

Pour le lundi 17 Mars

Problème N°1 : ENVISAT : mesure de déplacements verticaux par interférométrie radar

Défaut de planéité d'un des miroirs de l'interféromètre de Michelson

On considère un interféromètre de Michelson dont le schéma simplifié est donné par la figure 6. On admettra que l'ensemble constitué par la séparatrice et la compensatrice se comporte comme une lame séparatrice idéale sans absorption et d'épaisseur nulle, notée S_p . La source S , peu étendue, est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. Elle est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de telle sorte que le miroir (M_2) est éclairé sur toute sa surface sous une incidence quasi-normale (figure 6). On recueille les faisceaux émergents sur un écran plan parallèle au miroir (M_1) . On notera $\mathcal{E}_0$ l'éclairement maximal de la figure.

Initialement l'interféromètre est réglé en « lame d'air ». (M_1) est parallèle à Ox et (M_2) est parallèle à Oz . Soit (M'_2) le symétrique du miroir (M_2) par la séparatrice et e la distance entre (M_1) et (M'_2) .

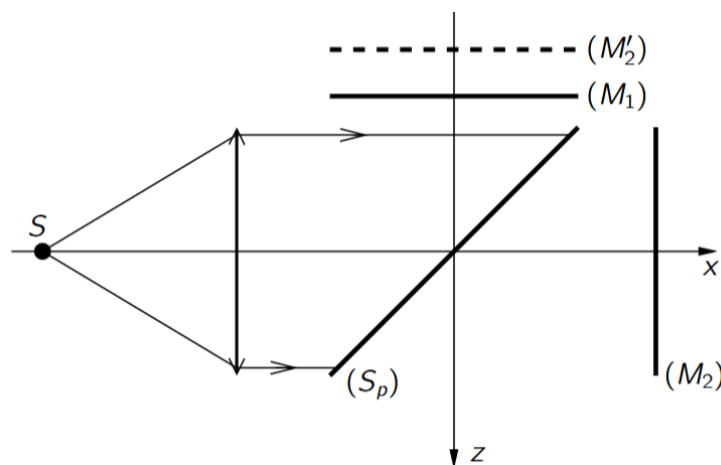


FIGURE 6 – Schéma de l'interféromètre de Michelson

- B1.** Exprimer l'éclairement $\mathcal{E}$ en fonction de e . Quel est l'aspect de ce plan pour une distance e donnée ? Comment varie l'éclairement $\mathcal{E}$ si e varie ?
- B2.** Proposer un protocole expérimental pour repérer la position $e = 0$, appelé contact optique.
- B3.** On admet que la condition $e = 0$ est réalisée. On incline alors (M_1) d'un angle α faible : l'interféromètre est réglé en « coin d'air ». Déterminer la figure d'interférences. On précisera

en particulier la localisation de la figure d'interférences, la forme de la figure et on déterminera l'expression de l'interfrange i en fonction de λ et α .

Le miroir (M_1) initialement plan s'est déformé et est devenu sphérique. On admettra que le centre de la sphère (M_1), de rayon R , se trouve sur l'axe Oz , qui est donc axe de symétrie de (M_1). Les conditions d'observations sont les mêmes qu'à la question B3.

- B4.** Soit e_0 la distance entre (M'_2) et le plan π correspondant au cas où (M_1) est plan, et $H_{\max}$ l'épaisseur maximale du miroir (M_1) une fois courbé. Exprimer l'épaisseur d'air $z(r)$ entre (M_1) et (M'_2), pour un point P de (M_1), en fonction de e_0 , $H_{\max}$, r et R (figure 7). On remarquera que les conditions d'observation impliquent les approximations : $r \ll R$, $e_0 \ll R$ et $H_{\max} \ll R$.

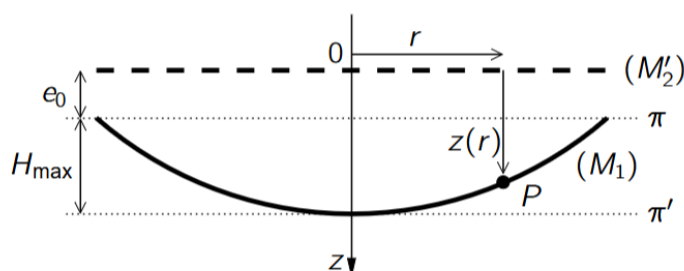


FIGURE 7 – Cas où le miroir (M_1) est sphérique.

- B5.** Avec les approximations précédentes, exprimer la différence de marche δ en un point P situé à la distance r de l'axe Oz . Montrer que, dans les mêmes conditions d'observation que les franges du coin d'air, on observe des anneaux localisés au voisinage de (M_1).
- B6.** Déterminer l'ordre p_0 au centre des anneaux en fonction de e_0 , $H_{\max}$ et λ . On utilise l'indice k pour repérer les anneaux brillants, sachant que $k = 1$ correspond au premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences, de rayon ρ_1 sur la surface de localisation. Calculer le rayon ρ_k du k ième anneau brillant en fonction de ρ_1 , k , λ , et R .

Analyse d'un défaut de planéité d'une surface réfléchissante

Une surface métallique polie est plane à l'exception d'un défaut local sphérique. On l'installe sur un des bras d'un interféromètre de Michelson, à la place de (M_2). L'interféromètre est éclairé comme dans la question B3. On rappelle que (M_2) est également un miroir métallique parfaitement plan.

- B7.** On observe la figure d'interférences correspondante sur la figure 8. Déterminer le diamètre d du défaut et son épaisseur maximum $H_{\max}$. Exprimer les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Peut-on déterminer si le défaut est convexe ou concave ? Si oui, proposer un protocole permettant de le déterminer.

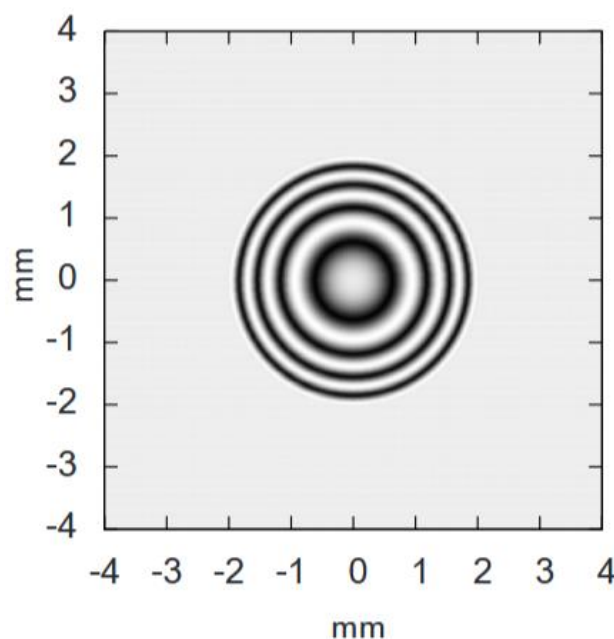


FIGURE 8 – Figure d'interférence de la lame réfléchissante présentant un défaut de surface.

Déplacement verticaux mesurés par interférométrie radar

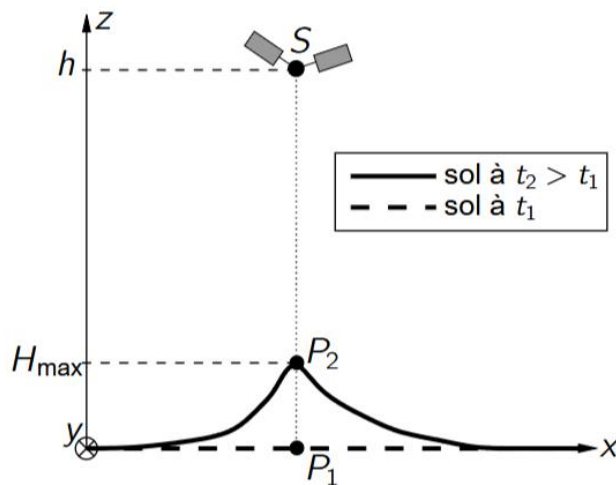
Les satellites ERS1, ERS2 et désormais le satellite ENVISAT, grâce à leur radar à synthèse d'ouverture (SAR) embarqué, peuvent détecter de faibles mouvements du sol au cours du temps. Ces satellites émettent en continu des ondes électromagnétiques de longueur d'onde $\lambda = 5,66$ cm, qui atteignent le sol et y sont réfléchies vers le satellite. Ce dernier enregistre l'écho de son émission quelques fractions de secondes après. L'usage des ondes radio est lié au fait que celles-ci pénètrent jusqu'au sol malgré nuages et forêts.

Le déplacement du sol lié à un séisme, à un gonflement local dû au magma poussant la croûte terrestre sous un volcan, un tunnel qui s'écroule sous une ville, etc. change les distances relatives parcourues entre le sol et le satellite lors de deux passages successifs à t_1 et t_2 . Le satellite enregistre l'amplitude du champ électromagnétique réfléchi à t_1 , puis à t_2 , et le calcul de l'intensité résultante de la somme des deux champs réfléchis produit une image du déplacement du sol (Figure 9(a)). On parle alors de SAR interférométrique (InSAR).

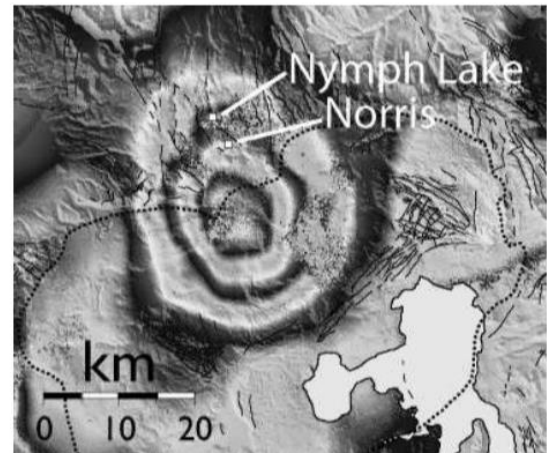
On considère que lors de ces deux passages, le satellite a une trajectoire strictement identique et qu'il reste à la verticale du lieu considéré, à une hauteur $h = 800$ km par rapport au sol.

- B8.** Par analogie avec l'image interférométrique d'un défaut du miroir de l'interféromètre de Michelson, exprimer la différence de marche entre les « rayons lumineux » captés par le satellite à t_1 et t_2 , réfléchis respectivement en P_1 et P_2 en fonction de $z(x)$.
- B9.** On cherche à caractériser les mouvements verticaux du sol dans le parc de Yellowstone entre 1996 et 2000. Grâce à la figure 9(b), estimer le diamètre d concerné par une élévation du sol

et son amplitude maximale $H_{\max}$. Donner en cm.an^{-1} la vitesse maximale d'élévation du sol. On exprimera les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Commenter.



(a) Passage du satellite à la verticale du point P à t_1 (sol horizontal) et t_2 (élévation locale du sol d'une hauteur maximum $H_{\max}$).



(b) Image InSAR de la déformation du sol à partir de données recueillies par le satellite ERS2 entre 1996 et 2000 (USGS).

FIGURE 9 – Mouvement du sol localisé dans le parc de Yellowstone, USA.

Problème N°2 : Système d'arrosage automatique d'un green de golf

Entretenir un green sur un sol sablonneux (y compris parfois à même la dune littorale ! (**photo 5**)) demande une maîtrise des techniques d'irrigation. On se propose dans cette partie d'étudier le montage électronique de la **figure 9** qui illustre un système d'arrosage automatique.



Photo 5 - Green sur la dune du Golf de Moliets (trou n°16)

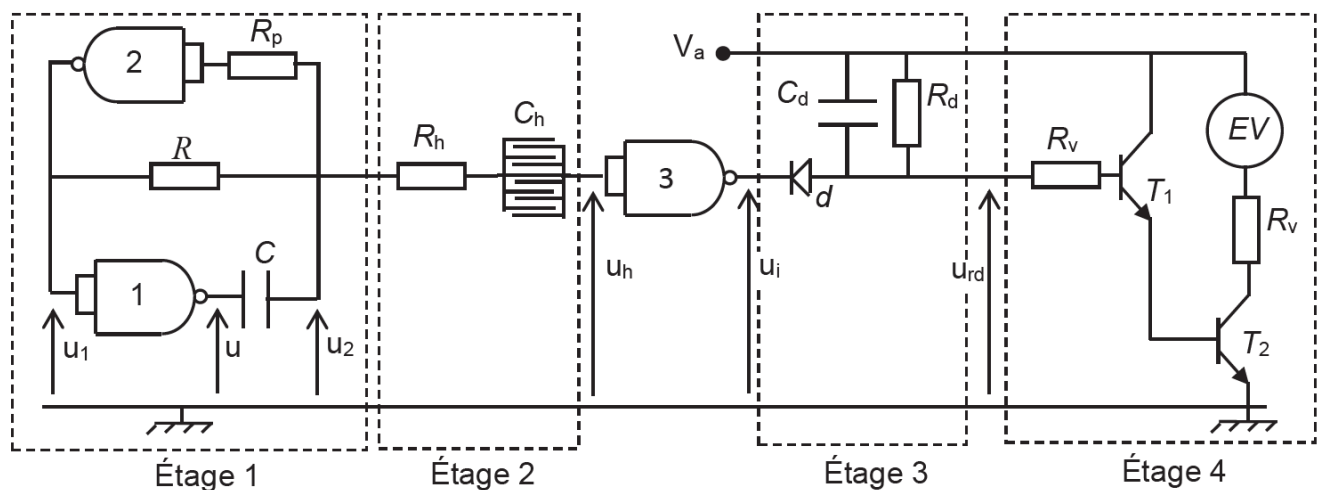


Figure 9 - Schéma d'un système électronique d'arrosage automatique

Il s'agit d'un montage comportant trois portes NAND à deux entrées reliées entre elles. EV est une électrovanne permettant l'arrivée d'eau, d est une diode et T_1 et T_2 sont des transistors de puissance. Aucune connaissance sur le fonctionnement de ces composants n'est nécessaire. La tension de sortie des portes NAND est $V_a > 0$ pour une sortie à l'état logique "1" et 0 pour une sortie à l'état logique "0". La tension V_a est aussi utilisée comme potentiel imposé au point représenté sur le montage. On note V_b (avec $V_b < V_a$) la tension de basculement des portes logiques : une tension d'entrée $V_e < V_b$ correspond à un niveau logique "0" en entrée de porte. Inversement une tension d'entrée $V_b < V_e$ correspond à un niveau logique "1". On néglige la résistance de sortie des portes logiques et on considère leur résistance d'entrée comme infinie.

Q28. Rappeler la table de vérité d'une porte NAND à deux entrées indépendantes. Quelle est la fonction de cette porte lorsque ses deux entrées sont reliées entre elles ? On étudie l'étage 1. La résistance R_p est une résistance de protection (indispensable en pratique) mais elle ne joue aucun rôle dans l'étude théorique de l'étage 1. De plus, le prélèvement en courant, réalisé par la connexion à l'étage 2, est supposé négligeable (ce qui est assuré par la grande valeur de la résistance R_h).

Q29. Établir que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t) = u_2(t) - u(t)$ s'écrit

$$\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = u_1 - u \text{ dans laquelle on exprimera le temps caractéristique } \tau.$$

Q30. a) À l'instant initial de date $t = 0$, le condensateur C est déchargé et $u_1 = V_a$. Que vaut alors $u(t = 0^+)$? En déduire les expressions de $u_c(t)$ et de $u_2(t)$, valables tant que $u_1 = V_a$.

b) Exprimer la date t_b de fin de validité des expressions précédentes de $u_c(t)$ et de $u_2(t)$. On donnera t_b en fonction de τ , V_a et de V_b .

Q31. a) Écrire, en justifiant, la nouvelle équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$, valable à partir de la date t_b et jusqu'à une nouvelle date de fin de validité $t'_b > t_b$.

b) Obtenir alors les nouvelles expressions de $u_c(t)$ et de $u_2(t)$ pour $t_b < t < t'_b$.

c) Exprimer $t'_b - t_b$ en fonction de τ , V_a et de V_b .

- Q32. a)** Quelle équation différentielle est à considérer à partir de la date t'_b et jusqu'à une nouvelle date de fin de validité $t''_b > t'_b$? Exprimer alors $u_c(t)$ et $u_2(t)$ pour $t'_b < t < t''_b$.
- b)** En déduire $t''_b - t'_b$ en fonction de τ , V_a et de V_b .

Q33. Faire un tracé soigné des chronogrammes de $u(t)$, $u_c(t)$ et $u_2(t)$ sur une même figure.

- Q34. a)** Déduire l'expression de la période T des signaux obtenus pour $t > t_b$.
- b)** Calculer T pour $V_a = 5 \text{ V}$, $V_b = 1,5 \text{ V}$, $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $C = 20 \text{ nF}$.
- c)** Quel rôle assure l'étage 1 pour les étages postérieurs à lui ? Quel nom porte ce type de circuit en électronique ?

L'étage 2 correspond à un capteur capacitif d'humidité enfoui dans le sol. Il s'agit d'un condensateur de capacité C_h variable avec le taux d'humidité. La tension $u_h(t)$ en sortie de capteur est envoyée à l'entrée de la porte NAND 3, qui fournit une tension $u_i(t)$ à sa sortie. L'étage 3, constitué de la diode d en série avec un circuit (R_d, C_d) , réalise un redressement-filtrage qui transforme $u_i(t)$ en une tension $u_{rd}(t)$ quasi-constante (on ne demande pas de justifier ce point). Lorsque u_{rd} dépasse $3,5 \text{ V}$, l'électrovanne EV est alimentée en courant (grâce aux transistors présents à l'étage 4), ce qui déclenche l'arrosage.

Les chronogrammes de $u_h(t)$, $u_i(t)$ et de $u_{rd}(t)$ sont donnés en **figure 10a** lorsque $C_h = 1\,000 \text{ pF}$ et en **figure 10b** lorsque $C_h = 700 \text{ pF}$ (l'origine des temps sur ces graphes a été choisie arbitrairement).

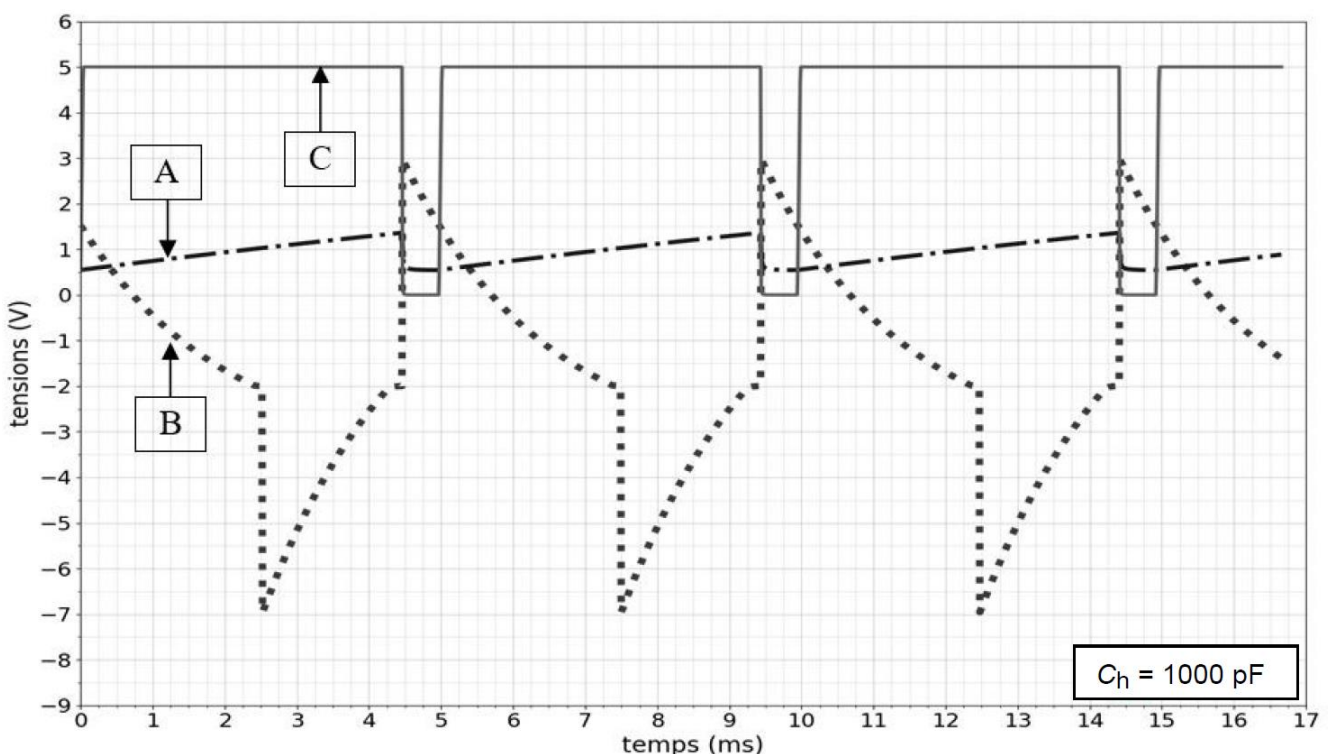


Figure 10a - Chronogrammes de $u_h(t)$, $u_i(t)$ et $u_{rd}(t)$ pour $C_h = 1\,000 \text{ pF}$

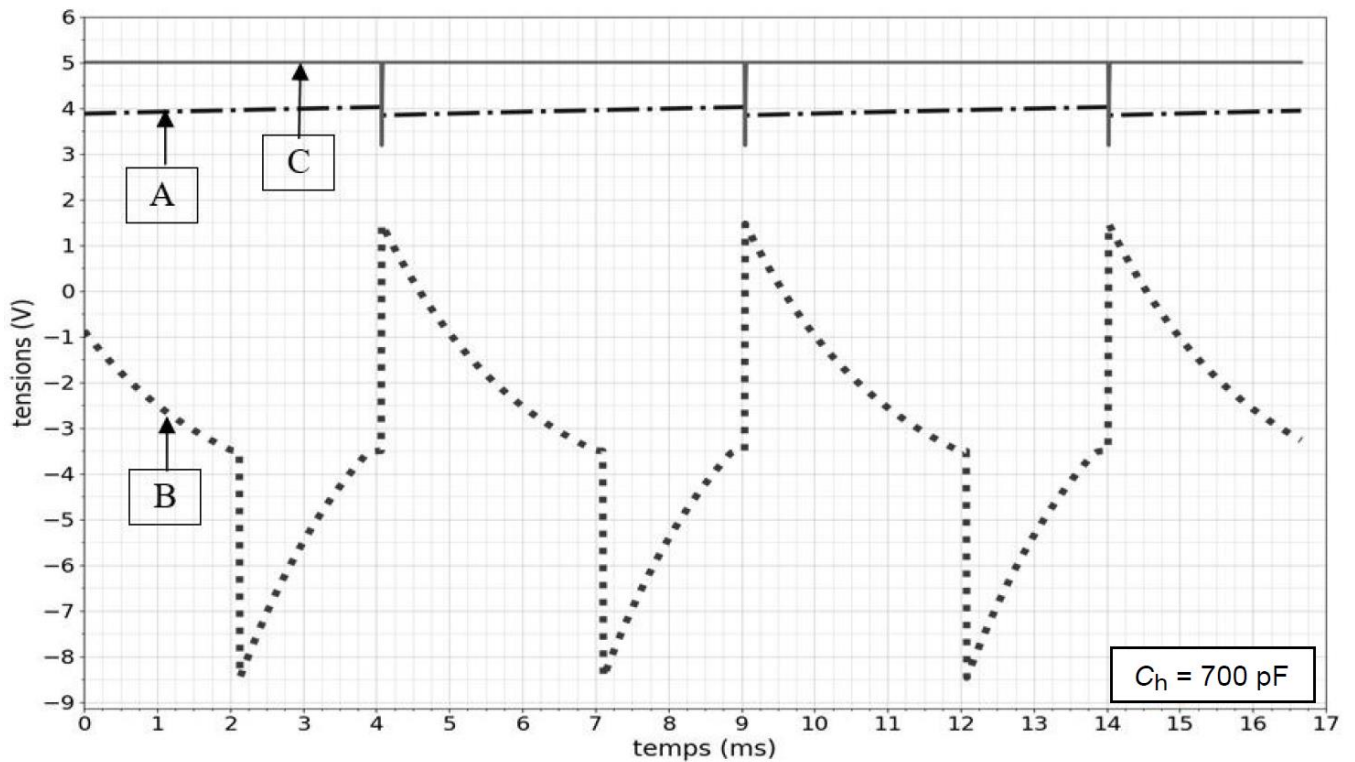


Figure 10b - Chronogrammes de $u_h(t)$, $u_i(t)$ et $u_{rd}(t)$ pour $C_h = 700 \text{ pF}$

- Q35. a)** Justifier que $u_h(t) = u_2(t) + k$ où k est une constante qu'on ne cherchera pas à expliciter. On admet par ailleurs que cette constante dépend de la valeur de C_h .
- b)** Associer chaque signal $u_h(t)$, $u_i(t)$ et $u_{rd}(t)$ à son chronogramme **A**, **B** ou **C**.
- c)** Laquelle des **figures 10a** ou **10b** correspond à la situation d'arrosage ? La capacité C_h augmente-t-elle ou diminue-t-elle avec le taux d'humidité ?
- d)** Expliquer la forme du signal **C** en lien avec le signal **B** de la **figure 10a**. Commenter le cas de la **figure 10b**.