TD CHAPITRE MK.2 : REFERENTIELS NON GALILEENS

CONSEILS A SUIVRE ; ERREURS A NE PAS COMMETTRE

1. L'utilisation de la notion de point coïncident est très utile pour déterminer la vitesse et l'accélération d'entrainement. Le point coïncident étant fixe dans $\mathcal{R}'$, son mouvement est souvent simple dans $\mathcal{R}'$;
2. Evitez autant que possible d'appliquer des formules apprises par cœur que vous aurez oubliées d'ici quelques semaines / jours.
3. Il est indispensable de préciser le référentiel galiléen de référence pour que la notion de force d'inertie ait un sens.
4. Attention à ne pas confondre champ gravitationnel et champ de pesanteur (somme du champ de gravitation et de la force d'inertie d'entrainement). Cette distinction n'a de sens que dans un référentiel non galiléen. Dans le référentiel terrestre, les deux valeurs numériques sont très proches.
5. Le poids inclus la force d'inertie d'entraînement due au mouvement de la Terre par rapport au référentiel géocentrique mais non celle due au mouvement d'un autre référentiel mobile (manège, voiture, etc.).

APPLICATIONS DE COURS

Exercice 1. Loi de composition des vitesses pour un référentiel en translation par rapport à un autre référentiel IMPORTANT 1 | 2

Considérons un référentiel $\mathcal{R}'$ en translation par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$, avec pour un point M quelconque $\vec{v}(M/\mathcal{R})$ sa vitesse dans $\mathcal{R}$ et $\vec{v}(M/\mathcal{R}')$ sa vitesse dans $\mathcal{R}'$

1. Montrer que l'on peut exprimer $\vec{v}(M/\mathcal{R})$ sous la forme $\vec{v}(M/\mathcal{R}) = \vec{v}(M/\mathcal{R}') + \vec{v}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$.
2. Commenter le résultat obtenu.

Exercice 2. Loi de composition des accélérations pour un référentiel en translation par rapport à un autre référentiel 1 | 2

Considérons un référentiel $\mathcal{R}'$ en translation par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$, avec pour un point M quelconque $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ son accélération dans $\mathcal{R}$ et $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$ son accélération dans $\mathcal{R}'$.

1. Etablir la relation entre $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ et $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$
2. Commenter le résultat obtenu.

Exercice 3. Loi de composition des vitesses pour un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un autre référentiel 1 | 2 ou 3

Considérons un référentiel $\mathcal{R}'$ en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$, avec pour un point M quelconque $\vec{v}(M/\mathcal{R})$ sa vitesse dans $\mathcal{R}$ et $\vec{v}(M/\mathcal{R}')$ sa vitesse dans $\mathcal{R}'$.

1. Etablir la relation entre $\vec{v}(M/\mathcal{R})$ et $\vec{v}(M/\mathcal{R}')$
2. Commenter le résultat obtenu.

Exercice 4. Loi de composition des accélérations pour un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un autre référentiel | 2 ou 3

Considérons un référentiel $\mathcal{R}'$ en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$, avec pour un point M quelconque $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ son accélération dans $\mathcal{R}$ et $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$ son accélération dans $\mathcal{R}'$.

1. Etablir la relation entre $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ et $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$
2. Commenter le résultat obtenu.

Exercice 5. Fête foraine | 1 | 2

Une grande roue de fête foraine, de rayon R, tourne à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe horizontal.

1- Exprimer la vitesse et l'accélération dans le référentiel terrestre d'un enfant qui se tient assis dans l'une des nacelles.

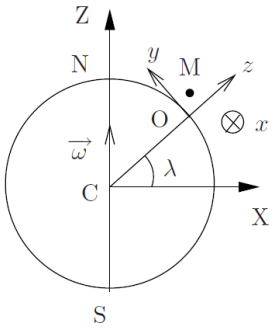
Un manège tourne à la vitesse angulaire ω constante.

2- La personne chargée de ramasser les tickets marche à la vitesse constante v_0 selon un rayon de la plateforme du manège. Exprimer sa vitesse et son accélération vues par un parent qui attend sur un banc.

3- Mêmes questions dans le cas où la personne parcourt sur le manège un cercle de rayon R concentrique à la plateforme, à la vitesse ω'constante.

Exercice 6. Accélération d'entraînement dans le référentiel terrestre IMPORTANT | 1 | 2

La terre est assimilée à une sphère de centre C et de rayon R_T, tournant autour de l'axe Nord Sud des pôles avec une vitesse angulaire ω. On note $\mathcal{R}_G$ et $\mathcal{R}_T$ les référentiels géocentrique et terrestre. Le point M est situé au voisinage du point O $(OM \ll R_T)$ tandis que O est situé à la latitude λ à la surface de la Terre.

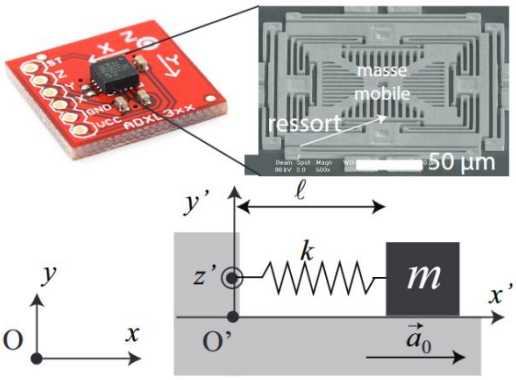


Calculer l'accélération d'entraînement de ce point M. Faire l'AN et la comparer à g.

Données : $R_T = 6400$ km et $\lambda = 40°$, durée du jour sidéral : $T = 23h56s$

Exercice 7. Accéléromètre IMPORTANT | 2 | 2

Les accéléromètres utilisés par exemple dans les téléphones portables peuvent être modélisés par des systèmes masses-ressorts de taille inférieure au mm reposant sur un support solide, le bâti, sur lequel la masse se déplace sans frottement.



On considère une masse m accrochée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k, et on étudiée la situation dans laquelle le bâti est soumis à une accélération $\vec{a}_0 = a_0\vec{e}_x$ par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}$ d'étude

a) Déterminer la longueur à l'équilibre ℓ_{eq} du ressort.

b) Établir l'équation du mouvement de la masse m glissant sans frottement sur le bâti, on posera $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ et $x' = \ell - \ell_{éq}$.

Exercice 8. Champ de pesanteur terrestre IMPORTANT | 1 | 2

1- Etablir l'expression du champ de pesanteur terrestre en un point M de la surface de la Terre supposée sphérique.

2- Sachant que $g_0 = 9{,}81$ m·s^{-2} et $R = 6{,}4.10^3$ km, calculer la valeur maximale de la contribution du terme centrifuge à la définition de la pesanteur. Conclure.

3- Montrer que la pesanteur à la latitude λ s'exprime selon $g \simeq g_E(1 + \frac{\omega^2 R}{g_E}\sin^2\lambda)$

Exercice 9. Déviation vers l'Est 💡 2 | 🛠 2 ou 3

Soit un masse m qu'on lâche sans vitesse initiale d'un point à la hauteur h au-dessus de la surface de la Terre. On se propose d'étudier cette chute dans le référentiel terrestre non galiléen. On note λ la latitude de l'endroit où a lieu l'expérience, z la verticale locale et on suppose que l'axe x pointe vers le Sud et l'axe y vers l'Est.

A l'aide de la méthode des perturbations, nous allons chercher à établir l'expression approchée de la déviation subie lors de cette chute (position de l'impact).

1- Etablir l'équation différentielle du mouvement en tenant compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre.

2- Etudier la chute libre à l'ordre zéro, soit en l'absence de perturbation correspondant à la force de Coriolis.

3- Injecter cette solution d'ordre zéro dans le terme perturbatif intervenant dans l'équation du mouvement puis résoudre l'équation obtenue de manière à déterminer les coordonnées x, y et z du point d'impact sur le sol. Commenter le résultat obtenu.

Exercice 10. Terme de marée 💡 2 | 🛠 2

Considérons un objet de masse m situé au point M à la surface de la Terre soumis uniquement aux interactions gravitationnelles dues à la Terre ainsi qu'aux autres astres du système solaire. Afin de simplifier les calculs, on se limitera dans cet exercice à l'interaction gravitationnelle due au Soleil. Un calcul complet montre que l'effet de la Lune est en réalité quasi trois fois plus important que l'effet du Soleil, l'influence des autres astres étant négligeable (facteur 10^{-4} par rapport au Soleil pour Venus qui correspond au terme le plus important).

On étudie le système dans le référentiel géocentrique supposé en translation circulaire par rapport au référentiel héliocentrique qu'on supposera galiléen.

On notera $\vec{\mathcal{G}}_T(M)$ et $\vec{\mathcal{G}}_S(M)$ les champs gravitationnels créés respectivement par la Terre et par le Soleil de centres T et S au point M, et M_T et M_S les masses de la Terre et du Soleil.

1- Ecrire la seconde loi de Newton pour ce point M dans le référentiel géocentrique en fonction de l'accélération d'entrainement $\vec{a}_e\left(M, \mathcal{R}_{géo}/\mathcal{R}_S\right)$ au point M du référentiel géocentrique par rapport au référentiel héliocentrique.

2- On étudie à présent dans le référentiel héliocentrique le système Terre assimilé à un point T correspondant au centre de la Terre et soumis uniquement à l'attraction gravitationnelle du Soleil. Ecrire la seconde loi de Newton pour ce système.

3- Montrer que le point M est soumis à une force $m\left(\vec{\mathcal{G}}_S(M) - \vec{\mathcal{G}}_S(T)\right)$ appelée terme de marée. Pour quels points M ce terme de marée est-il le plus important ?

Le Soleil de centre S se trouve à une distance très importante de la Terre, soit $D_S = ST \gg R_T$ où R_T est le rayon de la Terre. On a de plus $SM \in [ST - R_T; ST + R_T]$.

4- On s'intéresse au terme de marée au niveau du point M le plus proche du Soleil. En utilisant l'approximation suivante : $\frac{\overrightarrow{SM}}{SM} \simeq \frac{\overrightarrow{ST}}{ST}$, montrer qu'on a alors pour le terme de marée associé à ce point le plus proche du Soleil : $\left\|\vec{\mathcal{G}}_S(M) - \vec{\mathcal{G}}_S(T)\right\| \simeq \frac{2\mathcal{G}M_S R_T}{D_S^3}$.

EXERCICES INCONTOURNABLES

Exercice 11. Natation et courant dans une rivière 2 ou 3 | 1

Un nageur se trouve au bord d'une rivière de 50 m de large. Le courant de la rivière est uniforme et en tout point la vitesse de l'eau par rapport aux berges est de 3 km.h^{-1}. Quand il nage en piscine la vitesse du nageur est de 4 km.h^{-1}. Nous supposerons que dans l'eau la vitesse du nageur est constante et est la même que dans la piscine.

1) Le nageur veut regagner la berge opposée le plus rapidement possible, que doit-il faire ? combien de temps mettra-t-il ?

2) Mêmes questions si le nageur souhaite à présent que sa trajectoire reste perpendiculaire aux berges.

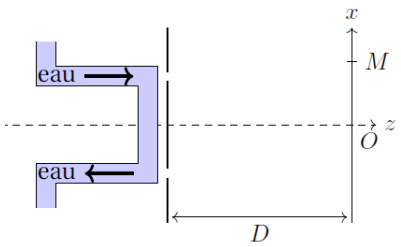
Exercice 12. Expérience de Fizeau 2 | 1

Cet exercice s'intéresse à l'expérience de Fizeau réalisée en 1851 (soit 54 ans avant l'avènement de la relativité restreinte). Son premier but était de démontrer l'existence de « l'éther », support matériel hypothétique de la lumière dans les théories du 19ème siècle.

On considère le dispositif interférentiel des trous d'Young distants de $a = 20$ mm, percés dans un écran opaque éclairé sous incidence normale par une onde plane progressive de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm. Un écran est disposé à une distance $D = 20$ m du plan des trous d'Young.

1) Montrer que, compte tenu des ordres de grandeurs, la différence de marche en un point M de l'écran situé dans le plan de l'écran et repéré par son abscisse x est $d = ax/D$.

2) Dans l'expérience de Fizeau, on place derrière les deux trous du dispositif d'Young deux tubes parallèles à l'axe du système, de même longueur $L = 10$ m, traversés par la lumière sous incidence quasi-normale. On crée dans ces tubes un courant d'eau de même vitesse $v_{eau} = 7\ \mathrm{m}.s^{-1}$ en sens opposé dans les deux tubes. L'indice de l'eau au repos étant égal à $n = 1{,}337$, la célérité de la lumière dans le référentiel de l'eau est égale à c_0/n.



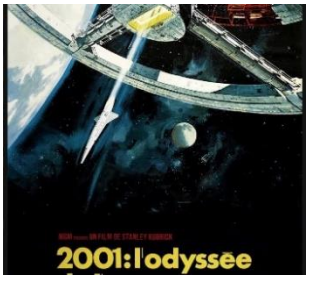
3) En supposant que la célérité de la lumière dans l'eau en mouvement vérifie la loi de composition des vitesses, exprimer la variation de la différence de marche δ' au point M de l'écran, lorsqu'on établit le courant d'eau, en limitant les calculs à l'ordre 1 en v_{eau}/c_0.

4) Sachant que l'établissement du courant d'eau déplace les franges de $\Delta x = 0{,}37\ \mathrm{mm} \pm 0{,}05\ \mathrm{mm}$, que faut-il penser de l'hypothèse faite quant à la loi de composition des vitesses?

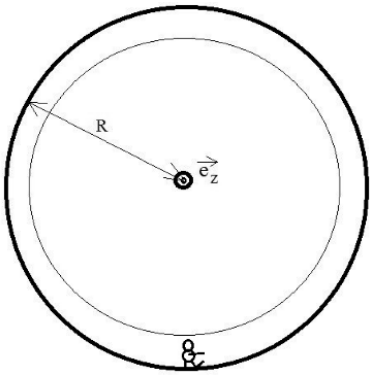
Exercice 13. Dans un ascenseur IMPORTANT 2 | 1

Un enfant s'amuse à accrocher au plafond d'un ascenseur un petit avion en bois au bout d'un ressort. L'ascenseur monte avec une accélération constante a_0. Déterminer l'allongement du ressort.

Exercice 14. 2001 : l'odyssée de l'espace 2 | 2



Dans le film "2001 : l'odyssée de l'espace" de Stanley Kubrick, un vaisseau spatial constitué d'un tore de rayon R tourne autour de son axe Oz avec une vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \omega\,\vec{e}_z$ constante dans un référentiel galiléen.



1) Alors qu'ils sont loin de toute planète, les astronautes vivent dans le tore comme sur Terre : ils sont soumis à une

gravité artificielle. Évaluer les valeurs numériques de R et de ω pour que les astronautes subissent une gravité artificielle de valeur $g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$, à 10 % près entre les pieds et la tête.

2) Dans l'une des scènes du film, un astronaute (Poole) fait un jogging dans le tore. Expliquer pourquoi il peut être très fatigant pour Poole de courir dans la station spatiale (on choisira des valeurs numériques pour illustrer le raisonnement).

Exercice 15. Pendule à fil IMPORTANT 2 | 2

On considère un point matériel M de masse m suspendu à un point O par un fil inextensible et sans masse, de longueur ℓ.

1) On suppose que le point O est fixe. Donner l'équation du mouvement et la pulsation des petites oscillations autour de la position d'équilibre.

2) Le point O d'accroche du fil se trouve à présent à l'intérieur d'une voiture qui roule sur une route horizontale avec une accélération rectiligne constante $\vec{a}(O) = a_0\vec{e}_x$. Déterminer la nouvelle position d'équilibre ainsi que la pulsation des petites oscillations autour de celle-ci. Comparer avec la question précédente.

Exercice 16. Les chaises volantes 2 ou 3 | 1 ou 2

Les chaises volantes sont une variante de manège de type carrousel dans lesquelles des sièges sont suspendus depuis le haut du manège au bout de chaînes métalliques. Lors de la rotation du manège, les chaises sont inclinées vers l'extérieur.

L'un de ces manèges est mis en vente avec le descriptif suivant : Manège voltigeur authentique 1930, pièce rare avec musique d'orgue de barbarie. Diamètre 8 mètres à l'arrêt et 16 mètres en action, hauteur 7 m, poids 9 tonnes. 25 places.

Au regard du descriptif de mise en vente de ce manège, combien de tours de manège fait-on en 3 minutes?

Chaises volantes du PAL – Parc d'attraction en Auvergne

Exercice 17. Autour d'un train IMPORTANT 1 ou 2 | 2

Un TGV, de masse $m = 780$ tonnes, circule du nord vers le sud entre Lyon et Avignon à la vitesse constante de 300 km.h^{-1}; à l'instant considéré, il se trouve à la hauteur de Valence, à la latitude $\lambda = 45°$ nord. Au point P où se situe le train, on définit une base orthonormée $(\vec{e}_x; \vec{e}_y; \vec{e}_z)$ avec $\vec{e}_x$ vers l'est, $\vec{e}_y$ vers le nord et $\vec{e}_z$ vers le zénith.

1- Faire un schéma où apparaissent la Terre (en coupe), la base décrite ci-dessus représentée au point P, le vecteur vitesse du train ainsi que le vecteur rotation de la Terre.

2- Déterminer la force de Coriolis qui s'exerce sur le train dans le référentiel terrestre et comparer sa norme au poids du train.

3- Faire un schéma local du train, vu de l'arrière, et représenter les différentes forces subies. Lequel des deux rails s'use le plus ?

Exercice 18. Equilibre sur un plateau tournant 2 | 2

On considère un plateau horizontal tournant autour d'un axe fixe vertical à la vitesse angulaire constante ω. On dépose un petit solide à la distance d de l'axe de rotation sans vitesse initiale par rapport au plateau, qu'on

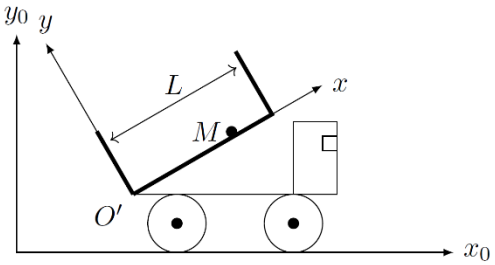
étudiera dans l**e référentiel du plateau** A quelle condition le solide reste-t-il à l'endroit où on l'a posé ? Introduire la ou les grandeurs physiques nécessaire(s).

Exercice 19. Colis dans un camion IMPORTANT 2 | 2

Un colis de 5 kg repose sur le plateau arrière (horizontal) d'un camion sans être arrimé, le coefficient de frottement entre le colis et le plateau vaut $f = 0{,}2$. Le camion démarre à l'instant $t = 0$ avec une accélération constante a sur une route rectiligne et horizontale.

1) Quelle est l'accélération maximale pour éviter que le colis ne glisse ?
2) Le chauffeur se sentant en retard impose une accélération $a = 2{,}5$ m.s^{-2}. En combien de temps le colis aura-t-il parcouru les 5 m qui le séparaient initialement de l'extrémité du plateau ? Si rien ne l'empêche de sortir, quelle sera sa vitesse d'éjection, par rapport au camion, et par rapport à la route ?
3) Dans son rétroviseur, le chauffeur voit son colis qui glisse. Il freine brutalement (avec une accélération de $a = -5$ m/s^2) alors que le colis a déjà parcouru 3 m. Montrer qu'il évitera la chute du colis (on admettra que le plateau reste sensiblement horizontal).

Exercice 20. Camion benne (d'après CCINP) 2 | 2



Un caillou de masse m est matérialisé par le point M.

À l'instant $t = 0$, l'angle entre (Ox) et (Ox_0) est φ_0.

On note $\mathcal{R}$ le référentiel associé à la benne, lié au camion. On note $\mathcal{R}_0$ le référentiel défini par $(O; x_0; y_0; z_0)$.

1) Pendant la phase de démarrage étudiée ici, le camion a une accélération constante $\vec{a}(O'/\mathcal{R}_0) = a_0\vec{e}_{x0}$.

La benne ne bouge pas par rapport au camion.

1.**a**) Effectuer le bilan des forces dans $\mathcal{R}$.

1.**b**) À l'aide des lois de Coulomb, donner une condition pour que le caillou soit immobile.

1.**c**) Le caillou glisse. Donner une condition vérifiée par a_0 et $\tan(\varphi_0)$, puis donner l'équation horaire du mouvement.

2) Le camion est immobile. La benne tourne à la vitesse angulaire ω, de telle sorte que $\frac{dx}{dt} < 0$.

2.**a**) Donner l'équation horaire du mouvement du caillou.

EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 21. Gouttes de pluie 2 ou 3 | 2

En roulant sous la pluie à 110 km/h sur une autoroute plane, un conducteur remarque que les gouttes de pluie ont, vues à travers les vitres latérales de sa voiture, des trajectoires qui font un angle de 80° avec la verticale. Ayant arrêté sa voiture, il remarque que la pluie tombe en fait verticalement.

Calculer la vitesse de la pluie par rapport à la voiture immobile et par rapport à la voiture se déplaçant à 110 km/h.

Exercice 22. L'hélicoptère *J. Le Berre* 1 | 2

Considérons un hélicoptère se déplaçant horizontalement en ligne droite à la vitesse v. Les pales de l'hélicoptère, de longueur L tournent à la vitesse angulaire ω. On s'intéresse au mouvement du point M situé à l'extrémité d'une pale. On définit deux référentiels : $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ et $R'(A, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ le référentiel lié à l'hélicoptère.

Indication : On prendra les caractéristiques de l'hélicoptère GAZELLE SA341 : L = 6,0 m; ω = 378 tr·mn^{-1} (tours par minute).

1. Calculer la vitesse angulaire en rad·s^{-1}.
2. À l'aide de la loi de composition des vitesses, exprimer la vitesse du point M dans le référentiel R que l'on exprimera dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$
3. Retrouver le résultat en dérivant directement le vecteur position.
4. Déterminer la vitesse maximale d'avancement de l'hélicoptère sachant que la vitesse du point M ne doit, à aucun moment, dépasser la vitesse du son (c_{son} = 340 m·s^{-1}). On donnera le résultat en km·h^{-1}.