TD CHAP.OPT.0. : REVISIONS D'OPTIQUE GEOMETRIQUE

EXERCICES

Exercice 1. Fibre optique

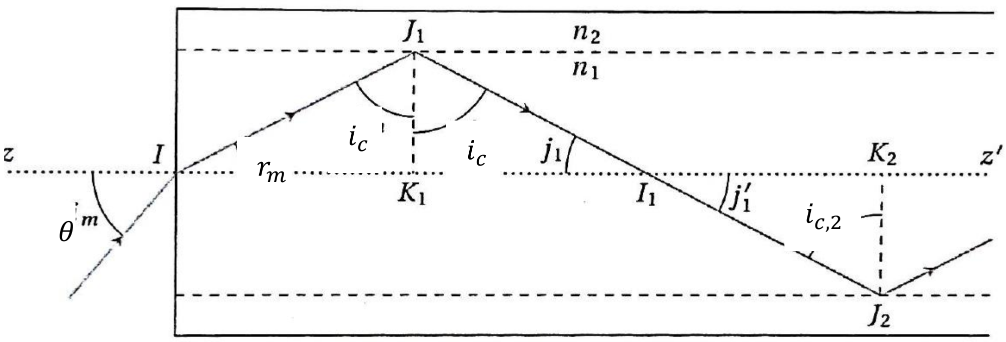
A) Fibre à Saut d'Indice

1) Le rayon lumineux est guidé dans le cœur s'il subit une réflexion totale à chaque fois qu'il arrive sur l'interface cœur/gaine. Pour cela, deux conditions doivent être vérifiées :

- Le milieu gaine doit être moins réfringent que le milieu cœur soit $n_2 < n_1$, ainsi i_2 (angle de réfraction éventuel dans la gaine) est supérieur à i.
- **ET** : l'angle d'incidence i doit être supérieur à une valeur limite i_{lim} correspondant à un rayon réfracté dans la gaine avec un angle 90° . Donc i_{lim} vérifie : $n_1 \sin i_{lim} = n_2 \sin 90$
- Pour finir, $\boxed{\textbf{le rayon est guidé dans la fibre si } i > i_C \textbf{ avec } i_C = i_{lim} = \arcsin(\frac{n_2}{n_1})}$ (expression qui sous-entend que $n_1 > n_2$).
- A.N. : pour n_1 = 1,456 (silice) et n_2 = 1,410 (silicone), $\boxed{i_C = 75{,}56\ °}$.

Lorsqu'on se place dans ces conditions, il y a une première réflexion totale en J_1, l'angle incident et l'angle réfléchis étant égaux selon la loi de la réflexion de Descartes, puis le rayon lumineux repart dans le cœur et arrive en I_1 avec un angle $j_1 = j'_1 = r_m$ d'après différentes propriétés des angles.

Il rencontre alors à nouveau l'interface cœur / gaine en J2, avec par géométrie $i_{c,2} = i_c$. Il y a donc à nouveau réflexion totale, etc.



2) **Intervalle des valeurs de θ permettant à la lumière de rester confinée dans la fibre :**

- La condition $i > i_C$ va se répercuter sur r (relation géométrique) puis sur θ (relation optique) .
- $i > i_C$ or r et i sont complémentaires, donc $i = 90 - r$ et l'inégalité $i > i_C$ est équivalente à $r < 90 - i_C$

soit $\sin r < \cos(i_C)$ ou $\sin r < \sqrt{1 - \sin^2 i_C}$ donc $\sin r < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$

- r est lié à θ par la loi des sinus de Descartes en I : $n_0 \sin\theta = n_1 \sin r$ ainsi $\sin r = \frac{n_0 \sin\theta}{n_1}$.

Donc l'inégalité $\sin r < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$ devient $\frac{n_0 \sin\theta}{n_1} < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$ soit $\sin\theta < \sqrt{(\frac{n_1}{n_0})^2 - (\frac{n_2}{n_0})^2}$

- Pour finir : L'intervalle des valeurs de θ permettant à la lumière de rester confinée dans la fibre est l'intervalle [0 ; arcsin $\left(\sqrt{(\frac{n_1}{n_0})^2 - (\frac{n_2}{n_0})^2}\right)$]

3) Soit θ_m l'angle d'incidence maximale qui permet la propagation guidée de la lumière dans la fibre.

D'après ce qui précède $\boxed{\theta_m = \arcsin\left(\sqrt{(\frac{n_1}{n_0})^2 - (\frac{n_2}{n_0})^2}\right)}$, donc $\boxed{ON = \sin(\theta_m) = \sqrt{(\frac{n_1}{n_0})^2 - (\frac{n_2}{n_0})^2}}$

A.N. : $\boxed{\theta_m = 21{,}29\ ° \text{ et } ON = 0{,}3631}$

4) **Fibre à base d'arséniure de gallium** pour lequel $n_1 = 3{,}9$ et $n_2 = 3{,}0$.

A.N. : ***ON* = sin(θ_m) =** $\sqrt{(\frac{n_1}{n_0})^2 - (\frac{n_2}{n_0})^2}$ = 2,5 > 1 donc impossible que cette valeur soit un sinus.

Ainsi, sin θ est toujours inférieur à 2,5 et ainsi tout angle θ convient.

Tout rayon pénétrant dans cette fibre est guidé et reste confiné dans le cœur.

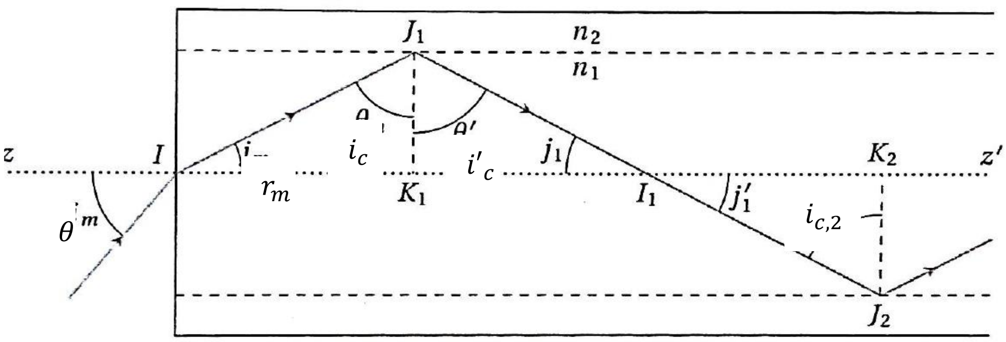
5) On parvient couramment à réaliser des fibres dans lesquelles le flux lumineux, après un parcours de 50 km, représente 10% du flux incident. Cela correspond à Φ_2 = 10% . Φ_1 soit une atténuation :

$A_{\text{dB/km}} = \frac{10}{50_{\cdot(\text{km})}} \log(10)$ = **0,2 dB/km**.

B) Transmission par fibre optique à saut d'indice

1) Soit un rayon qui suit l'axe (Oz) sur toute la longueur de la fibre, il parcourt donc le chemin L dans le cœur (milieu 1) pendant la durée Δt avec une vitesse de propagation $v_1 = \frac{c}{n_1}$ or $v_1 = \frac{L}{\Delta t}$ donc $\boxed{\Delta t = \frac{L\,n_1}{c}}$

2) Soit un rayon d'angle d'incidence maximale θ_m, il est réfracté en I avec l'angle r_m puis frappe l'interface cœur/gaine en J_1 avec l'angle i_c à la profondeur z.



La longueur L' du trajet parcouru par la lumière s'écrit alors $L' = IJ_1 + J_1J_2 + J_2J_3 + \cdots$

Or $IJ_1 = \frac{IK_1}{\cos r_m}$, avec IK_1 correspondant à l'abscisse z du point K_1, soit $IJ_1 = \frac{z}{\cos r_m}$.

D'autre part, comme nous l'avons dit dans la question 1), d'après la loi de Descartes de la réflexion, $i_c = i'_c$, et par géométrie $r_m = j_1 = j'_1$.

On a donc $J_1J_2 = J_1I_1 + I_1J_2 = \frac{K_1I_1}{\cos r_m} + \frac{I_1K_2}{\cos r_m} = \frac{K_1K_2}{\cos r_m}$

Soit $L' = \frac{IK_1}{\cos r_m} + \frac{K_1K_2}{\cos r_m} + \frac{K_2K_3}{\cos r_m} + \cdots$, avec $IK_1 + K_1K_2 + K_2K_3 + \cdots = L$

Au bout d'une longueur L de fibre le rayon aura parcouru $\boxed{L' = \frac{L}{\cos r_m}.}$

3) Soit $\Delta t'$ la durée de propagation de ce rayon zigzaguant tout le long de la fibre. La vitesse de propagation est toujours $v_1 = \frac{c}{n_1}$ donc $v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{L'}{\Delta t'}$ donc $\Delta t' = \frac{L'\,n_1}{c} = \frac{L}{\cos r_m} \cdot \frac{n_1}{c} = \frac{\Delta t}{\cos r_m}$ car $\Delta t = \frac{L\,n_1}{c}$

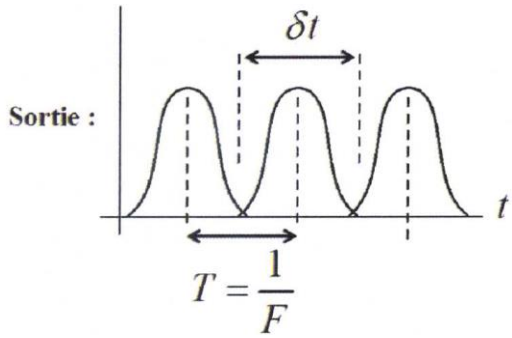
Or r_m correspond à la limite de la réflexion totale sur la gaine, donc $r_m = 90 - i_c$ et $\cos r_m = \sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$

Alors $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\cos r_m} = \boxed{\frac{n_1}{n_2}\ \Delta t = \Delta t'}$

4) La différence δt_{max} des durées de propagation des deux rayons particuliers envisagés est donc

$$\delta t_{max} = \Delta t' - \Delta t = \Delta t\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) = \boxed{\frac{L\,n_1}{c}\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) = 1{,}583.10^{-7}\ \mathrm{s} = \delta t_{max}}$$

5) On envoie alors en entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves avec une période T.



A chaque impulsion correspondent des rayons d'incidence θ variant entre 0 et θ_m. Ils arrivent donc au bout de la fibre avec un décalage temporel maximal de δt_{max} . Les impulsions sont donc élargies, on peut les représenter comme des portions de courbe de largeur δt_{max} , durée séparant l'arrivée du rayon confondu avec l'axe et l'arrivée du rayon d'incidence θ_m.

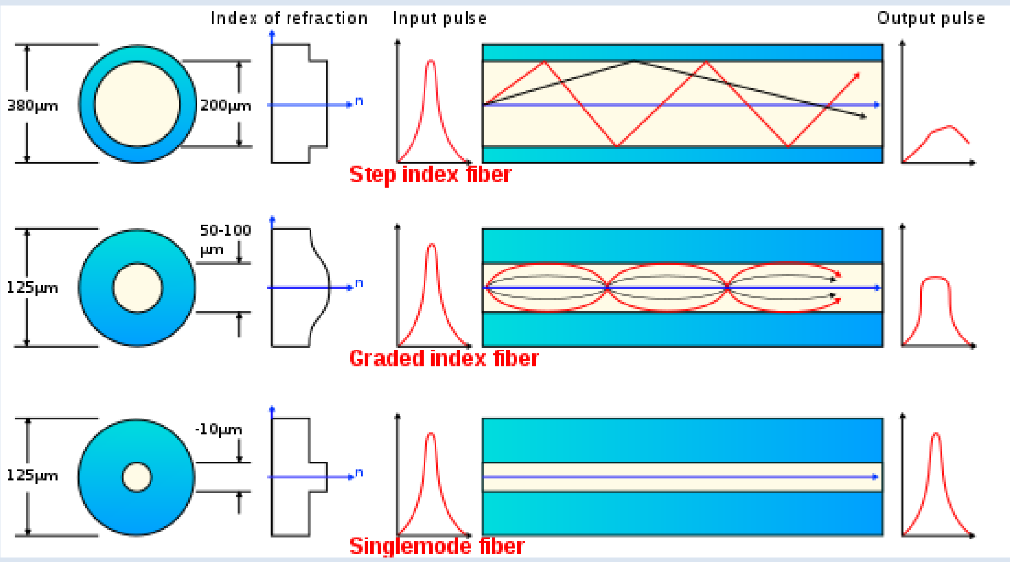
6) Pour que 2 impulsions successives soient séparées en sortie, la largeur temporelle en sortie doit être inférieure à la période T d'émission des impulsions :

$\delta t_{max} < T$ soit $f < \frac{1}{\delta t_{max}}$. donc la fréquence maximale f à laquelle on peut émettre des impulsions lumineuses en entrée qui soient « séparées » en sortie est : $\boxed{f_{max} = \frac{1}{\delta t_{max}} = 6{,}3\ \mathrm{MHz}}$

7) Le débit est donc le nombre maximal d'impulsions pas seconde soit $f_{max} = \frac{1}{\delta t_{max}} =$ **6, 3 Mbit/s.**

Ce débit est supérieur à celui du standard téléphone Numéris (64 kbit/s) et inférieur à celui du standard télévision (100 Mbit/s). Cette fibre peut donc convenir pour le téléphone mais pas pour la télévision.

Pour les connexions internet haut débit, permettant d'accéder par exemple à des émissions de télévision, la fibre optique est actuellement la solution la plus performante, plus performante que l'ADSL qui a un débit de 512 Mo/s (1 o correspondant à 8 bits). Les fibres optiques actuelles permettent donc des débits largement supérieurs à ceux évoqués ci-dessus ; il s'agit de fibres dites monomode, avec un petit diamètre de cœur de l'ordre de 10 µm, autorisant uniquement le parcours selon l'axe de la fibre. Il existe également des fibres multimodes plus performantes avec un cœur à gradient d'indice.



C) Problème d'installation

1) Si la fibre est coudée, la normale en tout point de l'interface cœur/gaine « tourne », ainsi l'angle d'incidence sur l'interface cœur/gaine diminue. Cet angle i peut donc devenir inférieur à i_C et la réflexion totale n'a plus lieu, donc les rayons ne sont plus guidés par la fibre.

2) Soit un rayon axial (θ = 0°) : il parcourt la partie droite de la fibre en restant confondu avec son axe. Comme la fibre est coudée, il arrive sur l'interface coudée en M avec un angle d'incidence *i*.

Selon le schéma ci-contre, sin *i* = $\frac{b}{b+a}$.

Pour que la réflexion totale ait toujours lieu, il faut que sin *i* > sin i_C soit $\boxed{\frac{b}{b+a} > \frac{n_2}{n_1}}$

3) Cette condition se répercute sur b : $\frac{b}{b+a} > \frac{n_2}{n_1}$ est équivalent à $b > \frac{n_2}{n_1 - n_2} . a$

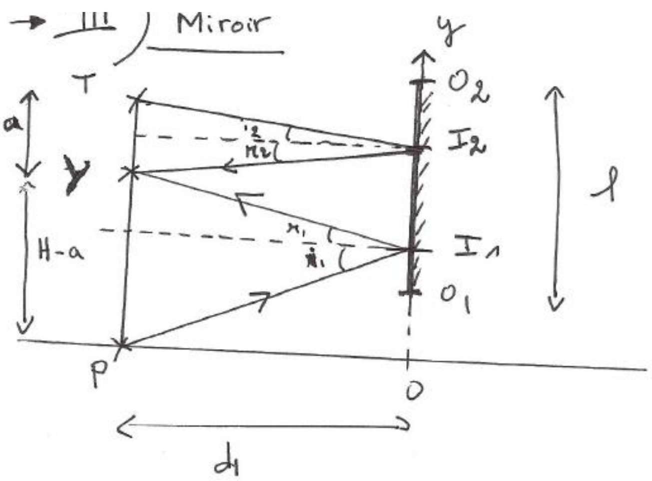
La valeur minimale de *b* est donc $\boxed{b_{min} = \frac{n_2}{n_1 - n_2} . a = 3{,}07 \text{ mm}}$ pour *a* = 100 µm et les indices de la silice et du silicone.

Il est donc tout à fait possible de construire une fibre optique à saut d'indice pouvant guider la lumière dans n'importe quelle configuration, cet angle de 180° correspondant à la situation la plus défavorable.

Cependant, cela nécessite une gaine de dimensions très importantes (*b* ≈ 30 *a* ; diamètre de la fibre > 6 mm), ce qui cause des soucis d'encombrement, de poids, et certainement une augmentation des coûts de construction, transport, stockage etc.

En pratique, on utilise d'autres types de fibres (à gradient d'indice par exemple), ce qui explique que les rayons des fibres évoqués dans l'énoncé soient plus faibles (jusqu'à 400 µm).

Exercice 2. Résolution de problème : Miroir **



Le schéma a une importance cruciale !!

Ici, il y a nécessité d'évaluer quelques ordres de grandeur :

- Hauteur *H* d'un homme : *H* ≈ 1,60 à 1,90 m (ici : A.N. avec 1,70 m) ;
- Rôle des yeux : nécessité d'évaluer leur position : soit *a* la distance entre le haut de la tête T et la position des yeux Y : *a* ≈ 10 à 20 cm (ici, A.N. avec 10 cm) ;
- Distance homme – miroir : d_1 ≈ 50 cm à quelques mètres (ici : 1 m).

On note $y_i = OI_i$

1) Soit I_1 le point d'incidence du rayon partant de P et arrivant en Y (nécessaire pour que l'oeil puisse voir le pied)
D'après la 1ère loi de Descartes $i_1 = r_1$, soit I_1 sur la médiatrice de PY. I_1 est donc à la hauteur $\frac{H-a}{2}$.
Pour que ce point existe réellement, il doit se trouver sur le miroir.
Il faut donc O_1 en dessous de I_1 et O_2 au dessus de I_1,
soit $\boxed{0 \leq y_1 \leq \frac{H-a}{2}}$ et $\boxed{y_2 \geq \frac{H-a}{2}}$

2) Même raisonnement : $i_2 = r_2$, I_2 sur médiatrice de TY, donc à la hauteur $H - a + \frac{a}{2} = \underline{H - \frac{a}{2}}$.

I_2 sur miroir $\Rightarrow$ I_2 au dessus de O_1 et en dessous de O_2 :

$\boxed{y_1 \leq H - \frac{a}{2}}$ et $\boxed{y_2 \geq H - \frac{a}{2}}$

3) Pour qu'il puisse se voir en entier, le miroir doit respecter les deux conditions des questions précédentes. S'il est de dimensions minimales, le point I_1 se trouve en O_1 et I_2 se trouve en O_2,

soit $\boxed{y_1 = \frac{H-a}{2}}$ et $\boxed{y_2 = H - \frac{a}{2}}$ avec $l_{min} = y_2 - y_1$

A.N. : $\underline{y_1 = 0{,}80\,m}$

$l_{min} = H - \frac{a}{2} - \frac{H}{2} + \frac{a}{2} = \frac{H}{2}$ soit $\boxed{l_{min} = \frac{H}{2}}$

A.N. : $\underline{l_{min} = 0{,}85\,m}$

Rôle de la distance d_1 d'accrochage : dans le cadre du modèle retenu, elle n'intervient pas dans la capacité à se voir en entier ou pas ; en revanche, plus cette distance est élevée, plus l'angle sous lequel on se voit est faible, et à l'inverse, plus la distance est faible, plus l'angle est grand : on risque alors d'atteindre l'angle limite qu'un œil est capable de percevoir.

Exercice 3. Optique de l'appareil photo (CCINP MP 2021) *corrigé V. Lusset*

I.1 - Objet et image

Q1a. Les conditions de Gauss sont remplies si tous les rayons incidents sont :

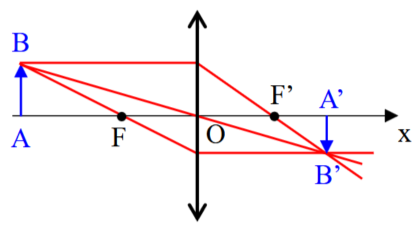
- proches de l'axe optique ;
- peu inclinés par rapport à l'axe optique.

Les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approchés sont alors vérifiées.

Q1b. Dans l'appareil photo modélisé figure 1, c'est le diaphragme qui permet d'assurer que les conditions de Gauss sont remplies.

Q2a. Pour placer A'B', les trois rayons incidents remarquables qu'on peut utiliser sont :

- le rayon incident passant par le centre optique O, qui n'est pas dévié ;
- le rayon incident parallèle à l'axe, qui donne un rayon émergent passant par le foyer image F' ;
- le rayon incident passant par le foyer objet F, qui donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique.



Q2b. D'après la relation fournie on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \Leftrightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{OA} + \overline{FO}} \Leftrightarrow \overline{A'B'} = h \times \frac{f'}{-L + f'}$$

Comme $L \gg f'$ on peut faire l'approximation : $\boxed{\overline{A'B'} \approx -h \times \frac{f'}{L}}$

A.N. : $\overline{A'B'} \approx -5 \times \frac{0{,}050}{20} \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} = -0{,}0125\text{ m} = -12{,}5\text{ mm}}$ (NB : h est donné avec un seul chiffre significatif, mais le sujet perd de son intérêt si on respecte cela ; on aurait alors : $\overline{A'B'} = -0{,}01\text{ m} = -1\text{ cm}$)

Q3a. L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image ; on a alors : $\boxed{d = f' = 50\text{ mm}}$.

Q3b. Partant d'un objet lointain (et donc d'une image réelle), plus l'objet se rapproche de l'objectif (L diminue), plus l'image s'en éloigne (d augmente). <u>Comme d est majoré par d_{max}, alors L est minoré par la valeur L_{min} correspondante</u>.
A noter que l'énoncé affirme qu'il est toujours possible de former une image pour $L > L_{min}$; ça n'est vrai que si $d_{min} \leq f'$, ce qui n'est pas spécifié.
NB : on peut également dans cette question exprimer d en fonction de L et montrer que $d \leq d_{max}$ entraîne $L \geq L_{min}$.

Q3c. Relation de conjugaison de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} \Leftrightarrow -\overline{OA} = \dfrac{\overline{OA'} \times f'}{\overline{OA'} - f'} \Leftrightarrow \boxed{L_{min} = \dfrac{d_{max} \times f'}{d_{max} - f'}}$

NB : l'objet étant réel, $\overline{OA} < 0$ donc $L_{min} = -\overline{OA}$

Q3d. A.N. : $L_{min} = \dfrac{55 \times 50}{55 - 50} \Rightarrow \boxed{L_{min} = 550\text{ mm} = 0,55\text{ m}}$

I.2 - Influence de la focale

Q4a. On a toujours $L \gg f_1'$ d'où : $\overline{A'B'} \approx -5 \times \dfrac{0,100}{20} \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} \approx -0,025\text{ m} = -25\text{ mm}}$

Q4b. On voit ainsi que l'image de l'arbre est plus grande que la dimension la plus petite du capteur ; on peut voir l'arbre en entier sur la photo <u>uniquement en mode « portrait »</u>.

Q5. L'image obtenue avec un téléobjectif de focale $f_1' = 2f'$ fait la même taille que celle obtenue avec f' pour une distance $L_1 = L/2$. En effet, tant que $L \gg f_1'$, on peut écrire :

$$\overline{A'B'} = h \times \frac{f_1'}{-L + f_1'} \approx h \times \frac{f_1'}{-L} = h \times \frac{2f'}{-L} = h \times \frac{f'}{-L/2}$$

<u>C'est en ce sens qu'on peut dire incorrectement qu'un téléobjectif rapproche les objets</u>.
La limite de cette affirmation est $f' \ll L_1 \Leftrightarrow f_1' \ll L$.

Q6a. Relation de conjugaison de Descartes pour (L_1) : $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'} \Leftrightarrow \overline{O_1A_1} = \dfrac{\overline{O_1A} \times f_1'}{\overline{O_1A} + f_1'}$

Avec $\left|\overline{O_1A}\right| \gg f_1'$ on a : $\overline{O_1A_1} \approx f_1'$; d'après la relation de Chasles on obtient ainsi :

$$\boxed{\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} \approx f_1' - e}$$

Q6b. Question plus difficile.
Une lentille divergente donne une image réelle (i.e. $\overline{O_2A'} > 0$) si et seulement si l'objet est situé entre le centre optique et le foyer objet. En effet, la relation de conjugaison de Descartes pour (L_2) donne :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \Leftrightarrow \overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1} \times f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'} \text{ donc } \overline{O_2A'} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{O_2A_1} \times f_2' > 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' > 0 \\ \text{ou } \overline{O_2A_1} \times f_2' < 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' < 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \overline{O_2A'} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{O_2A_1} < 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f_2' > 0 \text{ : impossible (rappel} : f_2' < 0) \\ \text{ou } \overline{O_2A_1} > 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} < -f_2' : A_1 \text{ entre O et } F_2 \end{cases}$$

Ainsi pour que A'B' soit réelle, il est nécessaire que A_1 soit situé entre O et F_2, soit : $0 < \overline{O_2A_1} < -f_2'$;
on en déduit : $0 < f_1' - e < -f_2' \Leftrightarrow \boxed{f_1' + f_2' < e < f_1'}$

Q6c. On a bien : $\boxed{f_1' + f_2' = 5\text{ cm} < e = 8\text{ cm} < f_1' = 10\text{ cm}}$

Q7a. D'après ce qui précède : $\boxed{\overline{O_2A'} = \dfrac{\overline{O_2A_1} \times f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'}}$ (NB : ici on n'a pas $\left|\overline{O_2A_1}\right| \gg f_2'$)

A.N. : avec $\overline{O_2A_1} \approx f_1' - e = 2\text{ cm}$ on obtient : $\overline{O_2A'} = \dfrac{2 \times -5}{2 - 5} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A'} = 3\text{ cm}}$ (1 C.S…)

Q7b. D'après la formule du grandissement pour (L₁) et (L₂), on a : $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$ et $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$

D'où : $\overline{A'B'} = \overline{AB} \times \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$ soit : $\boxed{\overline{A'B'} = -\dfrac{hf_1'f_2'}{L(f_1'-e+f_2')}}$

A.N.: $\overline{A'B'} = -\dfrac{5\times 0,10\times -0,05}{20\times(0,10-0,08-0,05)} \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} = -0,04\text{ m} = -4\text{ cm}}$

Q7c. Le téléobjectif constitué d'une lentille convergente et d'une lentille divergente produit ainsi une image de taille supérieure à celle produite par une simple lentille convergente.

Exercice 4. Foyers d'un doublet de lentilles minces * ou **

1) Cas général : $A \overset{\mathcal{L}_1}{\rightarrow} A_1 \overset{\mathcal{L}_2}{\rightarrow} A'$

2)

- **Foyer image F' du doublet :** par définition, F' image de A∞,

soit $A_\infty \overset{\mathcal{L}_1}{\rightarrow} A_1 \overset{\mathcal{L}_2}{\rightarrow} F'$, or par définition $A_\infty \overset{\mathcal{L}_1}{\rightarrow} F'_1$, soit F' tq $F'_1 \overset{\mathcal{L}_2}{\rightarrow} F'$

Relation de conjugaison de Newton : $\overline{F_2F'_1}\,.\,\overline{F'_2F'} = -f'^2_2$

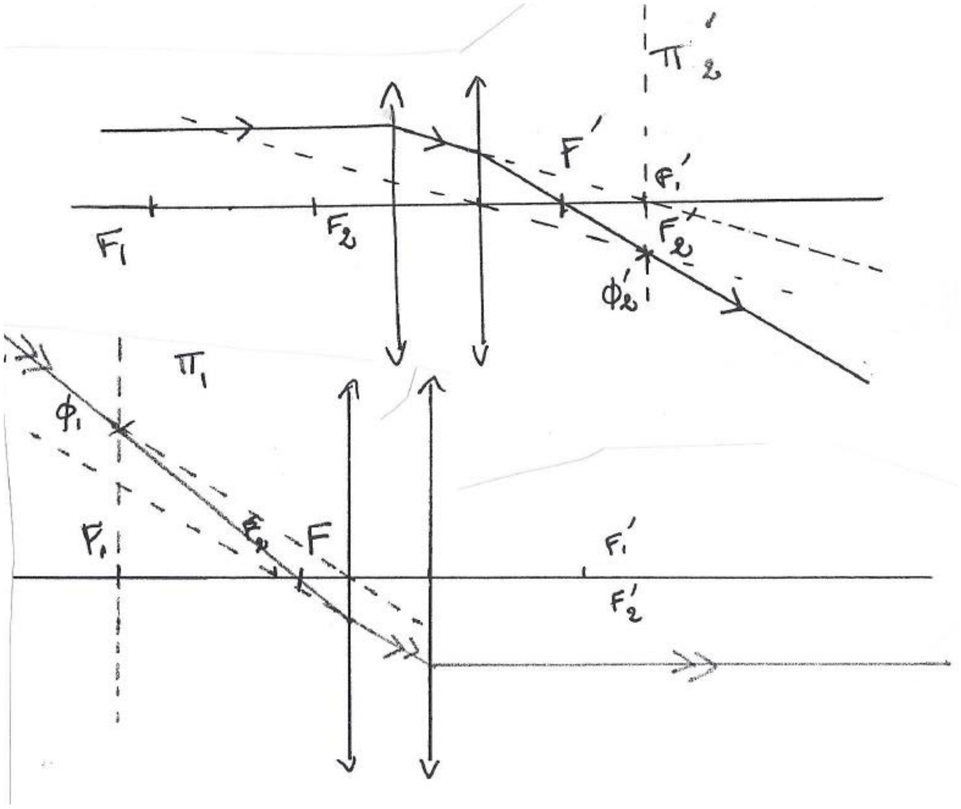
De plus, $\overline{F_2F'_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = f_2' + f_1' - e = \Delta$

- **Foyer objet F du doublet :** par définition, F a pour image A'∞,

soit $F \overset{\mathcal{L}_1}{\rightarrow} A_1 \overset{\mathcal{L}_2}{\rightarrow} A'_\infty$, or par définition $F_2 \overset{\mathcal{L}_2}{\rightarrow} A'_\infty$, soit F tq $F \overset{\mathcal{L}_1}{\rightarrow} F_2$

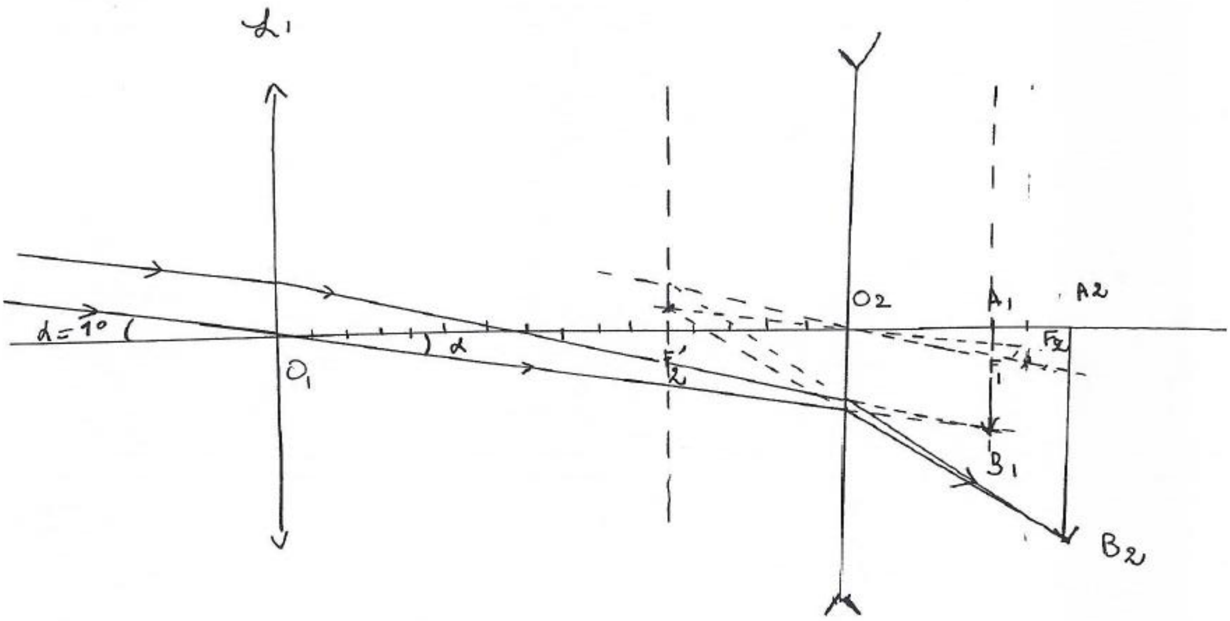
Relation de conjugaison de Newton : $\overline{F_1F}\,.\,\overline{F'1F_2} = -f'^2_1$

De plus, $\overline{F_2F'_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = f_2' + f_1' - e = \Delta$



Exercice 5. marche d'un faisceau à l'infini à travers un doublet de lentilles

1- .



$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2B_2 \qquad \underset{\infty}{A} \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \equiv F_1' \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2$$

d'où $\boxed{\overline{F_2'A_2} = \dfrac{-f_2'^2}{\overline{F_2F_1'}}}$ A.N. : $\overline{F_2'A_2} = 25$ cm

Avec $\overline{F_2F'_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = f_2' + f_1' - e = \Delta = -1 \text{ cm}$ $(e = \overline{O_1O_2} = 16\ cm)$

$\overline{F_2'A_2} = \overline{F_2'O_2} + \overline{O_2A_2} \Rightarrow$ $\overline{O_2A_2} = \overline{F_2'A_2} + \overline{O_2F_2'} = \overline{F_2'A_2} + f_2'$

A.N. : $\overline{O_2A_2} = 20$ cm

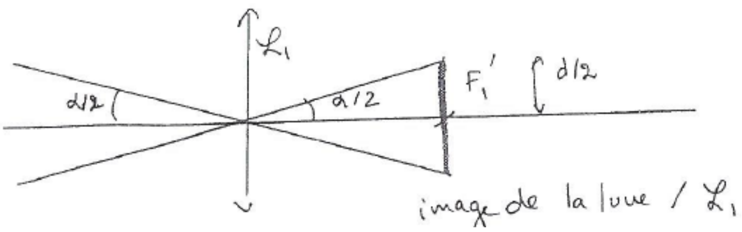
Dimensions : $\tan(\alpha) = -\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1A_1}} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{-\tan(\alpha)f_1'} = \frac{f_2'}{\overline{F_2A_1}}$

Finalement, $\boxed{\overline{\boldsymbol{A_2B_2}} = \frac{\boldsymbol{f_1'f_2'}\mathbf{tan}\,(\alpha)}{-\overline{\boldsymbol{F_2A_1}}}}$ A.N. : $\overline{\boldsymbol{A_2B_2}}$ = - 1,745 cm

Avec $\overline{F_2A_1} = \overline{F_2F'_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = f_2' + f_1' - e = \Delta = -1 \text{ cm}$ $(e = \overline{O_1O_2} = 16\ cm)$

Exercice 6. Lunette astronomique ⋆⋆ mettre en indispensable

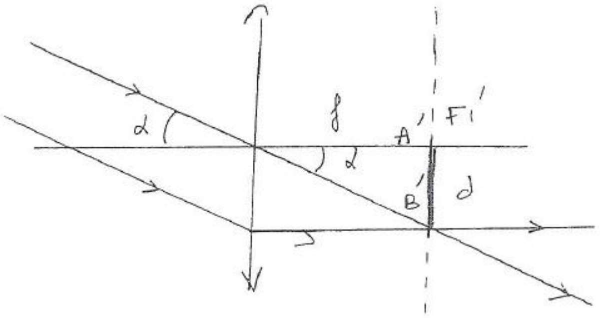
1) a)



$\tan\frac{\alpha}{2} \simeq \frac{\alpha}{2} \simeq \frac{d/2}{f}$

$\Rightarrow \boxed{d \simeq \alpha f}$

ou



$\tan \alpha \simeq \alpha \simeq \frac{d}{f} \Rightarrow \boxed{d \simeq \alpha f}$ $\quad$ A.N. : $d \simeq 1{,}6$ cm

b) $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ avec $\overline{OA} = -D_{TL}$ et $= -382.10^6$ m

$\overline{OA'} = \overline{OF_1'} = f = 1{,}78$ m

D'où $\boxed{\gamma = -\frac{f'}{D_{TL}}}$ A.N. : $\gamma = -4{,}6.10^{-9}$

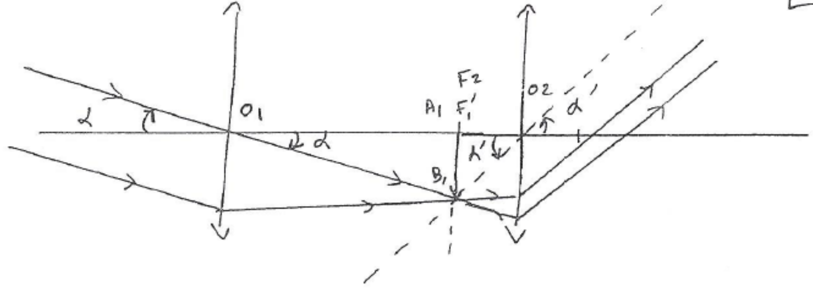
2) On a $\overline{O_1O_2} = f + f' = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2O_2} = f' + f + \overline{F_1'F_2}$

d'où $\boxed{\overline{F_1'F_2} = 0}$ les 2 foyers sont confondus.

Le système est dit afocal car l'image d'1 objet à l'∞ se forme en F_1' par la $\mathcal{L}_1$, donc en F_2, donc l'image finale par $\mathcal{L}_2$ se forme à l'∞ : $\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' \equiv F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \infty$

Intérêt : l'œil observe sans accommodation donc sans fatigue l'image d'objets très lointains.

3)



$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ avec $\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$ et $\tan \alpha' \simeq \alpha' \simeq \frac{A_1B_1}{f_2'}$

d'où $\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$

Rmq : grossissement algébrique : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ avec α' et α algébriques

$\alpha' = \frac{-\overline{A_1B_1}}{f'_2}$ et $\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{f'_1}$ d'où $\boxed{G = -\frac{f'_1}{f'_2}}$ $G<0$: image renversée.

A.N. :

f'	75 mm	28 mm	12 mm	5 mm
$G = f/f'$	23,7	63,6	148,3	356

Exercice 7. De l'œil aux lunettes

1) Accomodation : déformation du cristallin entrainant une modification de sa distance focale, permettant à l'oeil de voir net des points objets situés à différentes distances (l'image se formant sur la rétine à distance fixe du cristallin).

Le point le plus éloigné qu'un oeil est capable de voir nettement est le PR ou Punctum Remotum, le point le plus proche est le PP ou Punctum Proximum.

Pour voir un objet au PR : pas d'accomodation de l'oeil, distance focale f'_{max} maximale ; pour voir un objet au PP : accomodation maximale, distance focale minimale.

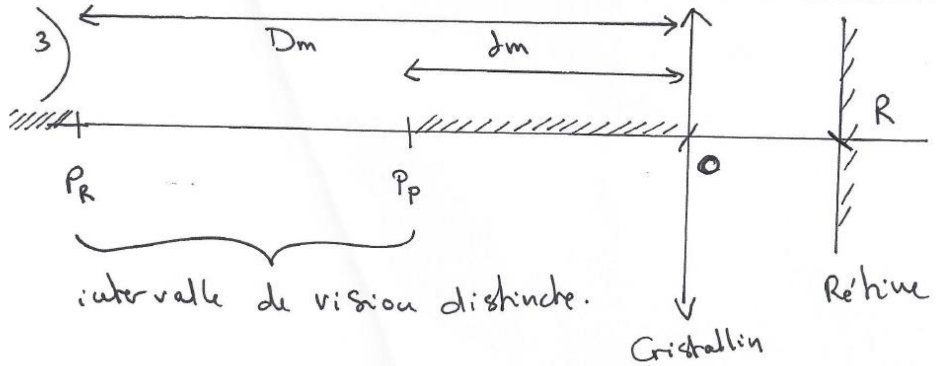
(vision d'un objet au PR : sans accomodation = sans efforts)

① un point n'est PAS 1 distance !! $P_R \neq D_m$!!

2) $\boxed{D_m = \overline{P_R O}}$ et $\boxed{d_m = \overline{P_p O}}$ avec O centre optique du cristallin.

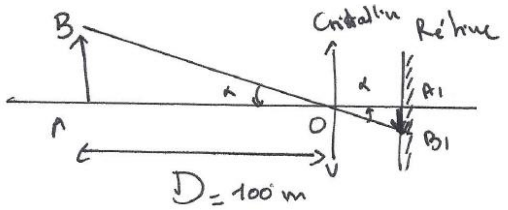
⚠ aux signes !

3)



B) L'œil emmétrope et son vieillissement

4)



Pouvoir de séparation = angle α le plus faible entre 2 points que l'œil est capable de distinguer (format. des images sur deux cellules rétiniennes ≠, ou entre 2 points de la rétine séparés par 1 distance ≥ à la taille d'1 cellule rétinienne).

⚠ $\tan\alpha = \alpha$ ssi α en radians !!

On a $\tan\alpha \simeq \alpha = \dfrac{\overline{AB}}{D}$ soit $\boxed{\overline{AB} = \alpha D}$

α en radians

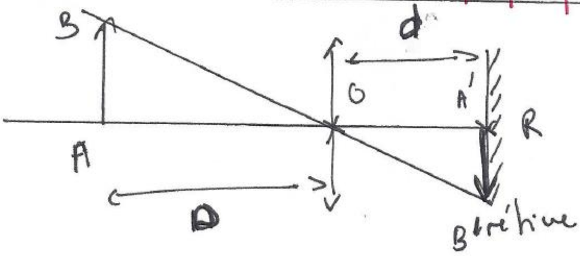
A.N. : $\overline{AB} \simeq 30$ mm

Bien vérifier la cohérence physique du résultat trouvé !

(1 minute d'arc $= \dfrac{1}{60}\,°$ et π radians ⟷ 180°)

$1' = \dfrac{1}{60}\,°$ et $1'' = \dfrac{1}{60}\,'$ à connaître.

5)



Objet à la distance D : on a $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

soit $\frac{1}{d} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f'} = \frac{d+D}{dD} = V$

avec pour $D = D_m$, $f' = f'_{max}$ et $V = \frac{1}{f'_{max}} = V_{min}$

$D = d_m$, $f' = f'_{min}$ et $V = \frac{1}{f'_{min}} = V_{max}$

d'où $\boxed{V_{min} = \frac{\cancel{d+}D_m}{d\,D_m}} = \frac{1}{d}$ $\boxed{V_{max} = \frac{d+d_m}{d\,d_m}}$

A.N. : $\underline{\underline{V_{min} = 1/d = 66,7\ \delta}}$ $\underline{\underline{V_{max} = 70,7\ \delta}}$

⚠ Fournir les expressions littérales détaillées !

---

6) a) Presbytie (liée à 1 perte de souplesse du cristallin)

⚠ orthographe !

b) La distance D_m ne variant pas, on a $V_{min} = 66,7\ \delta$ et V_{max} qui diminue :

⚠ $V \neq \Delta V$! Bien lire l'énoncé. (ΔV : puissance d'accomodation)

$V_{max} = V_{min} + \Delta V = \frac{d+d_m}{d\,d_m} \iff d_m\left[d\left(V_{min}+\Delta V\right)\right] = d + d_m$

$\iff d_m\left[d\left(V_{min}+\Delta V\right) - 1\right] = d \iff$

$\boxed{d_m = \frac{d}{d\left(V_{min}+\Delta V\right) - 1}}$

A.N. :

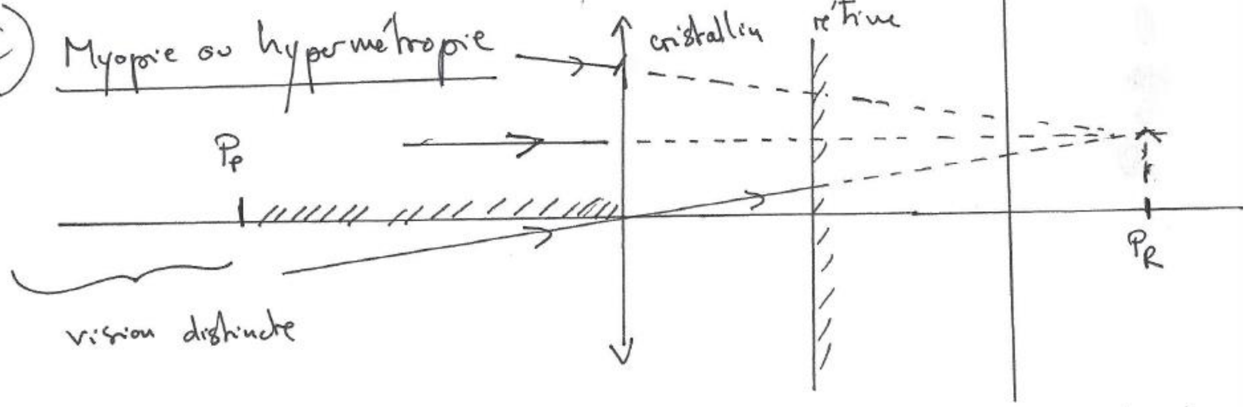
Age	ΔV	d_m
33 ans	4,5 δ	22 cm
45 ans	1 δ	1 m
70 ans	0,25 δ	4 m

Oeil "normal" classique : $\underline{d_m = 25\text{ cm}}$, oeil d'environ

35 ans

C) Myopie ou hypermétropie

7)



8) Objet au P_R = objet virtuel ; il ne s'agit pas d'un objet situé "derrière l'oeil" au sens usuel du terme, mais ds le sens où les rayons arrivant sur le cristallin convergeraient derrière ce cristallin en son absence, ou encore, signifie que l'oeil doit accomoder pour voir un objet à l'∞.

9) Oeil hypermétrope, avec un P_P "très" éloigné et la nécessité d'accomoder à l'infini, le P_R étant "derrière" l'infini.
(L'oeil n'accomode pas pour voir un objet situé au P_R)

vision avec fatigue.

10) Oeil qui accomode au maximum : objet au P_P, image sur la rétine, soit $\overline{OA'} = d$

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{\overline{OP_P}} = \frac{1}{f'_{min}} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{f'_{min}} = \frac{\overline{OP_P} - d}{d\,\overline{OP_P}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f'_{min} = \frac{d\,\overline{OP_P}}{\overline{OP_P} - d}}$$

A.N. : $f'_{min} = 1{,}4$ cm

Oeil qui accomode au minimum : objet au P_R, image sur la rétine ($\overline{OA'} = d$) d'où $\frac{1}{d} - \frac{1}{\overline{OP_R}} = \frac{1}{f'_{max}}$

$$\Leftrightarrow \boxed{f'_{max} = \frac{d\,\overline{OP_R}}{\overline{OP_R} - d}}$$

A.N. : $f'_{max} = 1{,}5$ cm

C) Ordonnance pour l'opticien

11) On a $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$ avec $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'_{éq}}$

et $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'_1}$ et $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA_1}} = \dfrac{1}{f'_2}$ Soit

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'_{éq}}$$ d'où $\boxed{f'_{éq} = \dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2}}$

---

12) Correction de la vision de loin (Zone R) :

On veut $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}} A'$ avec A à l'infini donc A_1 en F'_1
et A_1 au P_R non corrigé ;
A' sur la rétine

soit $A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 = P_R \xrightarrow{\mathcal{L}} A'$

soit $\overline{OF'_1} = \overline{OP_R} = f'_{1,R} = 1{,}11\ \text{m}$

Correction de la vision de près (Zone P) :

On veut $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}} A'$ A' sur la rétine
A_1 au P_P non corrigé (hypermétrope)
A au P_P de l'œil emmétrope

Soit $\overline{OA_1} = \overline{OP_P} = -32{,}3\ \text{cm}$

$\overline{OA} = \overline{OP}_{P,\text{normal}} = -25\ \text{cm}$

d'où $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'_{1,P}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\overline{OP}_{P,\text{hyperm.}}} - \dfrac{1}{\overline{OP}_{P,\text{normal}}} = \dfrac{1}{f'_P}$

$\Leftrightarrow \boxed{f'_P = \dfrac{\overline{OP}_{P,\text{normal}} \cdot \overline{OP}_{P,\text{hyperm}}}{\overline{OP}_{P,\text{normal}} - \overline{OP}_{P,\text{hyperm.}}}}$ A.N. : $f'_P = 1{,}106\ \text{m}$

$\simeq 1{,}11\ \text{m}$

13) Les deux corrections sont extrêmement proches et correspondent à des lentilles convergentes.