

Colle N°21 – semaine Pronote 29 : 17 au 21 Mars 2025

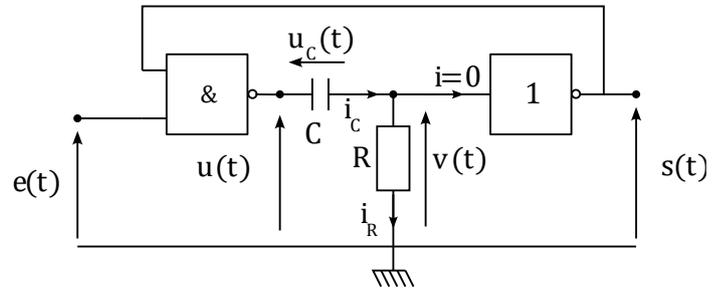
■ Au programme des exercices

- Chapitre OPT3 : Interférences par division du front d'onde
- Chapitre OPT4 : Interférences par division d'amplitude
- Chapitre ELEC3 : Portes logiques
- Chapitre MK2 : Référentiels non galiléens (**attention ! la mécanique terrestre n'a pas encore été vue ! rien sur le champ de pesanteur, les déviations vers l'Est / la droite, les marées, etc.**)

■ Questions de cours

1. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{moy} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.
2. ❤ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ' . On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{moy} = \frac{\lambda + \lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaître un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue et déterminer la différence de marche correspondant au brouillage.
3. ❤ ❤ Rappel de la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent en justifiant. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :
 - (a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;
 - (b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;
 - (c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.
4. ❤ ❤ Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.
5. Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur e . Établir la relation entre l'ordre p d'un anneau et son rayon r sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon R en fonction de e .
6. Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.
 - (a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur e de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).
 - (b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.
 - (c) Exprimer l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est charioté entre deux antioïncidences successives.
7. ❤ Donner pour chacune des portes logiques NOT, AND, OR, NAND, les caractéristiques suivantes : l'un des schémas caractéristiques, la forme canonique de l'opérateur et la table logique associée. Montrer que des associations de portes NAND permettent de réaliser des portes NOT puis AND.

8. ♥♥ On étudie le convertisseur logique tension-fréquence réalisé à l'aide du circuit ci-contre constitué de portes logiques idéales. On suppose que la porte NON bascule à $E/2$ et on peut montrer que la sortie $s = E$ correspond à un état stable du système.

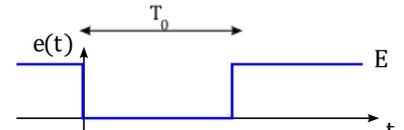


- (a) Déterminer l'équation différentielle reliant $u(t)$ à $v(t)$.

- (b) Partons d'un montage dans l'état stable correspondant à une entrée $e(t < 0) = E$ depuis un temps très long. Supposons qu'à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 (avant de revenir à 1). Que se passe-t-il à $t = 0^+$ dans le montage ? On donnera les valeurs des différentes tensions aux instants $t = 0^-$ et à $t = 0^+$.

9. ♥♥ On reprend la question précédente, et on donne les valeurs des tensions initiales : $e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_c(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$

$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_c(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$



ainsi que l'équation différentielle vérifiée : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt}$. à l'instant T_0 , l'entrée e bascule à nouveau avec $e(T_0) = E$. Soit T_b l'instant de basculement de la porte NON ; montrer que $T_b = \tau \times \ln(2)$. Déterminer les évolutions des différentes tensions entre $t = 0$ et T_0 en séparant les deux cas $T_b > T_0$ et $T_b < T_0$.

10. ♥♥ Référentiel en translation par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
11. ♥♥ Référentiel en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
12. ♥♥ Forces d'inertie : cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe.

■ Questions de cours avec éléments de réponses

1. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{moy} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.

Ordres d'interférence : $p_{centre}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{moy}}$; seconde radiation : $p_{max}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}}$. Pour des trous d'Young symétriques, on a $\delta(M) = \frac{n_0 ax}{D}$. On en déduit :

$$p_{centre}(M) - p_{max}(M) = \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_{moy}} - \frac{1}{\lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}} \right) \approx \frac{n_0 ax}{D} \frac{\Delta\lambda/2}{\lambda_{moy}^2} = \delta(M) \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_{moy}^2} \stackrel{\text{critère de brouillage}}{=} \frac{1}{2}$$

Or on a montré que $\ell_c = c\tau_c \approx \frac{\lambda_{moy}^2}{\Delta\lambda}$ soit $\frac{\delta(M)}{2\ell_c} = \frac{1}{2}$ ou $\delta(M) \sim \ell_c$

2. ♥ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ' . On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{moy} = \frac{\lambda + \lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaître un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue.

$$I_{\text{totale}}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \Delta \varphi_{2/1}(M) \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \Delta \varphi'_{2/1}(M) \right) = 2I_0 \left(2 + \cos \frac{2\pi n_0 a x}{\lambda D} + \cos \frac{2\pi n_0 a x}{\lambda' D} \right)$$

$$I_{\text{totale}}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi n_0 a x}{\lambda D} - \frac{2\pi n_0 a x}{\lambda' D} \right) \cdot \cos \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi n_0 a x}{\lambda D} + \frac{2\pi n_0 a x}{\lambda' D} \right) \right)$$

$$I_{\text{totale}}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \frac{n_0 a x}{D} \right) \cdot \cos \left(2\pi \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) \frac{n_0 a x}{D} \right) \right)$$

Si note $\lambda_{\text{moy}} = \frac{\lambda + \lambda'}{2}$ et $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$, on a $\lambda = \lambda_{\text{moy}} - \frac{\Delta \lambda}{2}$ et $\lambda' = \lambda_{\text{moy}} + \frac{\Delta \lambda}{2}$

$$I_{\text{totale}}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda \lambda'} \frac{n_0 a x}{D} \right) \cdot \cos \left(2\pi \frac{\lambda_{\text{moy}}}{\lambda \lambda'} \frac{n_0 a x}{D} \right) \right)$$

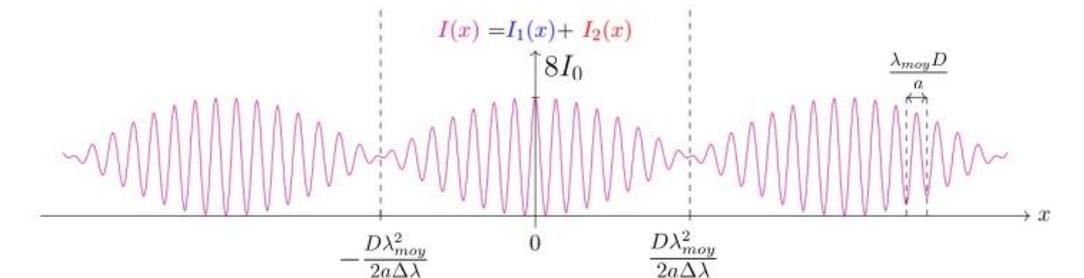
$$I_{\text{totale}}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2 - \left(\frac{\Delta \lambda}{2} \right)^2} \frac{n_0 a x}{D} \right) \cdot \cos \left(2\pi \frac{\lambda_{\text{moy}}}{\lambda_{\text{moy}}^2 - \left(\frac{\Delta \lambda}{2} \right)^2} \frac{n_0 a x}{D} \right) \right)$$

Avec $\lambda_{\text{moy}}^2 \gg \left(\frac{\Delta \lambda}{2} \right)^2$, on peut simplifier l'expression précédente

$$I_{\text{totale}}(M) \cong 4I_0 \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2} \frac{n_0 a x}{D} \right) \cdot \cos \left(2\pi \frac{\lambda_{\text{moy}}}{\lambda_{\text{moy}} D} \frac{n_0 a x}{D} \right) \right)$$

périodes spatiales : $\cos \left(2\pi \frac{n_0 a x}{\lambda_{\text{moy}} D} \right) : \frac{\lambda_{\text{moy}} D}{n_0 a}$ et $\cos \left(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2} \frac{n_0 a x}{D} \right) : \Delta x = \frac{2\lambda_{\text{moy}}^2 D}{n_0 a \Delta \lambda}$ avec $\Delta x \gg \frac{\lambda_{\text{moy}} D}{n_0 a}$

battements spatiaux.

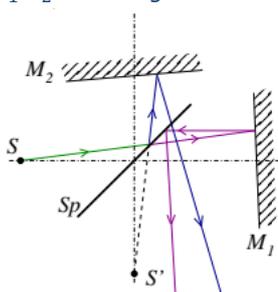


contraste local autour de M : $C(M) = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} = \left| \cos \left(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2} \frac{n_0 a x}{D} \right) \right|$, s'annule aux points d'anti coïncidence.

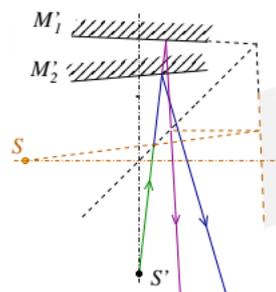
3. ♥ ♥ Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :

- Donner l'allure de la figure d'interférences ;
- Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;
- Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.

Un rayon lumineux issu de la source est à moitié réfléchi par la séparatrice (S) (lame semi-réfléchissante) vers le miroir fixe M_2 , et à moitié transmis vers le miroir M_1 . Tout se passe comme si on remplaçait M_1 par M_1' , son symétrique par rapport à (S). On note $e = M_1' M_2$ et α l'angle entre les miroirs M_2 et M_1' .



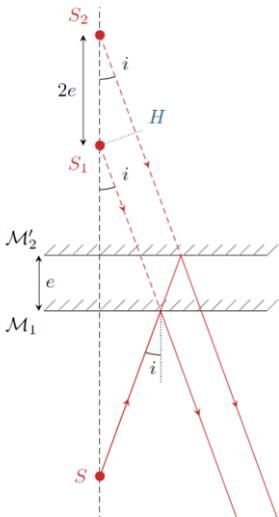
Système réel



Système équivalent avec miroir fictif en couche d'air

	Coin d'air : $e = 0$ et $\alpha \neq 0$	Lame d'air : $e \neq 0$ et $\alpha = 0$
Schéma équivalent		
Condition d'éclairage	Quasi-parallèle (pour avoir OPPM)	Non parallèle
Réalisation	Source dans le PFO d'une lentille convergente	Source suivie d'un condenseur pour introduire de l'angle et optimiser l'éclairage des miroirs.
Figure d'interférence	Franges d'égales épaisseurs	Anneaux d'égales inclinaisons
Localisation en source étendue	Sur les miroirs	A l'infini
Condition d'observation	Image des miroirs à l'aide d'une lentille convergente sur l'écran	Image dans le plan focal image d'une lentille convergente.
Synthèse		

4. ♥♥ Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.



On note H est le projeté orthogonal de S_2 sur le rayon 1.

D'après le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus, $(MS_1) = (MH)$

$$\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = -(S_1H)$$

Comme $[S_2S_1] = 2e$: $\delta_{2/1}(M) = n_{air}[S_2S_1]\cos(i) = 2n_{air}e\cos(i)$

5. Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur e . Établir la relation entre l'ordre p d'un anneau et son rayon r sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon R en fonction de e .

Voir corrigé application de cours

6. Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.

(a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur e de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).

(b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.

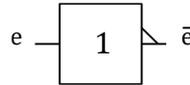
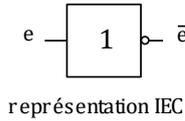
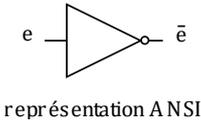
(c) Exprimer l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est charioté entre deux antioïncidences successives.

| Voir corrigé application de cours

7. ❤ Donner pour chacune des portes logiques NOT, AND, OR, NAND, les caractéristiques suivantes : l'un des schémas caractéristiques, la forme canonique de l'opérateur et la table logique associée. Montrer que des associations de portes NAND permettent de réaliser des portes NOT puis AND.

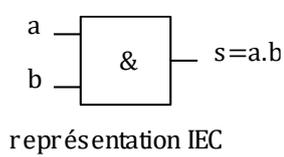
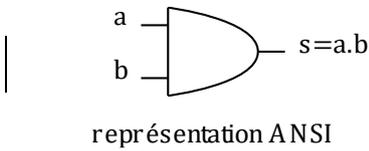
Porte NOT /NON ou porte inverseuse

$s = \bar{e}$



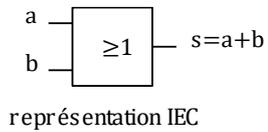
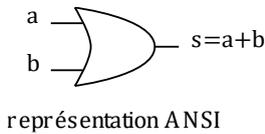
e	s = ē
0	1
1	0

Porte AND/ ET



a	b	s = a . b
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

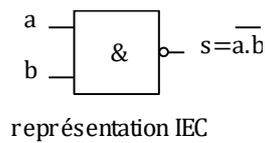
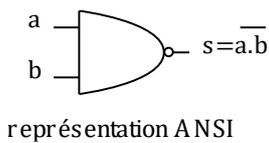
Porte OR/OU



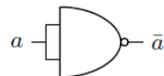
a	b	s = a + b
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Porte NAND/ NON-ET

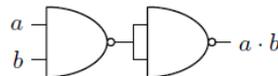
$s = \overline{a \cdot b}$



		AND	NAND
a	b	s = a . b	s = a . b
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0



(a) L'opérateur NOT



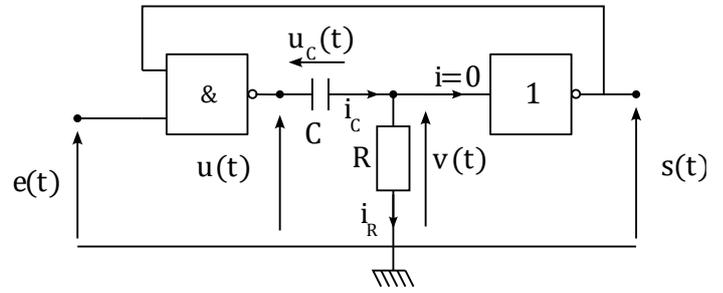
(b) L'opérateur AND

La porte NOT se construit avec $\overline{e_1 \cdot e_1} = \overline{e_1} + \overline{e_1} = \overline{e_1}$.

On en déduit la porte AND par une négation de la porte NAND

$$\overline{\overline{e_1 \cdot e_1}} = e_1 \cdot e_2$$

8. ♥♥ On étudie le convertisseur logique tension-fréquence réalisé à l'aide du circuit ci-contre constitué de portes logiques idéales. On suppose que la porte NON bascule à $E/2$ et on peut montrer que la sortie $s = E$ correspond à un état stable du système.



- (c) Déterminer l'équation différentielle reliant $u(t)$ à $v(t)$.

- (d) Partons d'un montage dans l'état stable correspondant à une entrée $e(t < 0) = E$ depuis un temps très long. Supposons qu'à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 (avant de revenir à 1). Que se passe-t-il à $t = 0^+$ dans le montage ? On donnera les valeurs des différentes tensions aux instants $t = 0^-$ et à $t = 0^+$.

En exploitant la loi des mailles et en la dérivant, ainsi que les caractéristiques des dipôles avec un courant d'entrée nul dans la porte NON (impédance d'entrée infinie pour une porte idéale), on obtient,

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt} \text{ avec } \tau \cong RC$$

à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 .

Dans ce cas, $u(0^+) = E$ car au moins une des deux entrées de la porte NAND est désormais nulle ;

$$u(0^+) = \overline{e \cdot s} = \overline{0 \cdot s} = \overline{0} = E$$

La tension aux bornes du condensateur étant continue, on a

$v(0^+) = u(0^+) - u_c(0^+) = u(0^+) - u_c(0^-) = E - 0 = E$ et $s = \overline{v} = 0$, la sortie du système passe donc à 0 et les deux entrées de la porte NAND sont alors nulles.

$$e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_c(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$$

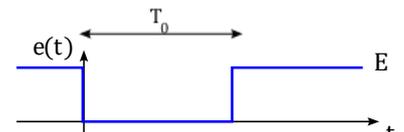
$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_c(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$

La sortie s n'étant plus égale à E , le système n'est plus dans un état stable et va donc évoluer au cours du temps.

9. ♥♥ On reprend la question précédente, et on donne les valeurs des tensions

$$\text{initiales : } e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_c(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$$

$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_c(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$



ainsi que l'équation différentielle vérifiée : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt}$. à l'instant T_0 , l'entrée e bascule à nouveau avec $e(T_0) = E$. Soit T_b l'instant de basculement de la porte NON ; montrer que $T_b = \tau \times \ln(2)$. Déterminer les évolutions des différentes tensions entre $t = 0$ et T_0 en séparant les deux cas $T_b > T_0$ et $T_b < T_0$.

la tension $u_c(t) = u(t) - v(t) = E - v(t)$ aux bornes du condensateur va évoluer avec

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt} = 0$$

La solution de cette équation est de la forme $v(t) = Ae^{-t/\tau} = Ee^{-t/\tau}$ en exploitant la C.I.

La tension $v(t)$ diminuant de manière exponentielle au fur et à mesure de la charge du condensateur, elle va, à un moment, passer sous le seuil de basculement de la porte NON. Si on suppose que ce basculement a lieu lorsque $v = E/2$, alors celui-ci aura lieu à l'instant $t = T_b$ tel que

$$v(t = T_b) = Ee^{-T_b/\tau} = \frac{E}{2} \Rightarrow T_b = \tau \times \ln(2)$$

Cas n°1 : $T_0 > T_b$

L'entrée e est toujours à 0 alors que la sortie est passée de 0 à E (état haut) au bout du temps T_b , l

a tension $u = \overline{e \cdot s} = E$ ne change donc pas et le condensateur continue de se décharger jusqu'à $t = T_0$ où $e(t)$ basculant à E , $u(t)$ bascule également car on a désormais $u = \overline{e \cdot s} = \overline{E \cdot E} = 0$.

La continuité de la tension aux bornes du condensateur impose alors que $v(t)$ subissent une discontinuité afin de vérifier $u(T_0^+) - v(T_0^+) = u(T_0^-) - v(T_0^-) \Rightarrow 0 - v(T_0^+) = E - v(T_0^-) \Rightarrow v(T_0^+) = v(T_0^-) - E$ et partant de cette valeur, le condensateur va poursuivre sa décharge vers 0.

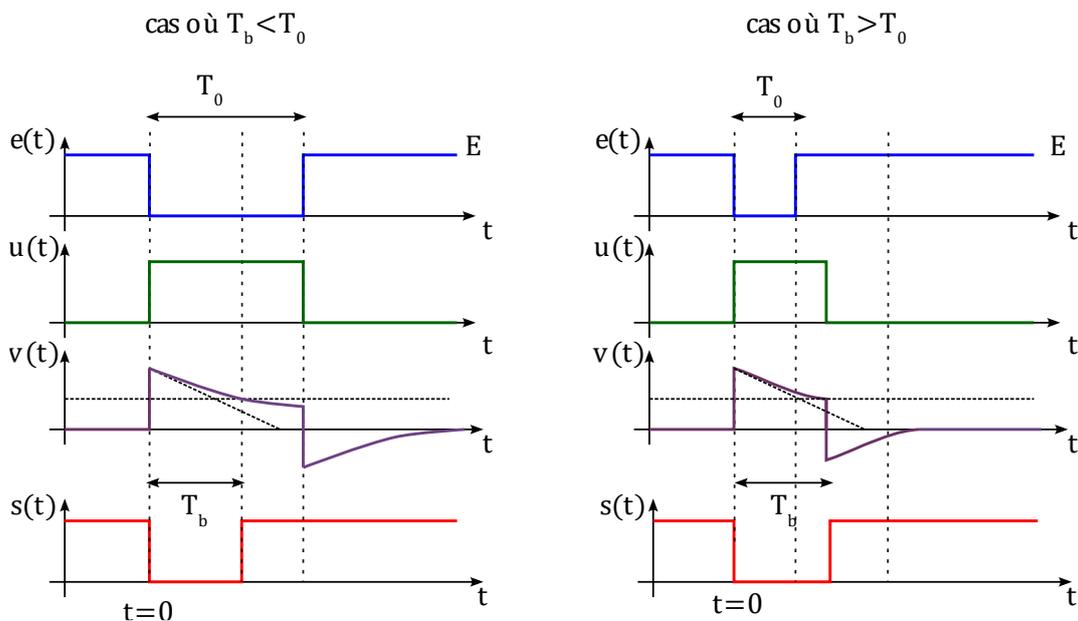
Cas n°2 : $T_0 < T_b$

L'entrée e est déjà repassée à l'état haut $e = E$ alors que la sortie n'a pas encore basculé, mais cela n'entraîne pas de modification de u ni de la poursuite de la décharge du condensateur car $u = \overline{e \cdot s} = E$.

Ce n'est qu'au bout de la durée T_b que $s(t)$ bascule à l'état haut E , entraînant alors celle de u vers 0.

La continuité de la tension aux bornes du condensateur impose alors que $v(t)$ subisse une discontinuité à l'instant T_b afin de vérifier $u(T_b^+) - v(T_b^+) = u(T_b^-) - v(T_b^-) \Rightarrow 0 - \frac{E}{2} = E - v(T_b^-) \Rightarrow v(T_b^+) = -E/2$ et partant de cette valeur, le condensateur va poursuivre sa décharge vers 0.

L'état de sortie 0 est donc un état instable de durée T_b , quelle que soit la durée du passage T_0 à 0 de la tension d'entrée.



10. ❤️❤️ Référentiel en translation par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
11. ❤️❤️ Référentiel en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
12. ❤️❤️ Forces d'inertie : cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe.