suite moins classique et optionnelle

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente, séparées par une distance e. La distance L entre (L_1) et l'arbre n'a pas changé.

Q6. La lentille (L_1), de focale f_1', donne de l'arbre AB une image intermédiaire $A_1 B_1$ qui joue le rôle d'objet pour la lentille (L_2), de focale f_2' , qui en donne une image finale A'B' .

a) Exprimer la distance $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f_1' et e (en utilisant une approximation justifiée).

b) L'image A'B' doit être réelle. En déduire que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité sur e, f_1' et f_2' (en utilisant une approximation justifiée).

c) Vérifier que cette condition est réalisée avec $f_1' = 10$ cm, $f_2' = -5$ cm et $e = 8$ cm .

Q7. Avec les valeurs numériques de Q6c :

a) Calculer la distance d,

b) Calculer la taille de l'image A' B' de l'arbre sur le capteur.

c) Indiquer si ce téléobjectif est équivalent à l'objectif de Q4.

Exercice 4. Foyers d'un doublet de lentilles minces

On étudie un doublet de lentilles minces caractérisé par les distances focales f'_1 et f'_2 de chacune des 2 lentilles, ainsi que la distance $e = \overline{O_1O_2}$ caractéristique de l'écartement entre les centres optiques des 2 lentilles.

1) Déterminer par le calcul la position des foyers F et F' de ce doublet.
2) On étudie un doublet d'Huygens, tel que $f'_1 = 15$ cm, $f'_2 = 10$ cm et $e = 5$ cm. Effectuer l'A.N. et retrouver ces résultats à l'aide de constructions graphiques.

Exercice 5. Marche d'un faisceau à l'infini à travers un doublet de lentilles

Une lentille convergente de focale $f'_1 = 20$ cm et une lentille divergente de focale $f'_2 = -5$ 5 cm ont même axe principal et sont situées à $d = 16$ cm l'une de l'autre. Un objet éloigné AB, de diamètre apparent 1°, envoie des rayons sur la lentille convergente.

1- Tracer la marche d'un faisceau de rayons issus du bord supérieur de l'objet en prenant α quelconque.

2- Déterminer la nature, la position et la grandeur de l'image de AB donnée par le système.

Exercice 6. Lunette astronomique

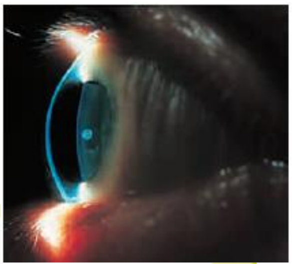
La lunette astronomique est constituée d'un objectif que l'on assimilera à une lentille mince convergente de distance focale f et d'un oculaire que l'on assimilera à une lentille convergente de distance focale f', avec $f' \ll f$ de même axe optique que l'objectif.

L'objectif forme dans son plan focal des images réelles très réduites d'objets immenses situés à de très grandes distances. Par exemple, la Lune est vue depuis la Terre sous un diamètre angulaire moyen $\alpha = 31{,}5$ minutes d'arc et la distance moyenne Terre - Lune est de $D_{TL} = 382\,000$ km.

1) Calculer le diamètre d de l'image réelle de la Lune dans le plan focal d'un objectif de distance focale $f = 1{,}78$ m.
2) Calculer le grandissement γ de l'objectif.
3) La distance entre le centre optique de l'objectif et le centre optique de l'oculaire est égale à la somme des distances focales $f + f'$. Le système centré résultant est afocal : rappeler ce que cela signifie.
4) On appelle grossissement G le rapport des angles sous lesquels sont vus l'image à l'infini derrière l'oculaire et l'objet à l'infini, sans instrument d'optique. Donner l'expression du grossissement G de la lunette astronomique.

   Application Numérique : $f = 1{,}78$ m, et $f' = 75$ mm; 28 mm; 12 mm; 5 mm.

Exercice 7. De l'œil aux lunettes



Nous adopterons le modèle classique d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}$ de centre O et de distance focale f' variable correspondant au cristallin, associée à un écran E à une distance $d = \overline{OE}$ fixe de la lentille pour un œil donné (l'écran correspondant à la rétine).

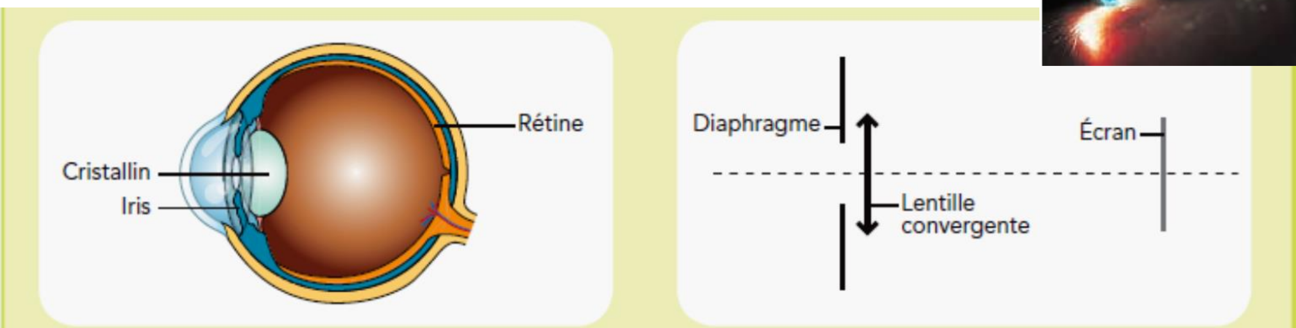


Schéma en coupe de l'œil réel simplifié. Schéma du modèle de l'œil réduit.

On choisira comme sens positif le sens de propagation de la lumière.

On introduit D_m la distance maximale de vision distincte et d_m la distance minimale de vision distincte (distances choisies positives).

1) Faire un schéma en plaçant pour un œil emmétrope les points P_R et P_P correspondant au punctum remotum et au punctum proximum, l'intervalle de vision distincte, le cristallin, la rétine et les distances D_m, d_m et d.

1) L'œil emmétrope et son vieillissement

2) Le pouvoir de séparation de l'œil étant d'une minute d'arc, quelle distance doit séparer deux points lumineux pour que l'œil puisse les distinguer à une distance de 100 m ?

3) On considère un œil emmétrope (sans défaut de vision) dont le P_R est à l'infini et le P_P à 25,0 cm. Sachant que la distance d cristallin – rétine vaut $d = 15$ mm, calculer les valeurs extrêmes de la vergence du cristallin.

4) En vieillissant, l'œil perd son pouvoir d'accommodation. Si le P_R n'est pas modifié, la vergence du cristallin ne peut varier que de 4,5 δ à 33 ans, 1 δ à 45 ans et 0,25 δ à 70 ans.

   a) Comment s'appelle un tel défaut de vision ?

b) En déduire les distances d_m minimales de vision distincte à ces différents âges, et en déduire l'âge d'un œil « normal » tel qu'il est usuellement décrit.

2) Myopie ou hypermétropie ?

A chaque état d'accommodation de l'œil est associée une distance focale image f' pour la lentille.

L'œil étudié est tel que la distance d cristallin-rétine vaut $d = 15$ mm, et les punctum proximum et remotum caractérisés par $\overline{\mathrm{OP}_P} = -32{,}3$ cm et $\overline{\mathrm{OP}_R} = 1{,}11$ m

5) Représenter le modèle simplifié d'œil, placer les points P_P et P_R, et représenter l'allure des rayons lumineux arrivant sur le cristallin dans le cas d'un objet placé au P_R.

6) Quelle est la nature d'un tel objet placé au P_R ? On peut parfois lire qu'un œil hypermétrope peut voir nettement un objet placé derrière lui, commenter cette description.

7) Quel est le défaut de vision de cet œil ?

8) Déterminer les distances focales f'_{min} et f'_{max} correspondant à l'œil qui accommode au maximum et l'œil au repos.

3) Ordonnance pour l'opticien

On souhaite corriger la vision de l'œil décrit dans la partie 3) ci-dessus à l'aide de lentilles de contact multifocales, de manière à corriger sa vision « de près » lorsqu'il regarde dans la partie inférieure de la lentille (zone P de cette dernière), et à corriger sa vision « de loin » lorsqu'il regarde dans la partie supérieure de la lentille (zone R de cette dernière). On souhaite après correction que ses limites de vision distinctes soient celle de l'œil emmétrope étudié ci-dessus : points P_R à infini et P_P à 25 cm.

9) Considérons 2 lentilles minces $\mathcal{L}_1$et $\mathcal{L}_2$ de distances focales image f'_1 et f'_2, accolées de manière à avoir les mêmes axe optique Δ et centre optique O ; elles sont équivalentes à une lentille mince de même centre optique O et de distance focale image $f'_{éq}$. Rappeler la relation entre les distances focales image $f'_{éq}$, f'_1 et f'_2.

10) On suppose la lentille de contact $\mathcal{L}_1$ accolée au cristallin (donc à la lentille $\mathcal{L}$) ; déterminer les distances focales $f'_{1,R}$ et $f'_{1,P}$ correspondant respectivement aux zones R et P de ces lentilles de contact permettant de réaliser la correction souhaitée.

11) Quelle est la nature (convergente ou divergente) des deux zones de cette lentille ?