

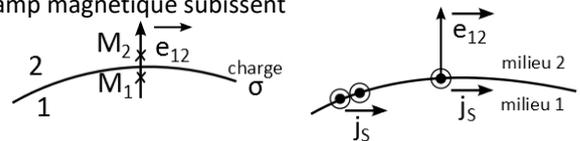
■ Au programme des exercices

- Chapitre OND4 : Réflexion des ondes électromagnétiques sur des conducteurs parfaits en incidence normale
- Chapitre OND5 : Dipôle électrique oscillant
- Chapitres OPT1 et 2 : Modèle scalaire de la lumière et superposition de deux ondes
- Chapitre OPT3 : Interférences par division du front d'onde (attention ! les notions d'étendue spectrale de la source et de cohérence temporelle ne sont pas encore au programme)

■ Questions de cours

1. ♥ On considère une OemPPH de champ $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$ se propageant dans le vide et arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$.

Rappel des relations de passage : Le champ électrique et le champ magnétique subissent des discontinuités finies à la traversée d'une surface chargée : $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_{12}$ ou d'une nappe de courant surfacique : $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_{12}$.



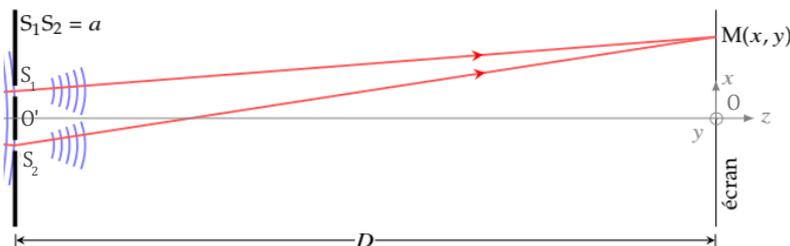
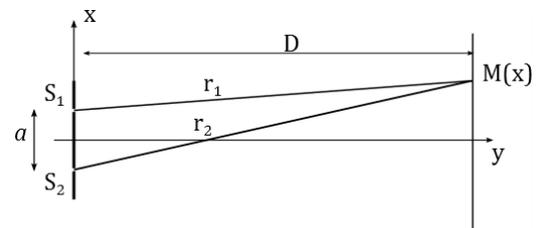
Déterminer les expressions des champs électrique et magnétique réfléchis, puis les expressions et les caractéristiques des champs électrique et magnétique de l'onde résultante.

2. ** On considère une OemPPH de champ $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$ et $\vec{B}_i = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$ se propageant dans le vide et arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$. Le champ réfléchi est $\vec{B}_r(x, t) = B_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_z$. On rappelle la relation de passage pour le champ magnétique : $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_{12}$

Etablir l'expression du courant surfacique \vec{j}_s généré à la surface et commenter le résultat obtenu.

3. ♥ Etablir les positions des nœuds et des ventres (conducteur parfait en $x \geq 0$) pour une onde électromagnétique stationnaire telle que $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$,
4. Après réflexion sur un conducteur parfait situé en $x = 0$, on obtient une onde électromagnétique stationnaire caractérisée par les champs $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$ et $\vec{B}(x, t) = 2 \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_z$. Déterminer les moyennes temporelles de la densité volumique d'énergie présente dans l'espace vide ainsi que du vecteur de Poynting. Commenter.
5. ♥ ♥ On considère une cavité résonante de longueur L fermée par deux conducteurs parfaits en $x = 0$ et en $x = L$. On cherche les solutions à l'équation de d'Alembert sous la forme $\vec{E}(x, t) = f(x) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y$. Etablir les caractéristiques des modes propres en rappelant le lien entre les différentes grandeurs caractéristiques.
6. ♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant : $\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$ et $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\phi$. Rappeler le domaine de validité de ces expressions, vérifier leur homogénéité et discuter les différentes propriétés de ces champs.
7. ♥ ♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant : $\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$ et $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\phi$. Etablir l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé ainsi que son intensité $I(M) = \langle \|\vec{\Pi}(M, t)\| \rangle$.

8. Modèle des trains d'onde, temps de cohérence, lien avec la largeur spectrale de la source, longueur de cohérence. La raie verte du mercure a une longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$ et une largeur $\Delta\lambda = 2.10^{-2} \text{ nm}$ dans une lampe haute pression. Déterminer son temps de cohérence et le nombre de périodes contenues dans un train d'onde.
9. ♥ Soient 2 sources S_1 et S_2 ponctuelles et monochromatiques émettant les signaux $s_1(S_1, t) = s_{01}(S_1) \cdot \cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2, t) = s_{02}(S_2) \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2})$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse totale en un point M du champ d'interférence et rappeler sans démonstration complète les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences.
10. Etablir la formule de Fresnel des interférences pour la superposition de deux signaux harmoniques cohérents.
11. ♥ ♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer les intensités maximale, minimale et moyenne. Donner en justifiant les conditions d'obtention de franges sombres et brillantes sur le déphasage puis sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.
12. ♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer l'expression du contraste après l'avoir défini ; à quelle condition sur I_1 et I_2 a-t-on un contraste maximal, minimal ? à quoi correspond la notion de brouillage ? Exprimer l'intensité totale en faisant apparaître le contraste et l'intensité moyenne.
13. ♥ Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas du dispositif classique des trous d'Young, la source primaire monochromatique étant située sur la médiatrice des trous et l'écran d'observation, parallèle au plan percé des deux trous, étant à grande distance D du plan des trous. On se placera dans un milieu d'indice n_0 homogène. Justifier la forme des franges alors observées.
14. ♥ ♥ Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas du dispositif classique des trous d'Young (milieu d'indice n_0) pour une source primaire sur la médiatrice des trous.



En déduire l'expression de l'ordre d'interférence et du déphasage. Rappeler la définition de l'interfrange et établir son expression

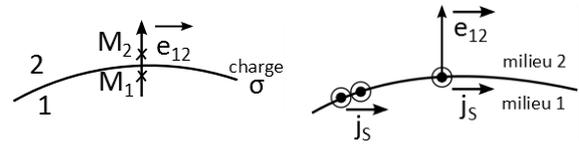
15. ♥ ♥ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.
16. ♥ ♥ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?
17. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue
18. Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité par chacune des sources : $I_0 = I'_0$. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance

D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.

■ Questions de cours avec éléments de réponses

1. ❤ On considère une OemPPH de champ $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$ se propageant dans le vide et arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$.

Rappel des relations de passage : Le champ électrique et le champ magnétique subissent des discontinuités finies à la traversée d'une surface chargée : $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_{12}$ ou d'une nappe de courant surfacique : $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_{12}$.



Déterminer les expressions des champs électrique et magnétique réfléchis, puis les expressions et les caractéristiques des champs électrique et magnétique de l'onde résultante.

- a. *Onde incidente : OPM* : Relation de structure : $\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ d'où $\vec{B}_i(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$
avec $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Conducteur parfait : $\vec{E}(0^+) = \vec{0}$ et $\vec{B}(0^+) = \vec{0}$, soit dans les relations de passage avec $\vec{e}_{12} = \vec{e}_x$:

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_{12} = \vec{0} - \vec{E}(0^-) \quad \Rightarrow \quad \vec{E}(0^-) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x \quad (1)$$

À la limite du conducteur ($x = 0^-$), on a pour les champs incidents : $\vec{E}_i(0^-, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y$ $\vec{B}_i(0^-, t) = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$
Le champ \vec{E}_i ne satisfait pas à la relation de continuité (1), il doit apparaître un champ réfléchi \vec{E}_r se propageant suivant $-\vec{e}_x$ de sorte que $\vec{E}_i + \vec{E}_r$ vérifie cette relation de continuité. Du fait de la linéarité des équations de Maxwell, l'onde réfléchie a la même pulsation ω que l'onde incidente.

Soient \vec{E}_r et \vec{B}_r les champs électrique et magnétique réfléchis. Les relations de passage impliquent :

$$\vec{E}_i(0^-, t) + \vec{E}_r(0^-, t) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x \quad \text{d'où} \quad \vec{E}_r(0^-, t) = -E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$$

- **Champ électrique réfléchi (par exemple méthode complexe) :** on le cherche sous la forme $\vec{E}_r(x, t) = \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y e^{i(\omega t + kx)} + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z e^{i(\omega t + kx)}$

$$\vec{E}_1(x, t) = \vec{E}_i(x, t) + \vec{E}_r(x, t) = \underline{E}_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y + \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y e^{i(\omega t + kx)} + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z e^{i(\omega t + kx)}$$

Soit en $x = 0^-$

$$\vec{E}_1(0^-, t) = \vec{E}_i(0, t) + \vec{E}_r(0, t) = \underline{E}_0 e^{i(\omega t)} \vec{e}_y + \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y e^{i(\omega t)} + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z e^{i(\omega t)} = (\underline{E}_0 \vec{e}_y + \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z) e^{i(\omega t)}$$

Relation de passage en terme de champs complexes $\vec{E}_1(0^-) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$ (1) projetée :

$$\vec{E}_1(0^-, t) = \vec{E}_i(0, t) + \vec{E}_r(0, t) = \underline{E}_0 e^{i(\omega t)} \vec{e}_y + \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y e^{i(\omega t)} + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z e^{i(\omega t)} = (\underline{E}_0 \vec{e}_y + \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z) e^{i(\omega t)}$$

Relation de passage en terme de champs complexes $\vec{E}_1(0^-) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$ (1) projetée :

$$\begin{cases} 0 = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ \underline{E}_0 + \underline{E}_{0ry} = 0 \\ \underline{E}_{0rz} = 0 \end{cases}$$

On a donc $\underline{E}_{0ry} = -\underline{E}_0$ et $\underline{E}_{0rz} = 0$, soit

$$\vec{E}_r(x, t) = \underline{E}_{0ry} \vec{e}_y e^{i(\omega t + kx)} + \underline{E}_{0rz} \vec{e}_z e^{i(\omega t + kx)} = -\underline{E}_0 \vec{e}_y e^{i(\omega t + kx)} = -E_0 \vec{e}_y e^{i(\omega t + kx)}$$

Finalement, $\vec{E}_r(x, t) = -E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_y = E_0 \cos(\omega t + kx + \pi) \vec{e}_y$

Même amplitude et même polarisation mais déphasage de π

■ **Champ magnétique réfléchi** : $\vec{B}_r(x, t) = \frac{(-\vec{e}_x) \wedge \vec{E}_r}{c} = \frac{(-\vec{e}_x) \wedge (-E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_y)}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t + kx) \vec{e}_z$

Le champ magnétique réfléchi a la même amplitude, la **même pulsation** et la même phase que le champ incident.

■ **Champ électrique résultant**

■ **Méthode N°1 : notation complexe**

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y &\rightarrow \underline{\vec{E}}_i(x, t) = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y \\ \vec{E}_r(x, t) = -E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_y &\rightarrow \underline{\vec{E}}_r(x, t) = -E_0 e^{i(\omega t + kx)} \vec{e}_y \end{aligned}$$

Principe de superposition :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = E_0 (e^{i(\omega t - kx)} - e^{i(\omega t + kx)}) \vec{e}_y = E_0 (e^{-ikx} - e^{+ikx}) e^{i\omega t} \vec{e}_y = -2iE_0 \sin(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_y$$

En prenant la partie réelle pour obtenir l'expression du champ réel :

$$\vec{E} = \text{Re}(\underline{\vec{E}}) = \text{Re}(-2iE_0 \sin(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_y) = -2E_0 \sin(kx) \text{Re}(ie^{i\omega t}) \vec{e}_y$$

Or $\text{Re}(ie^{i\omega t}) = \text{Re}[i(\cos \omega t + i \sin(\omega t))] = -\sin(\omega t)$

$$\vec{E} = 2E_0 \sin(kx) \sin(\omega t) \vec{e}_y$$

Méthode N°2 : avec les champs réels

D'après le principe de superposition, $\vec{E}(x, t) = \vec{E}_i(x, t) + \vec{E}_r(x, t)$, soit d'après les résultats obtenus :

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y - E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_y$$

Or $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$ soit ici

$$\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx) = -2 \sin \frac{\omega t - kx + \omega t + kx}{2} \sin \frac{\omega t - kx - \omega t - kx}{2} = -2 \sin(\omega t) \sin(-kx)$$

Soit

$$\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$$

■ **Champ magnétique résultant**

Attention !! une **onde stationnaire (OS)** n'est pas une **OPP** !! \vec{B} ne peut se calculer à l'aide de la relation de structure.

Méthode N°1

$$\vec{B}(x, t) = \vec{B}_i(x, t) + \vec{B}_r(x, t) = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z + \frac{E_0}{c} \cos(\omega t + kx) \vec{e}_z$$

Or $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ soit ici $\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx) = 2 \cos(\omega t) \cos(kx)$

$$\vec{B}(x, t) = 2 \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_z$$

L'onde résultante est une onde stationnaire et non plus une onde progressive.

Méthode N°2 : En exploitant l'équation de Maxwell Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ soit

avec $\underline{\vec{E}}(x, t) = -2iE_0 \sin(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_y$:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\underline{\vec{E}}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & & \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & \\ 0 & & 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -2iE_0 \sin(kx) e^{i\omega t} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & & \\ \frac{\partial}{\partial x} & & \\ 0 & & 0 \end{vmatrix} (-2iE_0 \sin(kx) e^{i\omega t}) = -2ikE_0 \cos(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_z$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow -2ikE_0 \cos(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_z = -i\omega \vec{B}$$

Soit

$$\vec{B} = 2 \frac{k}{\omega} E_0 \cos(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_z = \frac{2E_0}{c} \cos(kx) e^{i\omega t} \vec{e}_z$$

2. ** On considère une OemPPH de champ $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$ et $\vec{B}_i = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$ se propageant dans le vide et arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$. Le champ réfléchi est $\vec{B}_r(x, t) = B_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_z$. On rappelle la relation de passage pour le champ magnétique : $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_{12}$
- Etablir l'expression du courant surfacique \vec{j}_s généré à la surface et commenter le résultat obtenu.
3. ❤️ Etablir les positions des nœuds et des ventres (conducteur parfait en $x \geq 0$) pour une onde électromagnétique stationnaire telle que $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$,

Un nœud est caractérisé par une amplitude nulle à tout instant et un ventre par une amplitude maximale.

Abscisses (négatives, ici) des nœuds et des ventres, avec $m \in \mathbb{Z}$:

	\vec{E}
Nœuds	$\sin(kx_N) = 0$ soit $kx_{N,m} = m\pi$ et $x_{N,m} = \frac{m\pi}{k} = m \frac{\lambda}{2}$
Ventres	$\sin(kx_V) = \pm 1$ soit $kx_{V,m} = \frac{\pi}{2} + m\pi$ D'où $x_{V,m} = \frac{\pi}{2k} + \frac{m\pi}{k} = \frac{\lambda}{4} + m \frac{\lambda}{2}$

4. Après réflexion sur un conducteur parfait situé en $x = 0$, on obtient une onde électromagnétique stationnaire caractérisée par les champs $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$ et $\vec{B}(x, t) = 2 \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_z$. Déterminer les moyennes temporelles de la densité volumique d'énergie présente dans l'espace vide ainsi que du vecteur de Poynting. Commenter.

$$u_{em}(x, t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2(x, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(x, t)}{\mu_0} \text{ et } \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}; \text{ après calculs } \langle u_{em}(x) \rangle = \varepsilon_0 E_0^2 : \text{équipartition de l'énergie dans l'espace}$$

$\langle \vec{\Pi}(x, t) \rangle = \vec{0}$: onde stationnaire sans propagation de l'énergie

5. ❤️ ❤️ On considère une cavité résonante de longueur L fermée par deux conducteurs parfaits en $x = 0$ et en $x = L$. On cherche les solutions à l'équation de d'Alembert sous la forme $\vec{E}(x, t) = f(x) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y$. Etablir les caractéristiques des modes propres en rappelant le lien entre les différentes grandeurs caractéristiques.

Dans la cavité vide, le champ électrique satisfait à l'équation de propagation d'Alembert $\vec{\Delta} \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

$$\text{Avec } \vec{\Delta} \vec{E} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \vec{e}_y = \frac{d^2 f}{dx^2} \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y \text{ et } \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 f(x) \frac{\partial(\sin(\omega t + \varphi))}{\partial t} \vec{e}_y = -\omega^2 f(x) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y$$

$$\text{En remplaçant dans : } \vec{\Delta} \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} : \frac{d^2 f}{dx^2} \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y + \frac{1}{c^2} f(x) \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y = \vec{0} \text{ soit}$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + k^2 f(x) = 0 \text{ avec } k = \frac{\omega}{c} \text{ et } f(x) = A \cos(kx + \psi)$$

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(kx + \psi) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y$$

conditions aux limites aux interfaces avec le conducteurs parfait : $\forall t, \vec{E}(x = 0, t) = \vec{0}$ (1) et $\forall t, \vec{E}(x = L, t) = \vec{0}$ (2) :

$$(1) \quad \cos(\psi) = 0 \Rightarrow \psi = \pm \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \cos(kL + \psi) = 0 \Rightarrow \cos\left(kL \pm \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \sin(kL) = 0 \Rightarrow$$

$$k_n L = n\pi, \text{ avec } n \in \mathbb{N} \Rightarrow k_n = n \frac{\pi}{L}, \text{ avec } n \in \mathbb{N}$$

6. ♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant : $\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$ et $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi$. Rappeler le domaine de validité de ces expressions, vérifier leur homogénéité et discuter les différentes propriétés de ces champs.

7. ♥♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant : $\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$ et $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi$. Etablir l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé ainsi que son intensité $I(M) = \langle \|\vec{\Pi}(M, t)\| \rangle$.

$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} = \frac{1}{c\mu_0} \left(\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \right)^2 \sin^2 \theta \cos^2(\omega t - kr) \vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_\varphi$$

Le dipôle rayonne donc de l'énergie radialement autour du dipôle, toujours vers l'extérieur ;

$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{16\pi^2 r^2 c} \sin^2 \theta \cos^2(\omega t - kr) \vec{e}_r$$

Méthode N°1

$$I(M) = \langle \|\vec{\Pi}(M, t)\| \rangle = \mathcal{R}e \left(\frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}^*(M, t)}{\mu_0} \right) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2 \theta$$

$I(M)$ s'exprime en $W \cdot m^{-2}$.

Méthode N°2

$$\langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{16\pi^2 r^2 c} \sin^2 \theta \langle \cos^2(\omega t - kr) \rangle \vec{e}_r = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2 \theta \vec{e}_r$$

$$I(M) = \|\langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle\| = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2 \theta$$

8. Modèle des trains d'onde, temps de cohérence, lien avec la largeur spectrale de la source, longueur de cohérence. La raie verte du mercure a une longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$ et une largeur $\Delta\lambda = 2.10^{-2} \text{ nm}$ dans une lampe haute pression. Déterminer son temps de cohérence et le nombre de périodes contenues dans un train d'onde.

Voir cours ; Lien entre temps de cohérence τ_c et largeur spectrale Δf ou $\Delta\nu$ de la source : $\tau_c \Delta f = \tau_c \Delta\nu = 1$

$\tau_c = \frac{\lambda_0^2}{c\Delta\lambda} = 5.10^{-11} \text{ s}$. Sachant que $T = 1/\nu = \lambda/c = 1,8.10^{-15} \text{ s}$, on a $\tau_c = 27\ 000T$: un train d'onde compte 27 000 périodes

9. ♥ Soient 2 sources S_1 et S_2 ponctuelles et monochromatiques émettant les signaux $s_1(S_1, t) = s_{01}(S_1) \cdot \cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2, t) = s_{02}(S_2) \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2})$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse totale en un point M du champ d'interférence et rappeler sans démonstration complète les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences.

Signaux issus de S_1 et S_2 en M du champ d'interférences :

$$s_i(M, t) = S_{0i} \cdot \cos(\psi_i(M, t)) \quad \text{avec} \quad \psi_i(M, t) = \omega_i t - \varphi_i(M) \quad \text{et} \quad \varphi_i(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda} + \varphi_{S_i} \quad \text{et} \\ \underline{s}_i(M, t) = S_{0i} \cdot \exp(j\psi_i(M, t))$$

Théorème de superposition : $I(M) = S_0^2 = 2\langle s(M, t)^2 \rangle$ ou $I(M) = S_0^2 = |\underline{s}|^2 = \underline{s} \cdot \underline{s}^*$

Avec par exemple en réels : $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t) = S_{01} \cdot \cos(\psi_1) + S_{02} \cdot \cos(\psi_2)$ d'où

$$I(M) = \frac{2\langle s_1^2 \rangle}{I_1} + \frac{2\langle s_2^2 \rangle}{I_2} + \frac{4\langle s_1 s_2 \rangle}{I_{1-2}(M)}$$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + I_{1-2}(M)$$

$$I_{1-2}(M) \neq 0 \quad \forall M \Rightarrow \text{interférences} \Rightarrow \text{sources cohérentes}$$

$$\forall M, I_{1-2}(M) = 0 \Rightarrow \text{absence d'interférences} \Rightarrow \text{sources incohérentes}$$

Deux ondes sont cohérentes si :

elles sont de même fréquence centrale (ondes synchrones) ;

elles proviennent du même train d'onde. Pour cela les 2 ondes doivent être issues de la même source physique en ayant suivi 2 chemins optiques différents pour atteindre M avec une différence de marche $\delta < \ell_c$ longueur de cohérence de la source

10. Etablir la formule de Fresnel des interférences pour la superposition de deux signaux harmoniques cohérents.

Signaux cohérents donc même pulsation et même phase à l'origine pour la source primaire associée. On pourra par exemple les écrire sous la forme :

$$s_i(M, t) = S_{0i} \cdot \cos(\psi_i(M, t)) \text{ avec } \psi_i(M, t) = \omega t - \varphi_i(M)$$

Démonstration en réel (peut être faite très efficacement en complexes)

$$\text{Expression des intensités de } S1 \text{ et } S2 \text{ en } M : I_1 = 2\langle s_1^2 \rangle = s_{01}^2 \text{ et } I_2 = 2\langle s_2^2 \rangle = s_{02}^2$$

Expression de l'intensité résultante en M :

$$I = 2\langle s^2 \rangle = 2\langle (s_1 + s_2)^2 \rangle = 2\langle s_1^2 \rangle + 2\langle s_2^2 \rangle + 4\langle s_1 \cdot s_2 \rangle = I_1 + I_2 + I_{12}$$

$$I_{12} = 4\langle s_1 \cdot s_2 \rangle = 4\langle s_{01} s_{02} \cos(\psi_1) \cos(\psi_2) \rangle = 4s_{01} s_{02} \langle \cos(\psi_1) \cos(\psi_2) \rangle$$

$$\cos(A) \cdot \cos(B) = \frac{\cos(A - B) + \cos(A + B)}{2}$$

avec $A = \psi_1 = \omega t - \varphi_1(M)$ et $B = \omega t - \varphi_2(M)$ soit

$$A - B = \Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) \text{ et } A + B = 2\omega t - (\varphi_1(M) + \varphi_2(M))$$

$$I_{12} = 2s_{01} s_{02} \langle \cos(2\omega t - (\varphi_1(M) + \varphi_2(M))) + \cos(\Delta\varphi(M)) \rangle$$

$$= 2s_{01} s_{02} \left[\underbrace{\langle \cos(2\omega t - (\varphi_1(M) + \varphi_2(M))) \rangle}_{=0} + \underbrace{\langle \cos(\Delta\varphi(M)) \rangle}_{=\cos(\Delta\varphi(M))} \right]$$

Or nous avons vu que $S_{0i}^2 = I_i$ soit $S_{0i} = \sqrt{I_i}$ d'où $S_{01} S_{02} = \sqrt{I_1 I_2}$ soit

$$I_{12} = 2s_{01} s_{02} \cos(\Delta\varphi(M)) = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi(M))$$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi(M))$$

$$\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda}$$

11. ♥♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer les intensités maximale, minimale et moyenne. Donner en justifiant les conditions d'obtention de franges sombres et brillantes sur le déphasage puis sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.

$$\text{Avec } I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi(M))$$

$$\text{L'intensité moyenne pour } \cos(\Delta\varphi(M)) = 0 : I_{\text{moy}} = I_1 + I_2.$$

$$\text{Maximas pour } \cos(\Delta\varphi(M)) = +1 : I_{\text{max}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2.$$

$$\text{Minimas pour } \cos(\Delta\varphi(M)) = -1 : I_{\text{min}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2.$$

	Frange brillante	Frange sombre ou noire
Interférences	constructives	destructives
Intensité	Maximale	Minimale
Cas général	$I_{\text{max}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$	$I_{\text{min}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$
Cas $I_1 = I_2 = I_0$	$I(M) = 4I_0$	$I(M) = 0$
Cosinus	si $\cos(\Delta\varphi) = 1$	si $\cos(\Delta\varphi) = -1$

Différence de phase $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$	Ondes en phase $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 0 [2\pi] = 2m\pi \quad m \in \mathbb{Z}$	Ondes en opposition de phase $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \pi [2\pi] = 2\pi \left(m + \frac{1}{2}\right) \quad m \in \mathbb{Z}$
Différence de marche δ	$\delta = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$ Nombre entier de λ	$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$ Nombre demi-entier de λ
Ordre d'interférence p $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$	p entier : $p = m \quad m \in \mathbb{Z}$	p demi-entier : $p = m + \frac{1}{2} \quad m \in \mathbb{Z}$

12. ♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer l'expression du contraste après l'avoir défini ; à quelle condition sur I_1 et I_2 a-t-on un contraste maximal, minimal ? à quoi correspond la notion de brouillage ? Exprimer l'intensité totale en faisant apparaître le contraste et l'intensité moyenne.

Formule de Fresnel : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(\Delta\varphi)$

$$C \stackrel{\text{définition du contraste}}{=} \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 - (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2}{(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 + (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2}$$

$$C = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)} = 2 \frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}}}{1 + \frac{I_1}{I_2}} \quad \text{soit} \quad C(x) = \frac{2x}{1+x^2} \quad \text{avec} \quad x = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

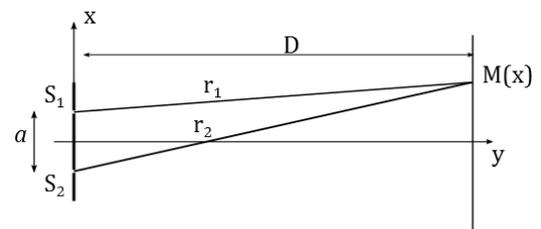
contraste maximal et vaut 1 lorsque $I_{\min} = 0$, soit pour $I_1 = I_2$.

contraste minimal et tend vers 0 lorsque $I_{\max} \approx I_{\min}$, soit $I_1 \gg I_2$ ou $I_1 \ll I_2$.

En pratique : plus le contraste est élevé, plus l'intensité varie entre franges sombres et brillantes.

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M)) = \underbrace{(I_1 + I_2)}_{I_{\text{moy}}} \cdot \left(1 + \underbrace{\frac{2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}{I_1 + I_2}}_{\text{Contraste}} \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M)) \right)$$

13. ♥ Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas du dispositif classique des trous d'Young, la source primaire monochromatique étant située sur la médiatrice des trous et l'écran d'observation, parallèle au plan percé des deux trous, étant à grande distance D du plan des trous. On se placera dans un milieu d'indice n_0 homogène. Justifier la forme des franges alors observées.



Différence de marche en l'absence de réflexions : $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = n_0[S_2M - S_1M] = n_0(r_2 - r_1)$

Coordonnées : $S_1 \begin{vmatrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ et $S_2 \begin{vmatrix} -\frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$; point d'observation sur l'écran : $M \begin{vmatrix} x \\ D \\ z \end{vmatrix}$ avec $a = S_1S_2 \ll D$; $x \ll D$; $z \ll D$

$$\square r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D \left(1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

on effectue un D.L. 1 en $\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 = \varepsilon \ll 1$: $r_1 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \right) \right)$

$$\square r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D \left(1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

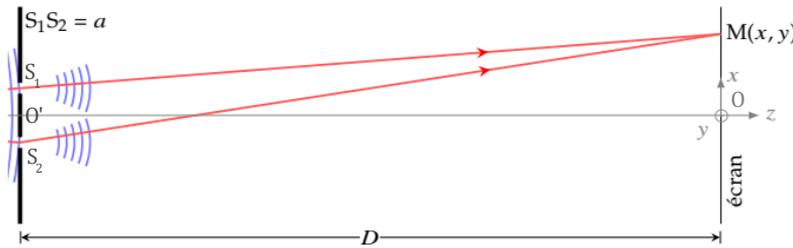
D.L.1 en $\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \ll 1$: $r_2 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \right) \right)$

D'où, finalement :

$$\delta = n_0(r_2 - r_1) = n_0 \frac{ax}{D}$$

Différence de marche donc intensité indépendantes de y : franges rectilignes dans le cadre de cette approximation.

14. ♥ ♥ Rappel l'expression de la différence de marche dans le cas du dispositif classique des trous d'Young (milieu



d'indice n_0) pour une source primaire sur la médiatrice des trous.

En déduire l'expression de l'ordre d'interférence et du déphasage. Rappel la définition de l'interfrange et établir son expression

Différence de marche : $\delta = (SM)_{voie 2} - (SM)_{voie 1} = [(S_2M) - (S_1M)] \approx n_0 \frac{ax}{D}$

Ordre d'interférence : $p = \frac{\delta}{\lambda} = n_0 \frac{ax}{\lambda D}$

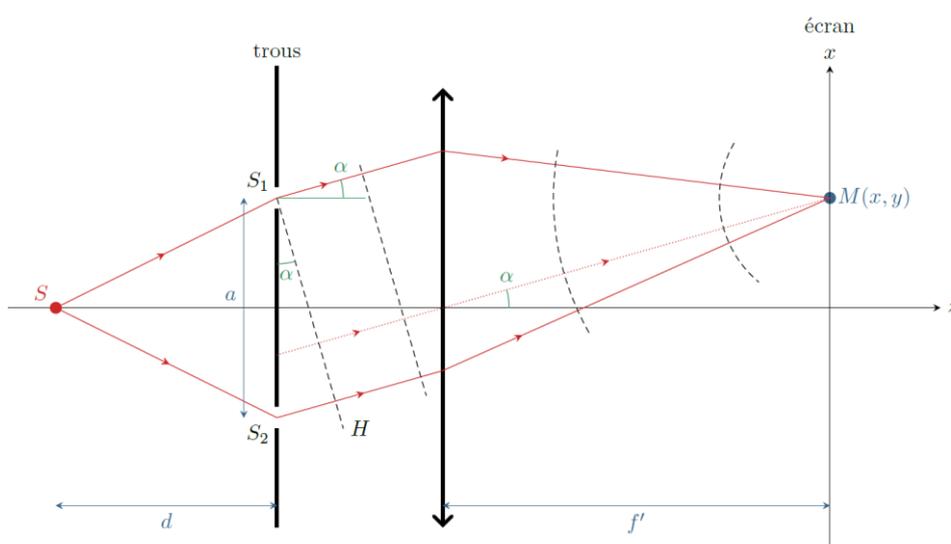
Déphasage : $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2\pi p = 2\pi n_0 \frac{ax}{\lambda D}$

l'interfrange de la figure est définie comme la période spatiale de celle-ci à l'écran, soit $I(x+i) = I(x)$.

On a alors : $\Delta\varphi_{2/1}(x+i) = \Delta\varphi_{2/1}(x) + 2\pi$ $p(x+i) = p(x) + 1$ $\delta(x+i) = \delta(x) + \lambda_0$

$$\delta(x+i) = \delta(x) + \lambda \Leftrightarrow \frac{n_0 a(x+i)}{D} = \frac{n_0 ax}{D} + \lambda \Leftrightarrow \frac{n_0 ai}{D} = \lambda \Leftrightarrow i = \frac{\lambda D}{n_0 a}$$

15. ♥ ♥ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f' est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.



$$\delta = (SM)_{voie 2} - (SM)_{voie 1} = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)]$$

D'après le principe du retour inverse, $(MH) = (MS_1)$, soit :

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)] = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)]$$

par symétrie,

$$(SS_2) = (SS_1)$$

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)] = (S_2H)$$

Pour simplifier, on choisit $y = 0$, dans le plan de la figure.

triangle rectangle S_1S_2H : $\delta = n_0 a \sin(\alpha)$

triangle formé par O (centre de la lentille), le centre de l'écran, et M :

$$\tan(\alpha) = x/f'$$

Aux petits angles : $\delta(M) = n_0 \frac{ax}{f'}$ et $i = \frac{\lambda_0 f'}{n_0 a}$

16. ♥♥ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?

Trous d'Young classiques : Différence de marche : $\delta = (SM)_{voie 2} - (SM)_{voie 1} = [(S_2M) - (S_1M)] \approx n_0 \frac{ax}{D}$

Ici : $\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) - (SS_1) + (S_2M) - (S_1M)$

Les sources secondaires S_1 et S_2 ne sont plus en phase, par analogie :

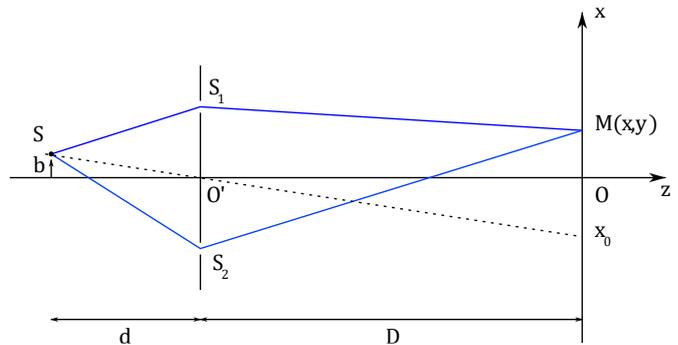
$$(SS_2) - (SS_1) = n_0[SS_1 - SS_2] \approx \frac{n_0 ab}{d}$$

On en déduit que $\delta_{2/1}(M) = \frac{n_0 ab}{d} + \frac{n_0 ax}{D}$ et

$$p'(M) = \frac{n_0 a}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{bD}{d} \right) = \frac{n_0 a}{\lambda_0 D} (x - x_0) \text{ avec } x_0 = -\frac{bD}{d}$$

Frangé centrale : telle que $p'(M) = 0$

soit $x = x_0 = -\frac{bD}{d}$ abscisse de la nouvelle frangé centrale



17. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue

$$\text{Source } S : \delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D} \text{ donc } p(M) = \frac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}$$

$$\text{Source } S' : \delta'_{2/1}(M) = \frac{ab}{d} + \frac{ax}{D} \text{ donc } p'(M) = \frac{a}{\lambda D} \left(x + \frac{bD}{d} \right)$$

$$\text{Brouillage complet si les figures sont décalées d'une demi interfrange soit } \Delta p(M) = p'(M) - p(M) = \frac{1}{2} = \frac{ab}{\lambda d}$$

Critère semi-quantitatif de brouillage (admis) :

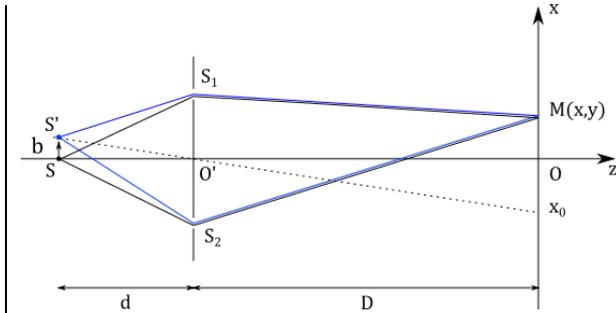
brouillage en M si $|\Delta p(M)|$ évaluée sur la demi-étendue spatiale de la source dépasse $\frac{1}{2}$ (différence d'ordre entre les ondes issues du centre / des extrémités).

$$\Delta p(M) \geq \frac{1}{2} \quad \text{avec} \quad \Delta p(M) = p_{S,ext}(M) - p_{centre}(M)$$

$$\text{Soit ici } \Delta p(M) = p_{S(\ell/2)}(M) - p_{S(0)}(M) > \frac{1}{2}$$

largeur de source à partir de laquelle brouillage = largeur de cohérence spatiale de la source.

18. Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité par chacune des sources : $I_0 = I'_0$. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.



2 points sources incohérents :

$$I_{\text{totale}}(M) = I_S(M) + I_{S'}(M) = 2I_0 \left(2 + \cos\Delta\varphi_{2/1}(M) + \cos\Delta\varphi'_{2/1}(M) \right)$$

$$I_{\text{totale}}(M) = 2I_0(2 + \cos(2\pi p(M)) + \cos(2\pi p'(M)))$$

$$I(x) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{\Delta p(M)}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{p(M) + p'(M)}{2}\right) \right)$$

Avec $p'(M) = \frac{a}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{bD}{d}\right)$ et $p(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D}$ d'où $\frac{\Delta p(M)}{2} = \frac{ab}{2\lambda_0 d}$ et $\frac{p(M) + p'(M)}{2} = \frac{a}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{bD}{2d}\right)$

$$I(x) = 4I_0 \left(1 + \underbrace{\cos\left(2\pi \frac{ab}{2\lambda_0 d}\right)}_{\text{terme de contraste}} \underbrace{\cos\left(2\pi \frac{a}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{bD}{2d}\right)\right)}_{\text{terme d'interférence}} \right)$$

terme d'interférences : identique à celui obtenu avec une seule source placée en $x = b/2$, ie au milieu de S et S' . Il dépend de x , donne la position des franges brillantes et sombres et l'interfrange, inchangée par rapport au cas d'une unique source ponctuelle.

Terme ou facteur de contraste : indépendant de x , même valeur en tout point de l'écran. donne C global (voir ci-dessous) et dépend donc de la valeur relative de b et des autres grandeurs caractéristiques.

$$C = \left| \cos\left(\pi \frac{a b}{\lambda_0 d}\right) \right| = |\cos(\pi \Delta p(M))|$$

C s'annule la 1^{ère} fois pour $\Delta p(M) = \pm 1/2$, ie pour $b = \frac{\lambda_0 d}{2a}$.