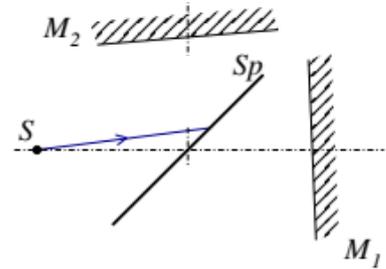


■ APPLICATIONS DE COURS

Exercice 1. Construction des sources secondaires



- 1- Construire les rayons de sortie correspondant au rayon incident dessiné sur la figure suivante en exploitant les images miroirs multiples et successives du point source S . On notera S' l'image de S par la séparatrice Sp , S_2 l'image de S' par le miroir \mathcal{M}_2 , S_1 l'image de S par le miroir \mathcal{M}_1 et S_1' l'image de S_1 par la séparatrice Sp
- 2- D'où semblent-ils provenir les rayons ayant suivi les chemins 1 (après réflexion sur \mathcal{M}_1) et 2 (après réflexion sur \mathcal{M}_2) ?

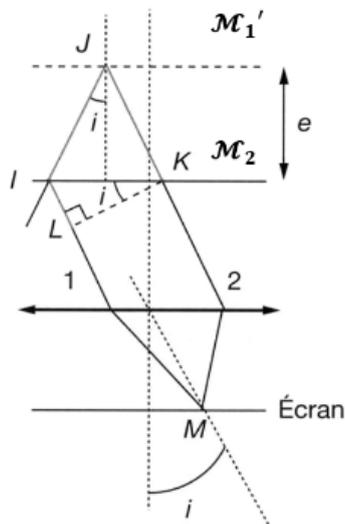
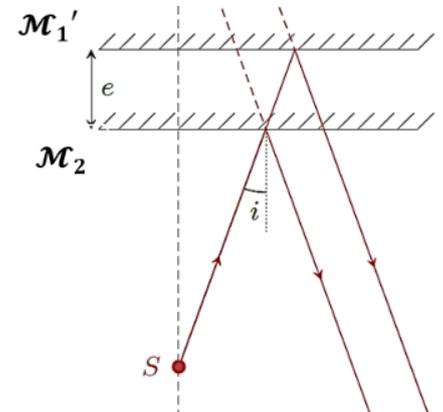


Exercice 2. Différence de marche à l'infini pour un réglage en lame d'air



On étudie la différence de marche entre les deux chemins pour un rayon arrivant avec un angle d'incidence i sur les miroirs (angle i par rapport à l'axe du montage), voir schéma ci-contre à droite.

- 1- En vous appuyant sur ce schéma de droite, montrer que la différence de marche entre les deux rayons vaut $\delta(M) = 2n_{air}e\cos(i)$. On ajoutera les points nécessaires au calcul ainsi que l'angle i .



- 3- Retrouver ce résultat à l'aide d'une seconde méthode de calcul qui s'appuie sur le second schéma de gauche.
- 4- Donner les expressions de l'ordre d'interférence et de l'intensité en un point M quelconque pour un rayon avec un angle d'incidence i .
- 5- En raisonnant sur l'origine des différents rayons convergeant en M, expliquer que la figure d'interférences soit désormais très lumineuse et très contrastée (sans brouillage).

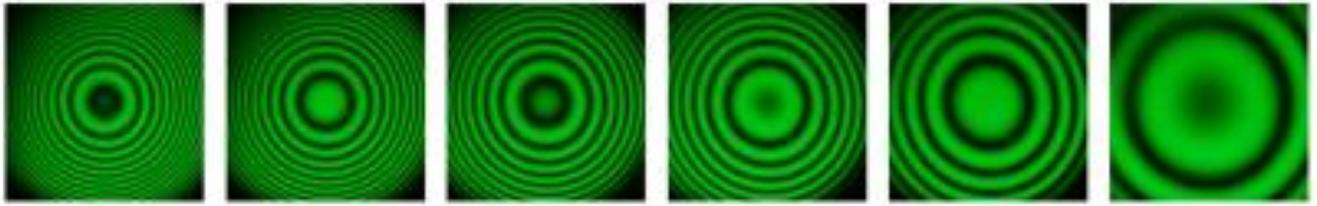
Exercice 3. Étude des anneaux d'égal inclinaison en lame d'air



L'objectif de cet exercice est d'expliquer de manière quantitative l'allure de la figure d'interférences obtenue en lame d'air, observée dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f' . La source est supposée monochromatique. L'épaisseur de la lame d'air est notée e . On note R le rayon de la figure d'interférences (ensemble des anneaux visibles).

- 1- Calculer l'ordre d'interférence p_c au centre de l'écran. Comment évolue l'ordre d'interférence lorsqu'on s'éloigne du centre de l'écran ?
- 2- Exprimer le rayon r_p de l'anneau correspondant à un ordre d'interférence égal à p . Comment évolue les rayons des anneaux au fur et à mesure que l'on s'écarte du centre ? Que peut-on dire de l'interfrange d'une telle figure ?

- 3- Cette série de photos de l'écran d'observation a été obtenu en faisant varier l'épaisseur e de la lame d'air (il ne s'agit pas d'un zoom). Indiquer dans quel sens on a fait varier cette épaisseur e .



- 4- À quel endroit de l'écran l'ordre d'interférences est-il le plus élevé ? Exprimer sa valeur p_{max} . Même question pour l'ordre le plus faible.
- 5- Combien d'anneaux peut-on observer sur l'écran ? Qu'observe-t-on au contact optique, c'est-à-dire pour $e = 0$?
- 6- Comment évolue le rayon d'un anneau d'ordre p fixé lorsque l'épaisseur de la lame d'air diminue ? Comment évolue l'ordre au centre ?

Exercice 4. Résolution spectrale du doublet du sodium (E. Thibierge)  |  2 |  2

Le spectre d'émission du sodium se compose d'un unique doublet jaune dont les raies ont même luminosité et des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . Par spectroscopie à réseau, on peut mesurer avec une bonne précision sa longueur d'onde moyenne $\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ à $\lambda_0 = 589,3 \pm 0,1$ nm, mais cette précision correspond à une mauvaise précision relative pour l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ qui ne peut qu'être estimé à $0,6 \pm 0,1$ nm. Pour améliorer la précision relative sur la mesure de $\Delta\lambda$, on peut utiliser un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur e et mesurer l'éclairement \mathcal{E} au centre des anneaux en y plaçant une photodiode.

- 1- Montrer que l'éclairement reçu par la photodiode s'écrit

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \left[1 + \Gamma(e) \cos \frac{4\pi e}{\lambda_0} \right]$$

où $\Gamma(e)$ est une fonction à définir. Que représente-t-elle physiquement ?

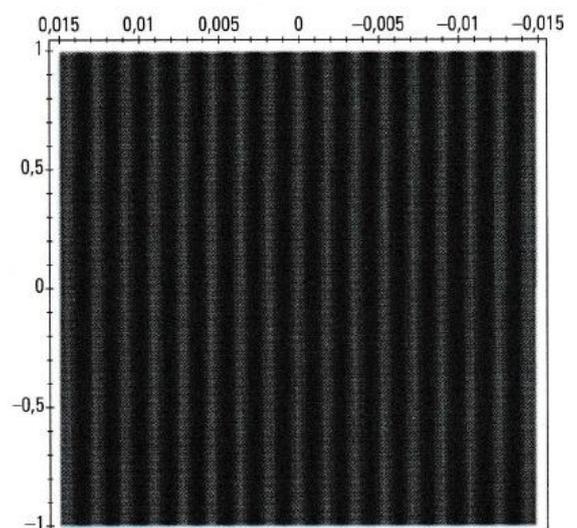
- 2- En déduire qu'en chariotant le miroir mobile de l'interféromètre, on observe périodiquement des interférences de très bon et de très mauvais contraste, appelées coïncidences et anticoïncidences.
- 3- À l'aide du vernier, on mesure qu'il faut chariotter le miroir de 0,29 mm pour passer d'une anticoïncidence à la suivante. En déduire l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$.

Exercice 5. Michelson en coin d'air et interférence

L'interféromètre de Michelson étant convenablement réglé, en projection sur un écran on obtient les franges du coin d'air pour la lumière verte du mercure de longueur d'onde $\lambda_0 = 546$ nm (la graduation des échelles est en mètre).

La lentille de projection, convergente et de focale 20 cm, est placée à 30 cm du miroir (M_1) et à 60 cm de l'écran.

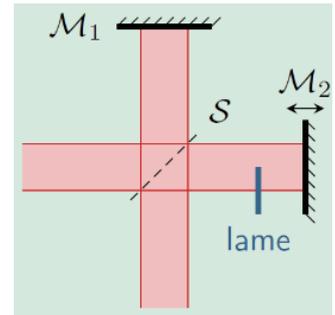
En déduire l'angle entre les miroirs.



Exercice 6. Mesure de l'indice d'une lame de verre (E. Thibierge)

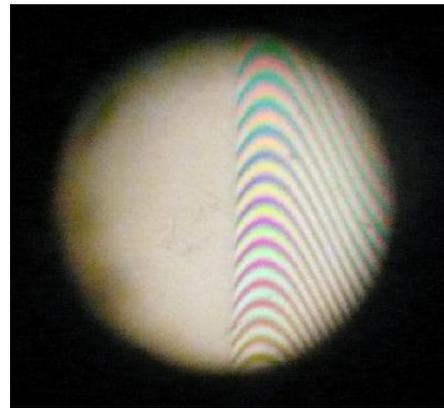
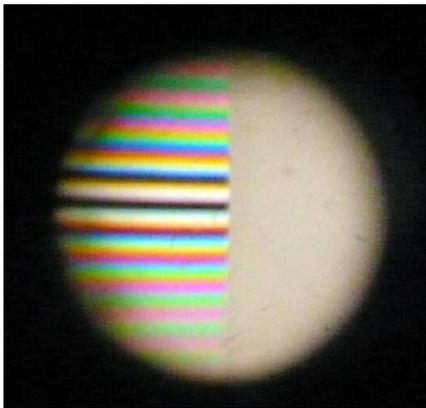


Considérons un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé en lumière blanche. On interpose une lamelle de microscope dans le bras ② de l'interféromètre de telle sorte qu'elle ne recouvre que la moitié du faisceau. Cette lamelle a une épaisseur $e = 0,16$ mm mesurée au palmer, et on cherche à déterminer son indice n .



Partant des franges de lumière blanche côté air (photo de gauche), le miroir mobile \mathcal{M}_2 est translaté jusqu'à les retrouver côté lame de verre (photo de droite). On lit sur le vernier qu'il a été déplacé de $\Delta x = 80$ μm pendant l'opération.

On note δ_a la différence de marche entre le rayon passant par la voie ① et celui passant par la voie ② côté air, sans traverser la lame ; et δ_ℓ celle entre le rayon passant par la voie ① et le rayon traversant la lame sur la voie ②.



- 1 - Exprimer la différence de chemin optique δ_ℓ en fonction de δ_a , n et e .
- 2 - Dans la première situation, les franges sont observées côté air. Que vaut δ_a sur la frange centrale ? En déduire δ_ℓ .
- 3 - Dans la seconde situation, les franges sont observées côté lame. Le miroir \mathcal{M}_2 a-t-il été rapproché ou éloigné de la séparatrice ? Que vaut δ'_a ? Que vaut δ'_ℓ ?
- 4 - Conclure sur la valeur de n .

EXERCICES

Exercice 7. Nombre d'anneaux visibles



La lumière issue d'une source monochromatique est concentrée sur les miroirs d'un interféromètre réglé pour observer des anneaux à l'infini. La lentille permettant de concentrer la lumière sur l'interféromètre de Michelson est placé à environ 15 cm des miroirs et son diamètre est égale à 6 cm.

Depuis la position du contact optique, on estime qu'environ 100 anneaux ont défilé au centre.

Combien d'anneaux au maximum est-il possible d'observer ?

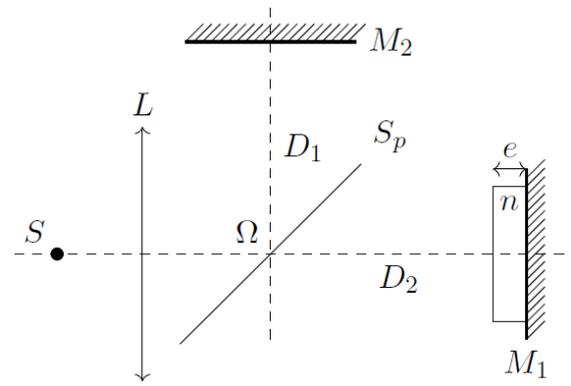
Exercice 8. Interféromètre de Michelson et lame de verre (J. Kieffer)



Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air à faces parallèles. La source (S), non ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ , est placée au foyer d'une lentille convergente (\mathcal{L}). On désigne par Ω

le point de rencontre des axes optiques de l'appareil, par D_1 et D_2 les distances de Ω aux miroirs \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 respectivement.

Une lame de verre à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur e , est placée contre le miroir \mathcal{M}_2 . (Pour la lumière allant vers \mathcal{M}_2 , on ne considère que la lumière réfléchi sur le miroir, parce que le coefficient de réflexion air-verre est assez faible.)



- 1- Calculer la différence de marche, pour les interférences à l'infini, entre les rayons réfléchis par les miroirs \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 . (On notera i l'angle d'incidence, r l'angle réfracté, et $D_2 - D_1 = e'$).
- 2- En supposant que i reste faible, montrer qu'il faut avoir $e' > 0$ pour que les anneaux à l'infini laissent place à une teinte plate. Quelle est la valeur de la différence de phase correspondante ?

Exercice 9. Spectroscopie par transformée de Fourier (oral banque PT)  2 |  1

On considère un interféromètre de Michelson en lame d'air, éclairé par une lampe au mercure dont on isole par un filtre la raie verte de longueur d'onde λ .

- 1 - Représenter l'interféromètre et préciser la localisation des franges. Justifier qu'il s'agit d'anneaux.
- 2 - On déplace le miroir mobile de 2λ . Qu'observe-t-on ?

Le miroir mobile est motorisé, et se déplace avec une vitesse constante $v_0 = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On place un photodétecteur au centre de la figure d'interférences, il renvoie une tension image de l'éclairement de la forme

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega t + \varphi)$$

- 3 - Justifier l'expression de u et exprimer ω en fonction de v_0 et λ .
- 4 - On décide de numériser le signal. Quelle précaution faut-il prendre ?
- 5 - Une transformée de Fourier numérique de u donne un pic à la fréquence $f = 3,7 \text{ Hz}$. En déduire λ .

Exercice 10. Étude la raie verte du mercure (inspiré oral banque PT, E. Thibierge)  |  2 |  2

On dispose d'un interféromètre de Michelson, éclairé par une lampe à vapeur de mercure suivie d'un filtre vert permettant d'isoler la raie verte ($\lambda = 546 \text{ nm}$). La bande passante du filtre est supérieure à la largeur de la raie verte.

- 1 - Représenter le dispositif permettant d'observer une telle figure d'interférences, incluant le dispositif d'éclairage et de projection.
- 2 - Exprimer l'ordre d'interférence en fonction de l'angle d'incidence i des rayons sur les miroirs et de l'épaisseur e de la lame d'air.
- 3 - Montrer qu'un anneau de rayon r sur l'écran a pour ordre

$$p = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2f^2} \right)$$

- 4 - En déduire le nombre d'anneaux brillants visibles dans une figure d'interférence de rayon R .
- 5 - Les deux clichés de la figure 1 ont été obtenus avec la même lentille de projection. Quel réglage a été modifié lors du passage du cliché de gauche à celui de droite ? Comment les anneaux ont-ils évolué ? On pourra raisonner à $p = cte$.

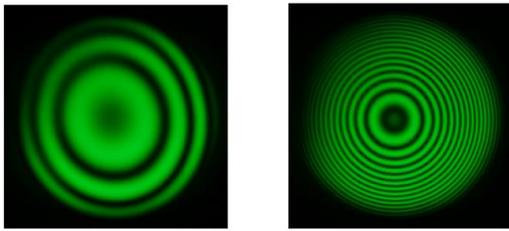


Figure 1 – Figures d'interférences.

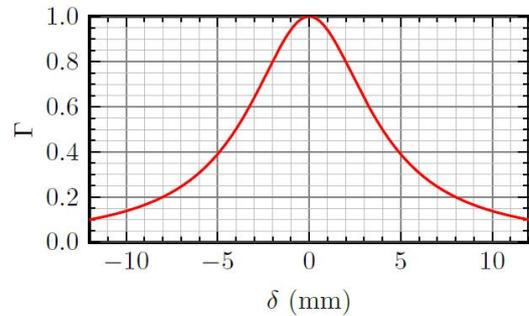


Figure 2 – Acquisition du contraste.

Un dispositif d'acquisition numérique permet d'enregistrer le contraste Γ de la figure d'interférences en fonction de la différence de marche δ pour une large gamme de différences de marche. La courbe obtenue est représentée figure 2. On définit conventionnellement la longueur de cohérence temporelle L_C comme la différence de marche pour laquelle le contraste est divisé de moitié par rapport à sa valeur maximale.

6 - Exprimer la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la raie en fonction de la longueur de cohérence temporelle L_C . Estimer sa valeur numérique.

Exercice 11. Angle du coin d'air  1 |  1

Un interféromètre de Michelson est réglé pour observer les franges du coin d'air.

On voit une quarantaine de franges rectilignes sur les 1,5 cm de largeur du miroir. En déduire une estimation de l'angle α du coin d'air que forment les deux miroirs.

Que se passe-t-il si on augmente α ?

Exercice 12. Mesure expérimentale de l'indice d'un gaz (oral banque PT)  2 |  1

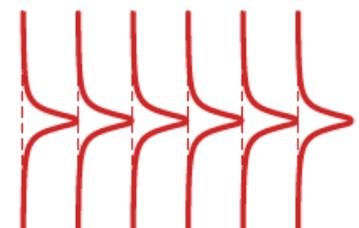
On souhaite mesurer l'indice optique d'un gaz en utilisant un interféromètre de Michelson. On dispose d'un laser, d'un condenseur, de polariseurs, de diaphragmes à iris, d'un écran, et de quatre lentilles de focales respectives 20 cm, 100 cm, 5 cm et -30 cm.

1 - Schématiser le montage permettant d'obtenir des raies lumineuses. Comment se nomme la configuration de l'interféromètre ?

2 - Où les franges sont-elles observables ? Pourquoi parle-t-on de « franges localisées » ?

3 - La distance entre les miroirs et l'écran est égale à 2 m. En déduire la lentille à utiliser et sa position.

Les miroirs forment un angle α . On rappelle que la différence de chemin optique vaut $\delta(x) = 2\alpha x$, avec x l'abscisse mesurée par rapport à l'axe d'intersection des miroirs. On fait alors passer un flux de gaz de diamètre 1 mm entre la séparatrice et l'un des miroirs, perpendiculairement au trajet des rayons lumineux. Les franges prennent l'allure ci-contre.



4 - Déterminer la nouvelle différence de chemin optique δ' . En déduire l'écart Δn entre l'indice du gaz et celui de l'air.

EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 13. Anneaux de Haidinger (J. Kieffer)  2 |  2

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par la raie verte de la lampe à vapeur de mercure de longueur d'onde $\lambda = 546,1 \text{ nm}$.

On appellera \mathcal{M}_1 le miroir mobile et \mathcal{M}_2 le miroir fixe. L'épaisseur e de la lame d'air constituée est $e \approx 1 \text{ mm}$.

- 1- Décrire un tel interféromètre.
- 2- En admettant qu'il y ait au centre un maximum d'intensité lumineuse, calculer les rayons des 4 premiers anneaux brillants dans le plan focal d'un objectif de focal 1 m.
- 3- Calculer la longueur d'onde λ' qui provoquerait un déplacement des anneaux d'une frange vers l'extérieur de la figure. Que pensez-vous de la valeur trouvée?

On éclaire maintenant avec uniquement la raie verte du mercure l'interféromètre réglé au contact optique.

- 4- Décrire la figure d'interférences.

En fait, à la suite d'une mauvaise manipulation, le miroir \mathcal{M}_2 présente une légère déformation au niveau de son centre. Cette déformation est modélisée par une calotte sphérique de rayon $R = 10 \text{ m}$.

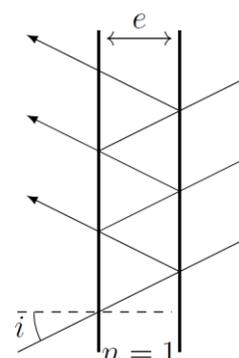
- 5- Expliquer pourquoi la figure d'interférences est à nouveau constituée d'anneaux. Calculer les rayons des 4 premiers anneaux brillants.

Exercice 14. Interféromètre de Fabry-Pérot  2 ou 3 |  2 ou 3

L'interféromètre de Pérot et Fabry est formé de deux lames de verre, distantes de e , dont les surfaces ont été traitées pour être semi-réfléchissantes.

Le coefficient de réflexion (en amplitude) sur les faces traitées est noté r (supposé réel), et on pose $r^2 = R$ avec R proche de 1, de sorte qu'il faut tenir compte de tous les rayons transmis.

On suppose que l'interféromètre est éclairé en lumière monochromatique (longueur d'onde λ), par une source étendue. L'observation se fait par transmission et à l'infini, dans le plan focal d'une lentille convergente (distance focale f').



- 1- Pour un angle d'incidence i , montrer que l'intensité sur l'écran peut se mettre sous la forme :

$$I = \frac{I_0}{1 + m \sin^2(\varphi/2)}$$

Déterminer m et φ en fonction de R, e, i et λ . Pour quelles valeurs de φ a-t-on $I = I_0$? Qu'observe-t-on sur l'écran?

- 2- On note $p = \frac{\varphi}{2\pi}$ l'ordre d'interférence. Soit p_0 l'ordre au centre de la figure d'interférence (supposé entier dans toute la suite). Montrer que les anneaux correspondant à l'ordre $p_0 - q$ ont un rayon proportionnel à $q^{1/2}$.
- 3- Tracer $I(\varphi)$, puis $I(\rho)$, où ρ est sur l'écran d'observation la distance d'un point au centre de la figure d'interférence. On prendra $R = 0,5$, puis $R = 0,8$, puis $R = 0,99$.
- 4- Exprimer le contraste C en fonction de R . Comment évolue C avec R ?
- 5- Dans le cas où R est assez proche de 1, déterminer la largeur à mi-hauteur $\Delta\varphi$ de la courbe $I(\varphi)$ au voisinage d'un maximum d'intensité, et la largeur $\Delta\rho$ correspondante de la courbe $I(\rho)$. Commenter.
- 6- On suppose que la source comporte deux longueurs d'onde très proches λ et $\lambda + \delta\lambda$. Pour un même ordre d'interférence p , elles donnent un maximum d'intensité pour deux valeurs proches ρ et $\rho + \delta\rho$. Déterminer $\delta\rho$ en fonction de f, p, e, ρ et $\delta\lambda$.

- 7- A quelle condition liant $\Delta\rho$ (largeur à mi-hauteur) et $\delta\rho$ verra-t-on distinctement les deux raies sur l'écran? Montrer que cette condition se traduit par $\frac{\lambda}{\delta\lambda} < \mathcal{R}$ où \mathcal{R} est le pouvoir de résolution de l'appareil, que l'on calculera en fonction de R et p , puis en fonction de R , e et λ .
- 8- A.N. : les deux raies du sodium (telles que $\lambda = 589,0$ nm et $\delta\lambda = 0,6$ nm) sont-elles séparées pour $R = 0,9$ et $e = 0,05$ mm? Pour $R = 0,7$ et $e = 0,02$ mm ?