COLLES DE PHYSIQUE - MPI – 2024-2025

Colle N°20 – semaine Pronote 28 : 10 au 14 Mars 2025

Au programme des exercices

→ **Chapitres OPT1 et 2 : Modèle scalaire de la lumière et superposition de deux ondes**

→ **Chapitre OPT3 : Interférences par division du front d'onde**

→ **Chapitre OPT4 : Interférences par division d'amplitude**

Questions de cours

1. Modèle des trains d'onde, temps de cohérence, lien avec la largeur spectrale de la source, longueur de cohérence. La raie verte du mercure a une longueur d'onde $\lambda = 546$ nm et une largeur $\Delta\lambda = 2.10^{-2}$ nm dans une lampe haute pression. Déterminer son temps de cohérence et le nombre de périodes contenues dans un train d'onde.

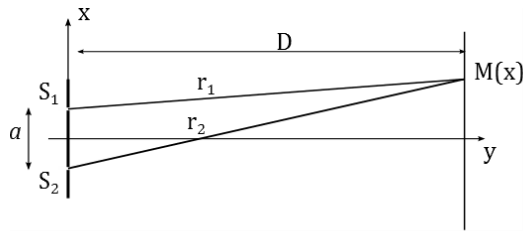
2. ❤ Soient 2 sources S_1 et S_2 ponctuelles et monochromatiques émettant les signaux $s_1(S_1,t) = s_{01}(S_1).\cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2,t) = s_{02}(S_2).\cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2})$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse totale en un point M du champ d'interférence et rappeler sans démonstration complète les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences.

3. Etablir la formule de Fresnel des interférences pour la superposition de deux signaux harmoniques cohérents.

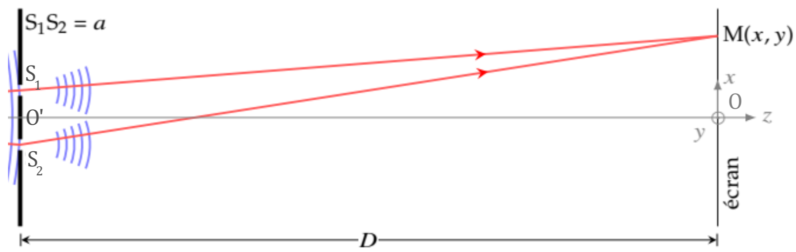
4. ❤ ❤ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer les intensités maximale, minimale et moyenne. Donner en justifiant les conditions d'obtention de franges sombres et brillantes sur le déphasage puis sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.

5. ❤ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1 et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale,. Déterminer l'expression du contraste après l'avoir défini ; à quelle condition sur I_1 et I_2 a-t-on un contraste maximal, minimal ? a quoi correspond la notion de brouillage ? Exprimer l'intensité totale en faisant apparaitre le contraste et l'intensité moyenne.

6. ❤ Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas du dispositif classique des trous d'Young, la source primaire monochromatique étant située sur la médiatrice des trous et l'écran d'observation, parallèle au plan percé des deux trous, étant à grande distance ***D*** du plan des trous. On se placera dans un milieu d'indice n_0 homogène. Justifier la forme des franges alors observées.



7. ❤ ❤ Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas du dispositif classique des trous d'Young (milieu d'indice n_0) pour une source primaire sur la médiatrice des trous.



En déduire l'expression de l'ordre d'interférence et du déphasage. Rappeler la définition de l'interfrange et établir son expression

8. ❤ ❤ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f' est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.

9. ❤️ ❤️ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?

10. 🖤 Les trous d'Young sont éclairés par *deux* sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ, situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue

11. Les trous d'Young sont éclairés par *deux* sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ, situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité par chacune des sources : $I_0 = I'_0$. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.

12. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{moy} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.

13. ❤️ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ'. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{moy} = \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaitre un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue et déterminer la différence de marche correspondant au brouillage.

14. ❤️ ❤️ Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent en justifiant. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :

(a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;

(b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;

(c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.

15. ❤️ ❤️ Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.

16. Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur *e*. Établir la relation entre l'ordre *p* d'un anneau et son rayon *r* sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon *R* en fonction de *e*.

17. Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.

(a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur *e* de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).

(b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.

(c) Exprimer l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est chariotté entre deux anticoïncidences successives.

18. ❤️ Donner pour chacune des portes logiques NOT, AND, OR, NAND, les caractéristiques suivantes : l'un des schémas caractéristiques, la forme canonique de l'opérateur et la table logique associée. Montrer que des associations de portes NAND permettent de réaliser des portes NOT puis AND.

Questions de cours avec éléments de réponses

1. Modèle des trains d'onde, temps de cohérence, lien avec la largeur spectrale de la source, longueur de cohérence. La raie verte du mercure a une longueur d'onde $\lambda = 546$ nm et une largeur $\Delta\lambda = 2.10^{-2}$ nm dans une lampe haute pression. Déterminer son temps de cohérence et le nombre de périodes contenues dans un train d'onde.

Voir cours ; Lien entre temps de cohérence $\boldsymbol{\tau_C}$ *et largeur spectrale* Δf *ou* $\Delta\nu$ *de la source :* $\tau_C \Delta f = \tau_C \Delta\nu = 1$

$\tau_c = \frac{\lambda_0^2}{c\Delta\lambda} = 5.10^{-11}s$*. Sachant que* $T = 1/\nu = \lambda/c = 1{,}8.10^{-15}s$*, on a* $\tau_c = 27\,000T$ *: un train d'onde compte 27 000 périodes*

2. ❤️ Soient 2 sources S_1 et S_2 ponctuelles et monochromatiques émettant les signaux $s_1(S_1,t) = s_{01}(S_1).\cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2,t) = s_{02}(S_2).\cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2})$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse totale en un point M du champ d'interférence et rappeler sans démonstration complète les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences.

Signaux issus de S1 et S2 en M du champ d'interférences :

$s_i(M,t) = S_{0i}.cos(\psi_i(M,t))$ *avec* $\psi_i(M,t) = \omega_i t - \varphi_i(M)$ *et* $\varphi_i(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda} + \varphi_{S_i}$ *et*

$$\underline{s_i}(M,t) = S_{0i}.exp(j\psi_i(M,t))$$

Théorème de superposition : $I(M) = S_0^2 = 2\langle s(M,t)^2\rangle$ *ou* $I(M) = S_0^2 = |\underline{s}|^2 = \underline{s}.\underline{s}^*$

Avec par exemple en réels : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t) = S_{01}.cos\ (\psi_1) + S_{02}.cos\ (\psi_2)$ *d'où*

$$I(M) = \underbrace{2\langle s_1^2\rangle}_{I_1} + \underbrace{2\langle s_2^2\rangle}_{I_2} + \underbrace{4\langle s_1 s_2\rangle}_{I_{1-2}(M)}$$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + I_{1-2}(M)$$

$$\boldsymbol{I_{1-2}(M) \neq 0\ \forall M} \implies interférences \implies sources\ cohérentes$$

$$\boldsymbol{\forall M, I_{1-2}(M) = 0} \implies absence\ d'interférences \implies sources\ incohérentes$$

Deux ondes sont cohérentes si :

elles sont de même fréquence centrale (ondes synchrones) ;

elles proviennent du même train d'onde. Pour cela les 2 ondes doivent être issues de la même source physique en ayant suivi 2 chemins optiques différents pour atteindre M avec une différence de marche $\delta < \ell_c$ *longueur de cohérence de la source*

3. Etablir la formule de Fresnel des interférences pour la superposition de deux signaux harmoniques cohérents.

Signaux cohérents donc même pulsation et même phase à l'origine pour la source primaire associée. On pourra par exemple les écrire sous la forme :

$s_i(M,t) = S_{0i}.\cos(\psi_i(M,t))$ avec $\psi_i(M,t) = \omega t - \varphi_i(M)$

Démonstration en réel (peut être faite très efficacement en complexes)

Expression des intensités de S1 et S2 en M : $I_1 = 2\langle {s_1}^2\rangle = {s_{01}}^2$ *et* $I_2 = 2\langle {s_2}^2\rangle = {s_{02}}^2$

Expression de l'intensité résultante en M :

$$I = 2\langle s^2\rangle = 2\langle (s_1+s_2)^2\rangle = 2\langle {s_1}^2\rangle + 2\langle {s_2}^2\rangle + 4\langle s_1.s_2\rangle = I_1 + I_2 + I_{12}$$

$$I_{12} = 4\langle s_1.s_2\rangle = 4\langle s_{01}s_{02}\,cos(\psi_1)\,cos(\psi_2)\rangle = 4s_{01}s_{02}\langle cos(\psi_1)\,cos(\psi_2)\rangle$$

$$cos(A).cos(B) = \frac{cos(A-B) + cos(A+B)}{2}$$

avec $A = \psi_1 = \omega t - \varphi_1(M)$ *et* $B = \omega t - \varphi_2(M)$ *soit*

$A - B = \Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$ *et* $A + B = 2\omega t - (\varphi_1(M) + \varphi_2(M))$

$$I_{12} = 2s_{01}s_{02}\,\langle cos\left(2\omega\, t - \left(\varphi_1(M)+\varphi_2(M)\right)\right) + cos\left(\Delta\varphi(M)\right)\rangle$$

$$= 2s_{01}s_{02}\left[\underbrace{\langle cos\left(2\omega\, t - \left(\varphi_1(M)+\varphi_2(M)\right)\right)\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle cos\left(\Delta\varphi(M)\right)\rangle}_{=cos(\Delta\varphi(M))}\right]$$

Or nous avons vu que $S_{0i}^2 = I_i$ *soit* $S_{0i} = \sqrt{I_i}$, *d'où* $S_{01}S_{02} = \sqrt{I_1 I_2}$ *soit*

$$I_{12} = 2s_{01}s_{02}\, cos\left(\Delta\varphi(M)\right) = 2\sqrt{I_1 I_2}\ cos\left(\Delta\varphi(M)\right)$$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2}\, cos\left(\Delta\varphi(M)\right)$$

$$\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = 2\pi\frac{\delta(M)}{\lambda}$$

4. ❤️ ❤️ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer les intensités maximale, minimale et moyenne. Donner en justifiant les conditions d'obtention de franges sombres et brillantes sur le déphasage puis sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.

Avec $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2}\, cos\left(\Delta\varphi(M)\right)$
L'intensité moyenne pour $cos\left(\Delta\varphi(M)\right) = 0$: $\boldsymbol{I_{moy} = I_1 + I_2}$.

Maximas pour $\cos\left(\Delta\varphi(M)\right) = +1$: $\boldsymbol{I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2}$.

Minimas pour $\cos\left(\Delta\varphi(M)\right) = -1$: $\boldsymbol{I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2}$.

	Frange brillante	**Frange sombre ou noire**
Interférences	**constructives**	**destructives**
Intensité **Cas général** **Cas $I_1 = I_2 = I_0$**	**Maximale** $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2$ $I(M) = 4I_0$	**Minimale** $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}\right)^2$ $I(M) = 0$
Cosinus	si $\cos(\Delta\varphi) = 1$	si $\cos(\Delta\varphi) = -1$
Différence de phase $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$	Ondes **en phase** $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 0\ [2\pi] = 2m\pi \quad m \in \mathbb{Z}$	Ondes **en opposition de phase** $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \pi\ [2\pi] = 2\pi\left(m+\frac{1}{2}\right) \quad m \in \mathbb{Z}$
Différence de marche δ	$\delta = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$ **Nombre entier de λ**	$\delta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$ **Nombre demi-entier de λ**
Ordre d'interférence p $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$	p entier : $p = m \quad m \in \mathbb{Z}$	p demi-entier : $p = m + \frac{1}{2} \quad m \in \mathbb{Z}$

5. ❤️Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités I_1et I_2 rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale,. Déterminer l'expression du contraste après l'avoir défini ; à quelle condition sur I_1et I_2 a-t-on un contraste maximal, minimal ? a quoi correspond la notion de brouillage ? Exprimer l'intensité totale en faisant apparaitre le contraste et l'intensité moyenne.

Formule de Fresnel : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1.I_2}\, cos(\Delta\varphi)$

$$C \underbrace{=}_{\substack{définition\\ du\ contraste}} \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2 - \left(\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}\right)^2}{\left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2 + \left(\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}\right)^2}$$

$$C = \frac{4\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}}{2(I_1+I_2)} = 2\frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1+I_2)} = 2\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}}}{1+\frac{I_1}{I_2}} \quad soit \quad C(x) = \frac{2x}{1+x^2} \qquad avec \qquad x = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

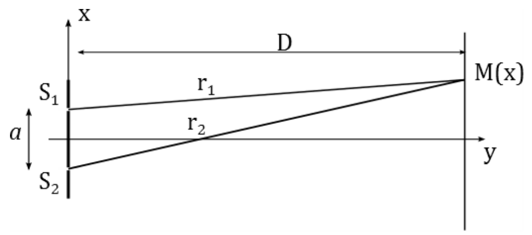
contraste maximal et vaut 1 lorsque $I_{min} = 0$, soit pour $I_1 = I_2$.

contraste minimal et tend vers 0 lorsque $I_{max} \approx I_{min}$, soit $I_1 \gg I_2$ ou $I_1 \ll I_2$.

En pratique : plus le contraste est élevé, plus l'intensité varie entre franges sombres et brillantes.

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1.I_2}.cos\left(\Delta\varphi_{2/1}(M)\right) = \underbrace{(I_1 + I_2)}_{I_{moy}}.\left(1 + \underbrace{\frac{2\sqrt{I_1.I_2}}{I_1 + I_2}}_{Contraste} cos\left(\Delta\varphi_{2/1}(M)\right)\right)$$

6. ❤ Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas du dispositif classique des trous d'Young, la source primaire monochromatique étant située sur la médiatrice des trous et l'écran d'observation, parallèle au plan percé des deux trous, étant à grande distance $\boldsymbol{D}$ du plan des trous. On se placera dans un milieu d'indice n_0 homogène. Justifier la forme des franges alors observées.



Différence de marche en l'absence de réflexions : $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = n_0[S_2M - S_1M] = n_0(r_2 - r_1)$

Coordonnées : $S_1 \left| \begin{matrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$ *et* $S_2 \left| \begin{matrix} -\frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$ *; point d'observation sur l'écran :* $M \left| \begin{matrix} x \\ D \\ z \end{matrix} \right.$ *avec* $a = S_1S_2 \ll D;\ \ x \ll D;\ \ z \ll D$

- $r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D\left(1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$

  on effectue un D.L. 1 en $\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 = \varepsilon \ll 1$ *:* $r_1 \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right)\right)$

- $r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D\left(1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$

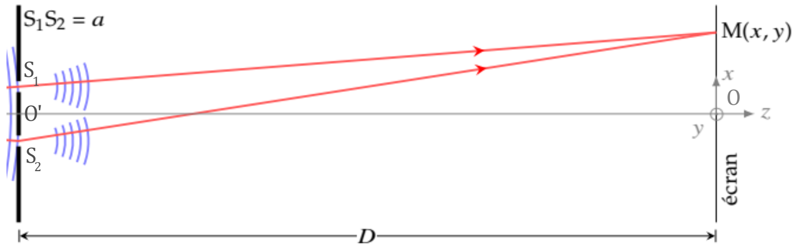
  D.L.1 en $\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2 \ll 1$ *:* $r_2 \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right)\right)$

D'où, finalement :

$$\boldsymbol{\delta = n_0(r_2 - r_1) = n_0\frac{ax}{D}}$$

Différence de marche donc intensité indépendantes de y : franges rectilignes dans le cadre de cette approximation.

7. ❤ ❤ Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas du dispositif classique des trous d'Young (milieu



d'indice n_0) pour une source primaire sur la médiatrice des trous.

En déduire l'expression de l'ordre d'interférence et du déphasage. Rappeler la définition de l'interfrange et établir son expression

Différence de marche : $\delta = (SM)_{voie\ 2} - (SM)_{voie\ 1} = [(S_2M) - (S_1M)] \approx \boldsymbol{n_0}\frac{ax}{D}$

Ordre d'interférence : $p = \frac{\delta}{\lambda} = \boldsymbol{n_0}\frac{ax}{\lambda D}$

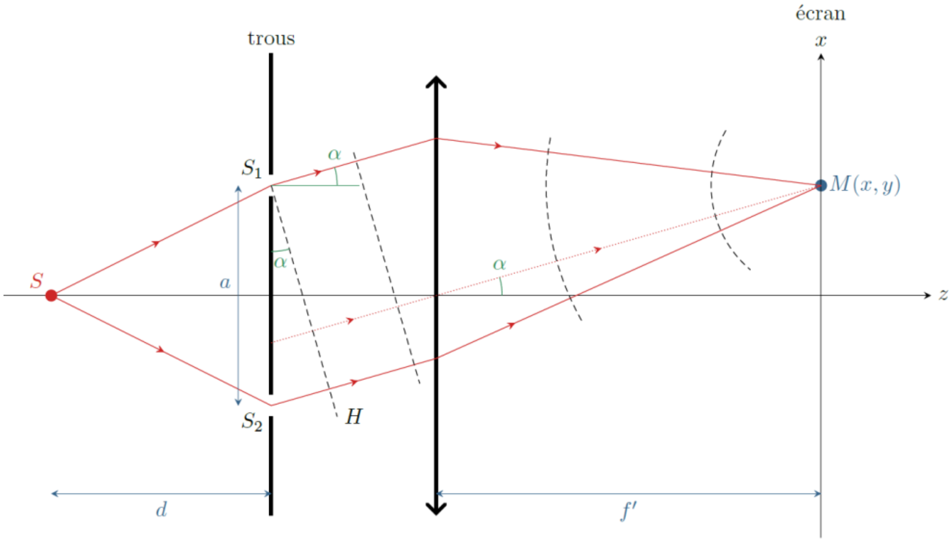
Déphasage : $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = 2\pi p = 2\pi\boldsymbol{n_0}\frac{ax}{\lambda D}$

l'interfrange de la figure est définie comme la période spatiale de celle-ci à l'écran, soit $I(x+i) = I(x)$.

On a alors : $\Delta\varphi_{2/1}(x+i) = \Delta\varphi_{2/1}(x) + 2\pi \qquad p(x+i) = p(x)+1 \qquad \delta(x+i) = \delta(x) + \lambda_0$

$$\delta(x+i) = \delta(x) + \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n_0 a(x+i)}{D} = \frac{n_0 ax}{D} + \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n_0 ai}{D} = \lambda \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{\lambda D}{n_0 a}$$

8. ❤️ ❤️ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f' est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.



$$\delta = (SM)_{voie\ 2} - (SM)_{voie\ 1} = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)]$$

D'après le principe du retour inverse, $(MH) = (MS_1)$, soit :

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)] = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)]$$

par symétrie, $\qquad (SS_2) = (SS_1)$

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)] = (S_2H)$$

Pour simplifier, on choisit $y = 0$, dans le plan de la figure.

triangle rectangle S_1S_2H : $\quad \delta = n_0\, a \sin(\alpha)$

triangle formé par *O* (centre de la lentille), le centre de l'écran, et *M* : $\qquad \tan(\alpha) = x/f'$

Aux petits angles : $\delta(M) = n_0 \frac{ax}{f'}$ et $i = \frac{\lambda_0 f'}{n_0 a}$

9. ❤️ ❤️ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?

Trous d'Young classiques : Différence de marche : $\delta = (SM)_{voie\ 2} - (SM)_{voie\ 1} = [(S_2M) - (S_1M)] \approx \boldsymbol{n_0} \frac{ax}{D}$

Ici : $\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) - (SS_1) + (S_2M) - (S_1M)$

Les sources secondaires S_1 et S_2 ne sont plus en phase, par analogie :

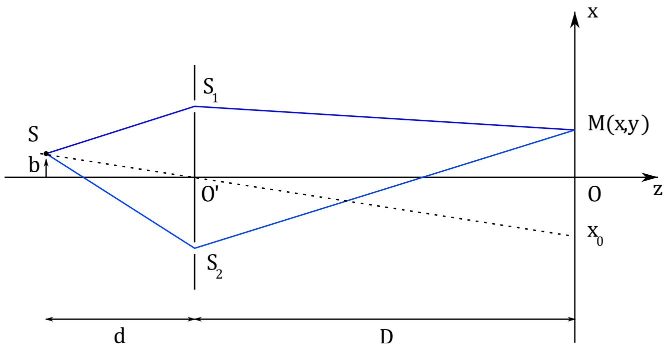
$(SS_2) - (SS_1) = n_0[SS_1 - SS_2] \approx \frac{n_0 ab}{d}$.

On en déduit que $\delta_{2/1}(M) = \frac{n_0 ab}{d} + \frac{n_0 ax}{D}$ et

$p'(M) = \frac{n_0 a}{\lambda_0 D}\left(x + \frac{bD}{d}\right) = \frac{n_0 a}{\lambda_0 D}(x - x_0)$ *avec* $x_0 = -\frac{bD}{d}$

Frange centrale : telle que $p'(M) = 0$

soit $x = x_0 = -\frac{bD}{d}$ *abscisse de la nouvelle frange centrale*



10. ❤ Les trous d'Young sont éclairés par *deux* sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ, situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue

Source S : $\delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D}$ *donc* $p(M) = \frac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}$

Source S' : $\delta'_{2/1}(M) = \frac{ab}{d} + \frac{ax}{D}$ *donc* $p'(M) = \frac{a}{\lambda D}\left(x + \frac{bD}{d}\right)$

Brouillage complet si les figures sont décalées d'une demi interfrange soit $\Delta p(M) = p'(\mathrm{M}) - p(M) = \frac{1}{2} = \frac{ab}{\lambda d}$

Critère semi-quantitatif de brouillage (admis) :

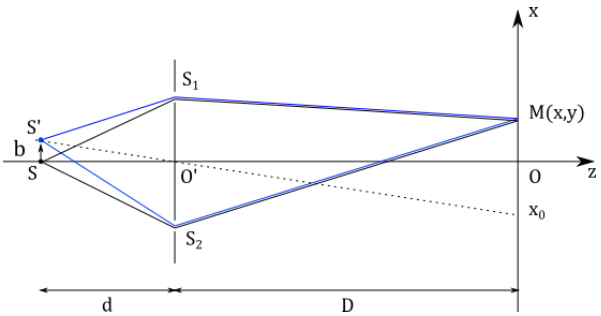
brouillage en M si $|\Delta p(M)|$ ***évaluée sur la demi-étendue spatiale de la source*** *dépasse ½ (différence d'ordre entre les ondes issues du centre / des extrémités).*

$\Delta \boldsymbol{p}(\boldsymbol{M}) \geq \frac{1}{2}$ *avec* $\Delta \boldsymbol{p}(\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{p}_{S,ext}(\boldsymbol{M}) - \boldsymbol{p}_{centre}(\boldsymbol{M})$

Soit ici $\Delta \boldsymbol{p}(\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{p}_{S(\ell/2)}(\boldsymbol{M}) - \boldsymbol{p}_{S(0)}(\boldsymbol{M}) > \frac{1}{2}$

largeur de source à partir de laquelle brouillage = ***largeur de cohérence spatiale*** *de la source.*

11. Les trous d'Young sont éclairés par *deux* sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ, situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité par chacune des sources : $I_0 = I'_0$. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.



2 points sources incohérents :

$$I_{totale}(M) = I_S(M) + I_{S'}(M) = 2I_0\left(2 + cos\Delta\varphi_{2/1}(M) + cos\Delta\varphi'_{2/1}(M)\right)$$

$$I_{totale}(M) = 2I_0\left(2 + cos(2\pi p(M)) + cos(2\pi p'(M))\right)$$

$$I(x) = 4I_0\left(1 + cos\left(2\pi\frac{\Delta p(M)}{2}\right)cos\left(2\pi\frac{p(M) + p'(M)}{2}\right)\right)$$

Avec $p'(M) = \frac{a}{\lambda_0 D}\left(x + \frac{bD}{d}\right)$ *et* $p(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D}$ *d'où* $\frac{\Delta p(M)}{2} = \frac{ab}{2\lambda_0 d}$ *et* $\frac{p(M)+p'(M)}{2} = \frac{a}{\lambda_0 D}\left(x + \frac{bD}{2d}\right)$

$$I(x) = 4I_0\left(1 + \underbrace{\cos\left(2\pi\frac{ab}{2\lambda_0 d}\right)}_{terme\ de\ contraste}\ \underbrace{\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda_0 D}\left(x + \frac{bD}{2d}\right)\right)}_{terme\ d'interférence}\right)$$

terme d'interférences *: identique à celui obtenu avec une seule source placée en* $x = b/2$*, ie au milieu de* S *et* S'*. Il dépend de* x*, donne la position des franges brillantes et sombres et l'interfrange, inchangée par rapport au cas d'une unique source ponctuelle.*

Terme ou facteur de contraste : indépendant de x, même valeur en tout point de l'écran. donne $\mathcal{C}$ global (voir ci-dessous) et dépend donc de la valeur relative de b et des autres grandeurs caractéristiques.

$$\mathcal{C} = \left|\cos\left(\pi\frac{a}{\lambda_0}\frac{b}{d}\right)\right| = |\cos(\pi\Delta p(M))|$$

$\mathcal{C}$ s'annule la 1ère fois pour $\Delta p(M) = \pm ½$*, ie pour* $b = \frac{\lambda_0 d}{2a}$.

12. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{moy} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.

Ordres d'interférence : $p_{centre}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{moy}}$; seconde radiation : $p_{max}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{moy}+\frac{\Delta\lambda}{2}}$. Pour de trous d'Young symétriques, on a $\delta(M) = \frac{n_0 ax}{D}$. On en déduit :

$$p_{centre}(M) - p_{max}(M) = \delta(M)\left(\frac{1}{\lambda_{moy}} - \frac{1}{\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}}\right) \approx \frac{n_0 ax}{D}\frac{\Delta\lambda/2}{\lambda_{moy}^2} = \delta(M)\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_{moy}^2} \underbrace{=}_{critère\ de\ brouillage} \frac{1}{2}$$

Or on a montré que $\ell_c = c\tau_c \approx \frac{\lambda_{moy}^2}{\Delta\lambda}$ soit $\frac{\delta(M)}{2\ell_c} = \frac{1}{2}$ ou $\delta(M) \sim \ell_c$

13. ❤️ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ'. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{moy} = \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaitre un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue.

$$I_{totale}(M) = 2I_0\left(1 + \cos\Delta\varphi_{2/1}(M)\right) + 2I_0\left(1 + \cos\Delta\varphi'_{2/1}(M)\right) = 2I_0\left(2 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{n_0 ax}{D} + \cos\frac{2\pi}{\lambda'}\frac{n_0 ax}{D}\right)$$

$$I_{totale}(M) = 4I_0\left(1 + \cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{n_0 ax}{D} - \frac{2\pi}{\lambda'}\frac{n_0 ax}{D}\right).\cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{n_0 ax}{D} + \frac{2\pi}{\lambda'}\frac{n_0 ax}{D}\right)\right)$$

$$I_{totale}(M) = 4I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)\frac{n_0 ax}{D}\right).\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right)\frac{n_0 ax}{D}\right)\right)$$

Si note $\lambda_{moy} = \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ *et* $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$*, on a* $\lambda = \lambda_{moy} - \frac{\Delta\lambda}{2}$ *et* $\lambda' = \lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$

$$I_{totale}(M) = 4I_0\left(1 + \cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda\lambda'}\frac{n_0 ax}{D}\right).\cos\left(2\pi\frac{\lambda_{moy}}{\lambda\lambda'}\frac{n_0 ax}{D}\right)\right)$$

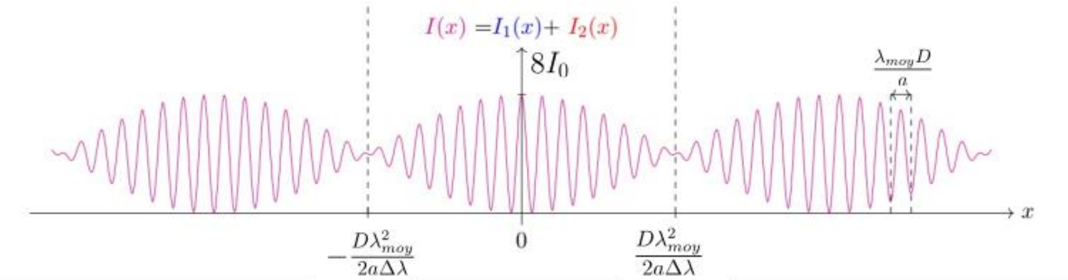
$$I_{totale}(M) = 4I_0\left(1 + cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2 - \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2}\frac{n_0ax}{D}\right).cos\left(2\pi\frac{\lambda_{moy}}{\lambda_{moy}^2 - \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2}\frac{n_0ax}{D}\right)\right)$$

Avec $\lambda_{moy}^2 \gg \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2$, on peut simplifier l'expression précédente

$$\boxed{\boldsymbol{I_{totale}(M) \cong 4I_0\left(1 + cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2}\frac{n_0ax}{D}\right).cos\left(2\pi\frac{n_0ax}{\lambda_{moy}D}\right)\right)}}$$

périodes spatiales : $cos\left(2\pi\frac{n_0ax}{\lambda_{moy}D}\right)$: $\frac{\lambda_{moy}D}{n_0a}$ et $cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2}\frac{n_0ax}{D}\right)$: $\Delta x = \frac{2\lambda_{moy}^2D}{n_0a\Delta\lambda}$ avec $\Delta x \gg \frac{\lambda_{moy}D}{n_0a}$

***battements** spatiaux.*



contraste local autour de M : $C(M) = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} = \left|cos\left(\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2}\frac{n_0ax}{D}\right)\right|$, s'annule aux points d'anti coïncidence.

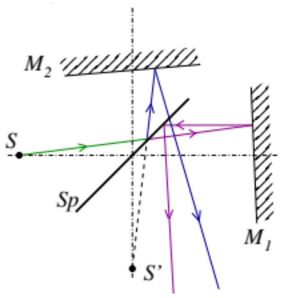
14. ❤️❤️Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :

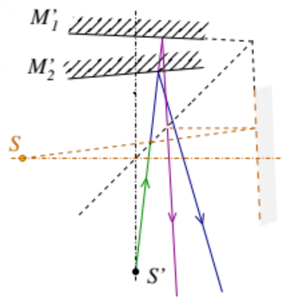
(a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;

(b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;

(c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.

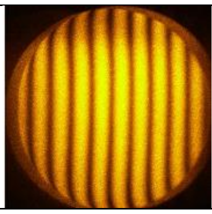
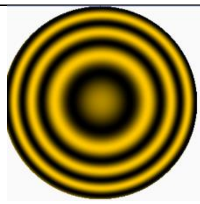
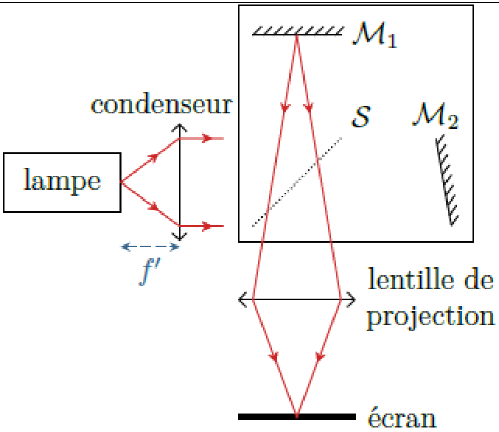
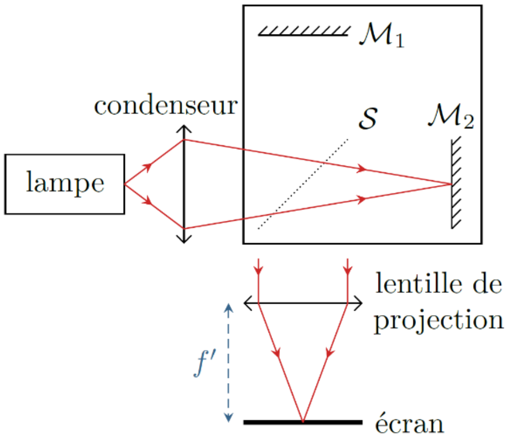
Un rayon lumineux issu de la source est à moitié réfléchi par la séparatrice (S) (lame semi-réfléchissante) vers le miroir fixe M_2, et à moitié transmis vers le miroir M_1. Tout se passe comme si on remplaçait M_1 par M_1', son symétrique par rapport à (S). On note $e = M'_1M_2$ et α l'angle entre les miroirs M_2 et M_1'.



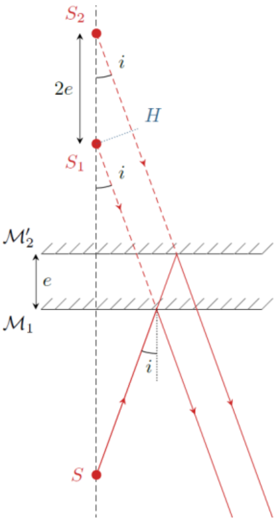


Système réel ***Système équivalent avec miroir fictif en couche d'air***

	Coin d'air : $e = 0$ et $\alpha \neq 0$	**Lame d'air : $e \neq 0$ et $\alpha = 0$**
Schéma équivalent		
Condition d'éclairage	Quasi-parallèle (pour avoir OPPM)	Non parallèle
Réalisation	Source dans le PFO d'une lentille convergente	Source suivie d'un condenseur pour introduire de l'angle et optimiser l'éclairage des miroirs.

<table>
<tr><td>Figure d’interférence</td><td>Franges d’égales épaisseurs </td><td>Anneaux d’égales inclinaisons </td></tr>
<tr><td>Localisation en source étendue</td><td>Sur les miroirs</td><td>A l’infini</td></tr>
<tr><td>Condition d’observation</td><td>Image des miroirs à l’aide d’une lentille convergente sur l’écran</td><td>Image dans le plan focal image d’une lentille convergente.</td></tr>
<tr><td>Synthèse</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

15. ❤❤ Établir l’expression de la différence de marche en lame d’air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.



On note H est le projeté orthogonal de S_2 sur le rayon 1.

D’après le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus, $(MS_1) = (MH)$

$$\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = -(S_1H)$$

Comme $[S_2S_1] = 2e$: $\delta_{2/1}(M) = n_{air}[S_2S_1]cos(i) = 2n_{air}ecos(i)$

16. Considérons un Michelson en lame d’air d’épaisseur *e*. Établir la relation entre l’ordre *p* d’un anneau et son rayon r sur l’écran. En déduire le nombre d’anneaux observés dans une figure d’interférences de rayon R en fonction de *e*.

Voir corrigé application de cours

17. Considérons un Michelson en lame d’air éclairé par un doublet spectral.

(a) Établir l’expression de l’éclairement au centre des anneaux en fonction de l’épaisseur *e* de la lame d’air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d’interférences).

(b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.

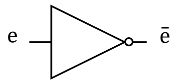
(c) Exprimer l’écart de longueur d’onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est chariotté entre deux anticoïncidences successives.

Voir corrigé application de cours

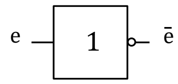
18. ❤ Donner pour chacune des portes logiques NOT, AND, OR, NAND, les caractéristiques suivantes : l’un des schémas caractéristiques, la forme canonique de l’opérateur et la table logique associée. Montrer que des associations de portes NAND permettent de réaliser des portes NOT puis AND.

Porte NOT /NON ou porte inverseuse

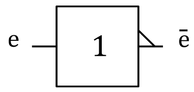
$s = \bar{e}$



représentation ANSI

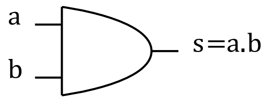


représentation IEC

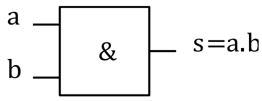


e	$s = \bar{e}$
0	1
1	0

Porte AND/ ET



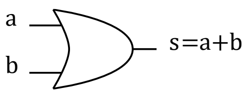
représentation ANSI



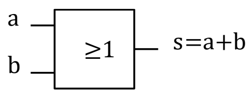
représentation IEC

a	b	$s = a.b$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Porte OR/OU



représentation ANSI

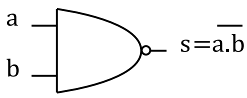


représentation IEC

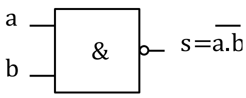
a	b	$s = a + b$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Porte NAND/ NON-ET

$s = \overline{a.b}$

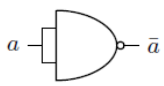


représentation ANSI

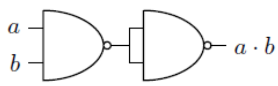


représentation IEC

		AND	NAND
a	b	$s = a.b$	$s = \overline{a.b}$
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0



(a) L'opérateur NOT



(b) L'opérateur AND

La porte NOT se construit avec $\overline{e_1 \cdot e_1} = \overline{e_1} + \overline{e_1} = \overline{e_1}$.

On en déduit la porte AND par une négation de la porte NAND

$$\overline{\overline{e_1 \cdot e_1}} = e_1 \cdot e_2$$