

# QUESTIONS DE COURS INCONTOURNABLES

## PHYSIQUE - MPI – 2024-2025

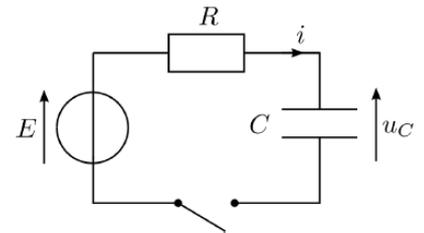
### ■ ELEC

1. ♥♥ On considère la charge d'un condensateur au sein d'un circuit  $RC$  série (voir ci-contre). Le condensateur est initialement déchargé, et on ferme l'interrupteur à l'instant  $t = 0$ .

a) Déterminer la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur et l'intensité  $i$  du courant aux instants  $t = 0^-$ ;  $t = 0^+$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

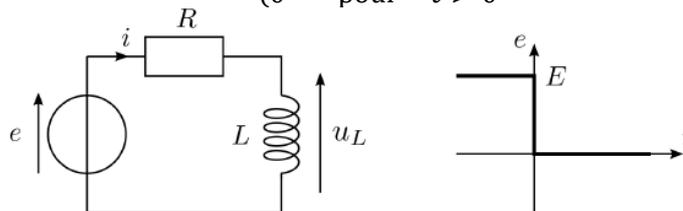
b) L'équation différentielle vérifiée par  $u_c(t)$  s'écrit :  $E = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$ .

La résoudre.



2. ♥ On considère le circuit  $(R, L)$  série alimenté par une source idéale de tension  $e(t)$  telle que

$$e(t) = \begin{cases} E & \text{pour } t < 0 \\ 0 & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$



a) Déterminer la tension  $u_L$  aux bornes de l'inductance et l'intensité  $i$  du courant aux instants  $t = 0^-$ ;  $t = 0^+$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

b) L'équation différentielle vérifiée par  $i(t)$  s'écrit  $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$ . La résoudre.

3. ♥♥ On étudie le circuit RLC série en régime libre : à l'instant initial  $t = 0^-$  le circuit est ouvert et le condensateur chargé sous une tension  $u_c(0^-) = E$ , à l'instant  $t = 0^+$ , le circuit est fermé. Etablir l'équation différentielle régissant la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur. Définir les grandeurs caractéristiques suivantes en précisant leurs unités : facteur de qualité et pulsation propre, et les exprimer en fonction de  $R, L$  et  $C$ .

4. ♥ Considérons un oscillateur d'équation différentielle :  $a \frac{d^2x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = 0$  qu'on peut mettre sous la forme canonique suivante :  $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = 0$ .

a) Donner l'équation caractéristique associée à l'oscillateur ainsi que son discriminant

b) Pour chacun des régimes possibles, donner le nom, la condition d'existence associée sur  $\Delta$  et établir la condition de son existence sur  $Q$ . Représenter l'allure de la courbe  $x(t)$  associée en expliquant l'influence de  $Q$  sur cette allure.

- c) Dans le cas du régime pseudo-périodique, donner les expressions de la pseudopulsation et du coefficient d'amortissement dans l'exponentielle
- d) Donner la solution générale à l'équation homogène associée (établir les expressions des racines).

5. ❤️ Circuit RC série en régime sinusoïdal alimenté par une tension harmonique  $e(t) = E \cos(\omega t)$  : déterminer  $u_C(t)$  sous la forme  $u_C = U_{C,m} \cos(\omega t + \varphi)$ .

6. ❤️ ❤️ On considère un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé, alimenté par une tension sinusoïdale  $e(t) = E \cos(\omega t)$ . Etablir la fonction de transfert en courant :  $\underline{H} = \underline{I}/\underline{E}$ .

❤️ Rappeler sans démonstration l'expression de la pulsation de résonance ainsi que le lien entre la largeur de la résonance (largeur de la bande passante) et le facteur de qualité.

7. On étudie un circuit RC série alimenté par une source idéale de tension délivrant une tension sinusoïdale  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , en considérant la tension de sortie  $s(t)$  aux bornes du condensateur.

- a) ❤️ ❤️ Faire une analyse qualitative de la nature du filtre puis établir la fonction de transfert.
- b) ❤️ Etablir les expressions des asymptotes du diagramme de Bode en gain et représenter leur allure.
- c) Déterminer l'expression de la pulsation de coupure

8. ❤️ ❤️ On considère un filtre RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale, et on étudie la tension de sortie aux bornes de la résistance.

- a) Déterminer par une analyse qualitative la nature du filtre
- b) Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

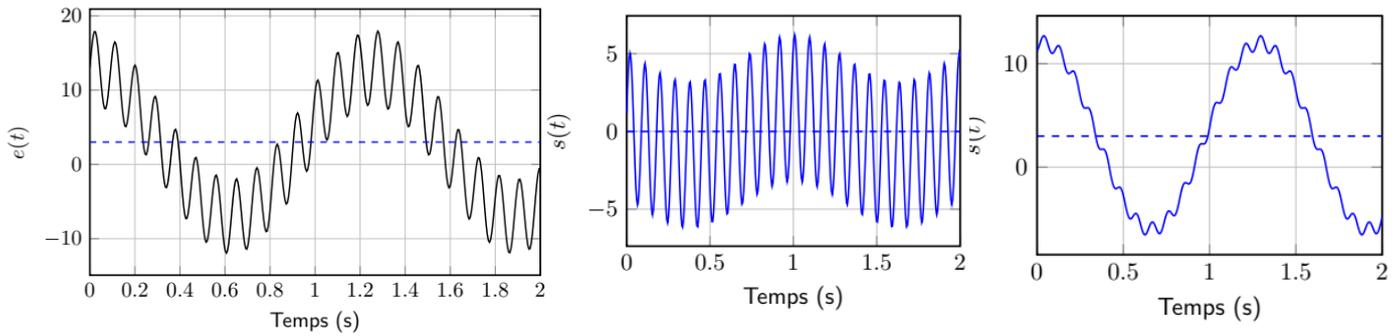
$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

- c) Tracer en justifiant le diagramme de Bode asymptotique en gain.

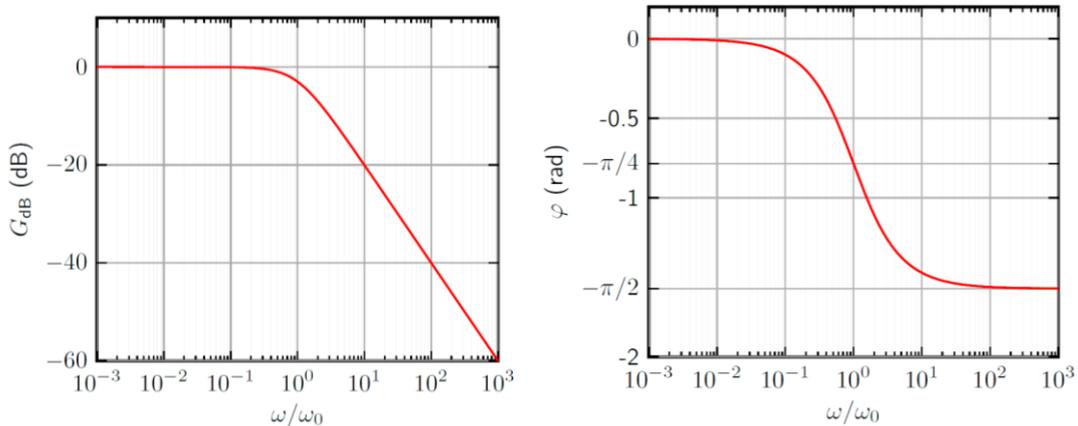
9. ❤️ On applique le signal  $e(t) = 3 + 10\cos(5t) + 5\sin(70t)$  représenté ci-dessous à l'entrée d'un filtre passe-bas et d'un filtre passe-haut de fréquences de coupure assez proches.

- a) Tracer le spectre du signal d'entrée
- b) Identifier la sortie de chaque filtre.
- c) Quels paramètres du signal d'entrée aurait-on pu déterminer (ou proposer un ordre de grandeur) par lecture des graphes fournis ?
- d) Estimer le gain statique (ou gain à fréquence nulle) du filtre passe-bas.

e) Quel filtre faudrait-il utiliser pour obtenir la valeur moyenne du signal d'entrée ?



10. ❤️ ❤️ Considérons le filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



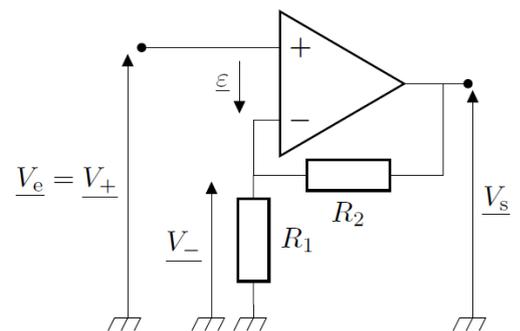
a) Identifier la nature et l'ordre du filtre.

b) On envoie en entrée du filtre le signal  $e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t) + E_3 \cos(\omega_3 t)$  avec  $\omega_1 = \omega_0/100$ ,  $\omega_2 = \omega_0$  et  $\omega_3 = 100 \omega_0$ . Représenter le spectre associé à ce signal. Donner l'expression du signal de sortie.

c) On envoie en entrée un signal créneau de pulsation  $\omega_0/1000$ . Prévoir qualitativement l'allure et l'amplitude du signal de sortie.

d) Même question si le signal a une pulsation  $100 \omega_0$ .

11. ❤️ Etablir la fonctions de transfert du montage ci-contre



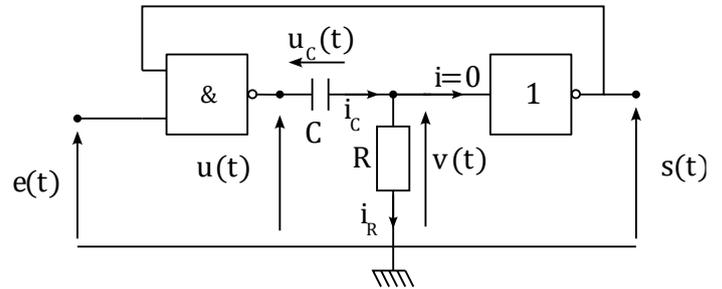
12. ❤️ ❤️ Considérons un signal créneau de fréquence  $f_0 = 2$  kHz, décrit par ses premiers harmoniques :

$$s(t) = A \sin(2\pi f_0 t) + \frac{A}{3} \sin(2\pi 3f_0 t) + \frac{A}{5} \sin(2\pi 5f_0 t) + \frac{A}{7} \sin(2\pi 7f_0 t).$$

Ce signal est échantillonné à  $f_e = 15$  kHz. Représenter le spectre du signal échantillonné entre 0 et 15 kHz. A-t-on repliement spectral ? quelle fréquence minimale d'échantillonnage faut-il choisir ? Comment s'appelle le critère utilisé ?

13. ♥♥ Donner pour chacune des portes logiques NOT, AND, OR, NAND, les caractéristiques suivantes : l'un des schémas caractéristiques, la forme canonique de l'opérateur et la table logique associée. Montrer que des associations de portes NAND permettent de réaliser des portes NOT puis AND.

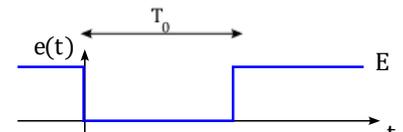
14. ♥♥ On étudie le convertisseur logique tension-fréquence réalisé à l'aide du circuit ci-contre constitué de portes logiques idéales. On suppose que la porte NON bascule à  $E/2$  et on peut montrer que la sortie  $s = E$  correspond à un état stable du système.



- (a) Déterminer l'équation différentielle reliant  $u(t)$  à  $v(t)$ .

- (b) Partons d'un montage dans l'état stable correspondant à une entrée  $e(t < 0) = E$  depuis un temps très long. Supposons qu'à  $t = 0$ , l'entrée  $e$  bascule à 0 pendant une durée  $T_0$  (avant de revenir à 1). Que se passe-t-il à  $t = 0^+$  dans le montage ? On donnera les valeurs des différentes tensions aux instants  $t = 0^-$  et à  $t = 0^+$ .

15. ♥♥ On reprend la question précédente, et on donne les valeurs des tensions initiales :  $e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_c(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$



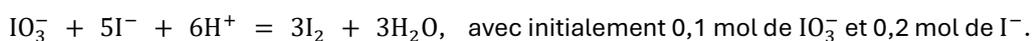
$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_c(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$

ainsi que l'équation différentielle vérifiée :  $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt}$ . à l'instant  $T_0$ , l'entrée  $e$  bascule à nouveau avec  $e(T_0) = E$ . Soit  $T_b$  l'instant de basculement de la porte NON ; montrer que  $T_b = \tau \times \ln(2)$ . Déterminer les évolutions des différentes tensions entre  $t = 0$  et  $T_0$  en séparant les deux cas  $T_b > T_0$  et  $T_b < T_0$ .

## ■ CHIMIE

16. ♥♥ On mélange un volume  $V_1 = 10$  mL d'une solution de chlorure de sodium NaCl entièrement dissous pour donner des ions sodium  $\text{Na}^+$  et des ions chlorure  $\text{Cl}^-$ , de concentration  $c_1 = 0,10$  mol.L<sup>-1</sup> et un volume  $V_2 = 20$  mL d'une solution de chlorure de potassium KCl entièrement dissous pour donner des ions sodium  $\text{K}^+$  et des ions chlorure  $\text{Cl}^-$ , de concentration  $c_2 = 0,15$  mol.L<sup>-1</sup>. Calculer les concentrations dans le mélange.

17. ♥♥ Considérons la réaction totale suivante en milieu de pH tamponné ( $[\text{H}^+] = \text{cte}$ ) :

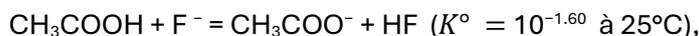


Déterminer l'état final du système.

18. ♥ On dissout 30 mg de sulfate de sodium hydraté ( $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$ ) dans de l'eau. Le volume de la solution est de 500 mL. Déterminer la quantité de matière en solution de sulfate de sodium puis les activités des ions  $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$  et  $\text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$ .

19. ♥ Prévoir le sens d'évolution et la composition à l'équilibre des réactions suivantes :

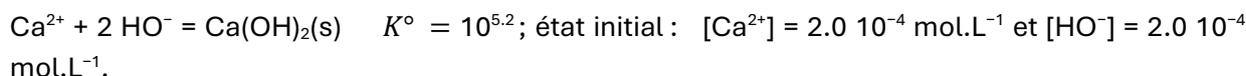
1) Réaction acido-basique entre l'acide éthanoïque et les ions fluorure :



a) Conditions initiales :  $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{F}^-] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[\text{HF}] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$ .

b) Conditions initiales :  $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1} = [\text{F}^-]$ ,  $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[\text{HF}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ .

2) Réaction de formation de l'hydroxyde de calcium  $\text{Ca}(\text{OH})_2(\text{s})$  :



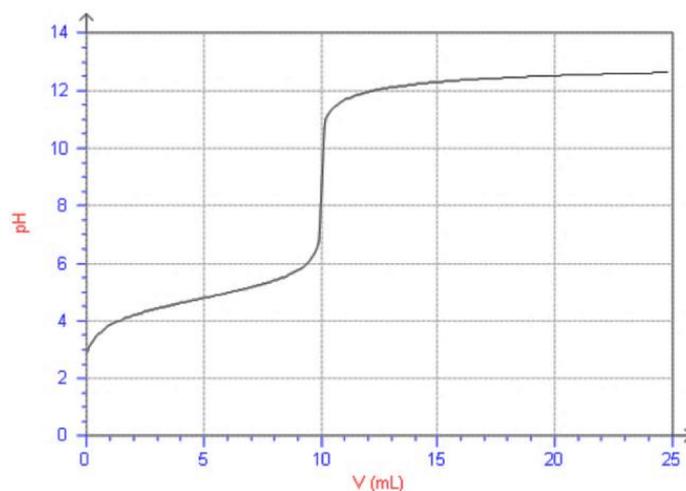
20. ♥ ♥ La courbe ci-contre correspond au titrage avec suivi pH-métrique d'un volume  $V_0 = 100 \text{ mL}$  d'une solution d'acide éthanoïque  $\text{CH}_3\text{COOH}$  de concentration  $c_a$  par de la soude à la concentration  $c = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

Donnée :  $\text{pKa}(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-) = 4,8$

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de titrage et calculer sa constante d'équilibre. Quel est le critère pour pouvoir la considérer comme quantitative ?

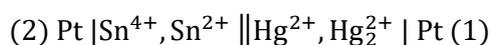
b. Déterminer la concentration  $c_a$  de l'acide éthanoïque.

c. Indiquer les caractéristiques des indicateurs colorés acido-basiques susceptibles d'être utilisés pour un suivi colorimétrique de ce dosage.



21. ♥ ♥ Soient les couples :  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}$  et  $\text{I}_2/\text{I}^-$  de potentiels redox standards respectifs  $E_1^\circ$  et  $E_2^\circ$ . Ecrire l'équation de réaction des ions dichromate  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  par les ions iodure  $\text{I}^-$ . Identifier l'oxydant et le réducteur. Etablir l'expression de la constante d'équilibre de la réaction en fonction des potentiels standards.

22. ♥ ♥ On considère la pile étain/mercure schématisée comme suit



Les solutions de chacune des deux demi-piles ont le même volume  $V = 50,0 \text{ mL}$ , avec les concentrations suivantes :

$[\text{Hg}^{2+}]_0 = c_0 = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{Hg}_2^{2+}]_0 = [\text{Sn}^{4+}]_0 = c_1 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{Sn}^{2+}]_0 = c_2 = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On donne  $E_1^\circ = E^\circ(\text{Hg}^{2+}/\text{Hg}_2^{2+}) = 0,91 \text{ V}$  et  $E_2^\circ = E^\circ(\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}) = 0,15 \text{ V}$ .

Faire un schéma de la pile en commentant (jonction électrolytique notamment). Déterminer la polarité de la pile et l'équation de sa réaction de fonctionnement, en indiquant l'anode et la cathode. Quel est le critère vérifié lorsque la pile est « usée » ?

**23.** ♥ On étudie le dosage des ions hypochlorite  $\text{ClO}^-$  à la concentration  $C_S$  dans une solution (S) par iodométrie.

Données :  $E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 0,09 \text{ V}$  ;  $E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) = 0,62 \text{ V}$  ;  $E^\circ(\text{ClO}^-/\text{Cl}^-) = 1,70 \text{ V}$

Etape (1) : Prélever un volume  $V_S = 20,0 \text{ mL}$  de solution (S) et y ajouter  $V_I = 20 \text{ mL}$  d'une solution d'iodure de potassium ( $\text{K}^+, \text{I}^-$ ) à  $C_I = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  en milieu acide.

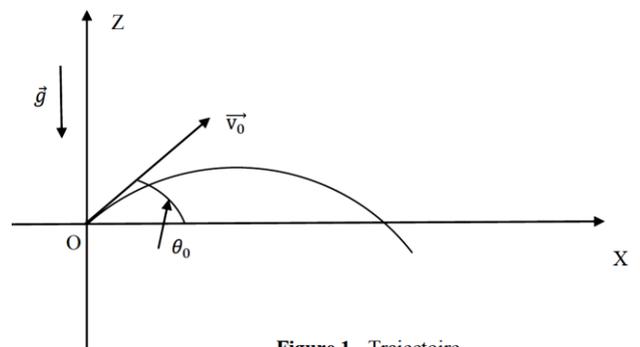
Etape (2) : Doser ce mélange par du thiosulfate à  $C = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  ; le volume équivalent est  $V_e = 13,0 \text{ mL}$ .

Ecrire les équations des réactions mises en jeu au cours des étapes (1) et (2) et déterminer la concentration  $C_S$  en ions hypochlorite de la solution (S).

## MECA

**24.** ♥♥ Donner sans démonstration les expressions des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans une base cylindrique. Cas particuliers des mouvements circulaires puis circulaires uniformes.

**25.** On considère un projectile lancé avec une vitesse initiale  $v_0$  suffisamment faible pour que l'on puisse négliger la force de frottement fluide de l'air. On note  $\theta$  l'angle de la vitesse  $\vec{v}$  avec le plan horizontal et  $\theta_0$  sa valeur à l'instant initial (**figure 1 ci-contre**). On prend un repère dont l'origine O est la position de la particule à l'instant initial.



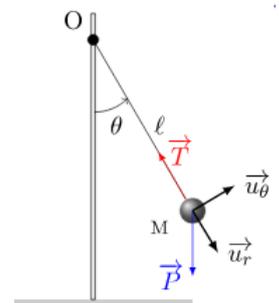
a) ♥♥ Etablir l'équation du mouvement sur la base cartésienne.

b) ♥ Etablir les équations paramétriques de la vitesse et de la position en fonction du temps.

**26.** Un point matériel M de masse  $m$  est suspendu à un fil supposé inextensible de longueur  $L$ . On suppose que le fil reste toujours tendu. A  $t = 0$ , le point M est lâché depuis un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale, avec une vitesse initiale  $v_0$ .

a) ♥♥ Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule en exploitant, au choix de l'examinateur, la seconde loi de Newton ou le théorème de la puissance mécanique.

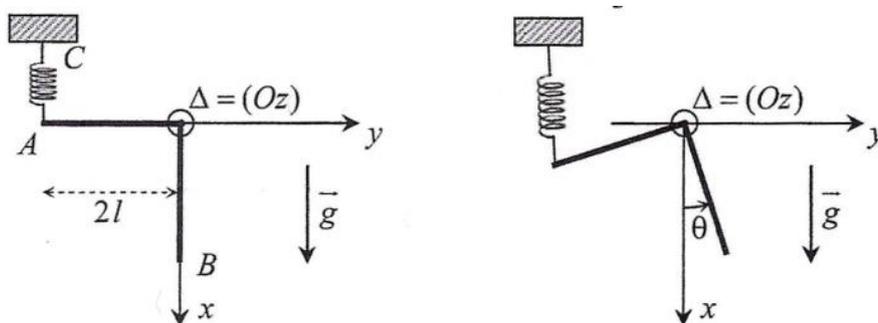
b) Etablir l'expression de la tension  $T$  du fil. A quelle condition le fil reste-t-il tendu ?



**27.** ♥♥ Un parachutiste de masse  $m$  saute d'un hélicoptère en vol stationnaire. Au début du saut, il n'est soumis qu'à son poids, puis il ouvre son parachute après avoir atteint une vitesse  $v_0$  à un

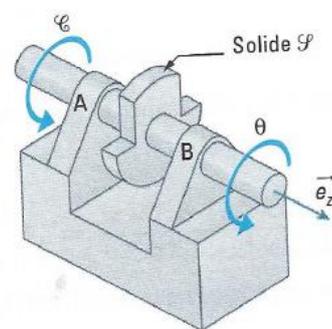
instant qui sera pris comme instant initial. Il est alors également soumis à une force de frottement exercée par l'air de la forme  $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ . Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse lorsque le parachute est ouvert. Résoudre cette équation en exprimant la vitesse limite  $v_{lim}$  atteinte par le parachutiste.

28. ♥♥ Un étudiant glisse sur une piste de ski depuis une altitude  $h = 15 \text{ m}$ . Sa vitesse initiale est nulle. On note  $\alpha = 30^\circ$  l'angle entre la piste et l'horizontale. On tient compte d'une force de frottement constante  $F$ . Déterminer l'expression de la vitesse du skieur en bas de la pente en fonction de la force  $F$ .
29. ♥ Un solide  $S$  est constitué de 2 tiges AO et OB homogènes rigidement liées l'une à l'autre et faisant entre elles un angle droit constant. Chaque tige a pour masse  $m$  et pour longueur  $2\ell$ .  $S$  peut tourner autour d'un axe horizontal ( $\Delta$ ) passant par O (axe  $(Oz)$ ), la liaison en O étant une liaison pivot parfaite. Un ressort de masse négligeable, de constante de raideur  $k$ , est accroché à l'un de ses extrémités en A et l'autre extrémité C est maintenue fixe. Lorsque l'ensemble est en équilibre dans le champ de pesanteur, AO est horizontale et OB verticale. On suppose que la force exercée par le ressort sur le solide reste toujours verticale durant le mouvement.

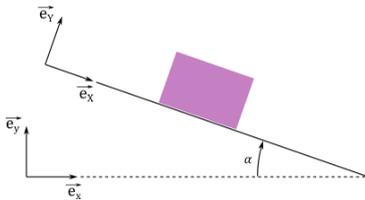
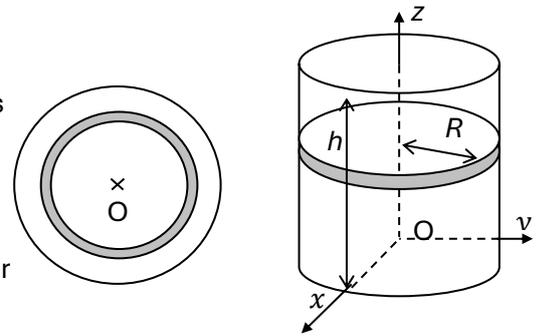


Faire un bilan des actions exercées sur le solide et déterminer leur moment respectif par rapport à O (on pourra projeter sur l'axe de rotation) en fonction notamment de  $\theta$ .

30. ♥♥ Un solide  $S$  pouvant être en rotation autour d'un axe de rotation ( $\Delta$ ) a un moment d'inertie  $J_\Delta$  par rapport à l'axe. Il est soumis à un moment global des forces extérieures par rapport à l'axe ( $\Delta$ )  $\sum_i \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = +mg\ell(\cos\theta - \sin\theta)$ . Déterminer à l'aide du théorème du moment cinétique l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .
31. ♥ Une machine de test est constituée d'un arbre cylindrique homogène d'axe  $\Delta = (A; \vec{e}_z)$  lié à 2 liaisons pivot idéales en A et en B; elle permet de tester le solide  $S$  qui est solidaire de l'arbre. On supposera que le moment d'inertie de l'arbre par rapport à  $\Delta$  est négligeable, et que le centre d'inertie du solide appartient à cet axe  $\Delta$ . Un couple moteur constant  $\Gamma = 1,5 \text{ Nm}$  est appliqué à l'arbre et permet d'atteindre une vitesse de 1200 tr/min après 18 tours (en partant de l'arrêt). Déterminer le moment d'inertie  $J_\Delta$  du solide  $S$  par rapport à l'axe  $\Delta = (A; \vec{e}_z)$  à l'aide d'un théorème énergétique.

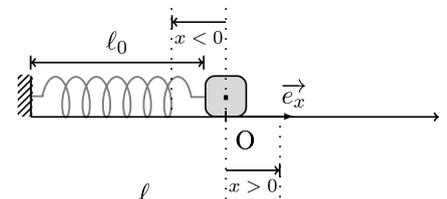


32. ♥♥ Donner en coordonnées cylindriques et sphériques l'expression du volume élémentaire, ainsi que dans le cas des coordonnées cylindriques l'expression des surfaces mésoscopiques correspondant à une couronne dans le plan  $z = cte$  et d'une couronne à  $r = cte$ . Vous vous appuyerez sur des schémas.



33. ♥♥ On pose sans vitesse initiale un solide de masse  $m$  sur un plan incliné d'angle  $\alpha$ , sur lequel il peut glisser avec un coefficient de frottement solide  $f$ . Etablir si le solide se met à glisser ou pas en fonction de la valeur de l'angle  $\alpha$ .

34. ♥♥ Un solide M, assimilé à un point matériel de masse  $m$ , est mobile sur un plan selon un axe horizontal  $(Ox)$  et relié à un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ , dont l'autre extrémité est attachée à un point fixe. On choisit comme origine O de l'axe la position du solide lorsque le ressort est à sa longueur à vide  $\ell_0$  (voir schéma ci-contre). Des frottements solides de coefficient de frottement  $f$  existent entre le mobile et le plan. À l'instant initial, M est abandonné avec une vitesse nulle à l'abscisse  $x_0$ . Vous répondrez **au choix de l'examinateur à l'une des questions suivantes**. On suppose que la condition sur  $x_0$  pour que M se mette initialement en mouvement :  $x_0 > x_s = \frac{fmg}{k}$ , est vérifiée, avec  $x_0 > 0$ . Etablir l'équation différentielle du mouvement lors de la première phase du mouvement, et indiquer de quelle manière elle sera modifiée si le système fait demi-tour après que sa vitesse se soit annulée pour la première fois.



35. ♥♥ Donner la définition et l'interprétation du gradient, ses principales caractéristiques ainsi que son expression en coordonnées cartésiennes.
36. ♥♥ Référentiel en translation par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
37. ♥♥ Référentiel en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un autre référentiel : vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement
38. ♥♥ Forces d'inertie : cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe.
39. ♥ Exprimer le champ de pesanteur  $\vec{g}$  en un point M de la surface, après avoir représenté les différentes forces sur un schéma
40. Soit un système M de masse  $m$  relié à un ressort vertical de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ , se déplaçant verticalement avec des frottements :  $\vec{f} = -h\vec{v}$ , avec  $v$  vitesse de M et  $h$  constante positive.
- (a) Etablir l'expression de la longueur à l'équilibre.

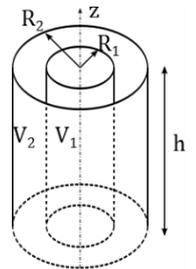
(b) Etablir l'équation différentielle du mouvement et la mettre sous forme canonique en précisant les noms, dimensions et unités des constantes introduites.

41. ♥ Pour un mouvement à force centrale, établir la conservation du moment cinétique. Montrer que le mouvement est alors plan. Etablir la loi des aires et donner son interprétation géométrique.
42. ♥ ♥ On étudie le mouvement d'un satellite assimilé à un point matériel M de masse  $m$  en orbite circulaire de rayon  $r_0$  (ou d'altitude  $z$ ) autour d'un astre de centre O, de masse  $M$ , de rayon  $R$ , tel que  $R + z = r_0$ .
- Montrer que le mouvement est uniforme.
  - Donner l'expression de la vitesse du satellite (ou vitesse de satellisation) à la distance  $r$ .
  - Etablir l'expression de la période  $T$  du mouvement, et établir la « pseudo » 3<sup>ème</sup> loi de Képler. Citer les 3 lois de Képler.

## ■ ELECTROMAGNETISME

43. ♥ ♥ Déterminer par application du théorème de Gauss le champ gravitationnel créé en tout point de l'espace par un astre sphérique de rayon  $R$  et de masse volumique  $\rho_0 = cte$ .
44. ♥ ♥ Déterminer le champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un cylindre infini de rayon  $R$  uniformément chargé en volume, avec une densité volumique de charge  $\rho$ .
45. ♥ Déterminer le champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un plan infini uniformément chargé en surface, avec une densité surfacique de charge  $\sigma$ .
46. ♥ ♥ Déterminer le champ électrostatique créé en tout point de l'espace par une sphère de rayon  $R$  uniformément chargée en volume, avec une densité volumique de charge  $\rho$ .
47. ♥ Le champ électrostatique créé par un plan infini uniformément chargé en surface, avec une densité surfacique de charge  $\sigma$  est 
$$\begin{cases} z > 0 : \vec{E} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \vec{e}_z \\ z < 0 : \vec{E} = -\frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \vec{e}_z \end{cases}$$
. Calculer le potentiel électrostatique créé par cette distribution de charge en tout point de l'espace ; on prendra un potentiel nul en  $z = 0$ .
48. ♥ ♥ Etablir l'expression de la capacité d'un condensateur plan idéal constitué de deux plaques conductrices de surface  $S$ , séparées d'une distance  $e \ll S$ .

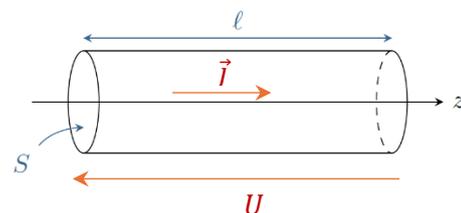
49. ♥ Un condensateur cylindrique idéal est constitué de deux cylindres concentriques conducteurs, de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ , et de hauteur  $h$  supposée infinie (très grande devant les rayons). L'armature interne porte une charge  $Q$  répartie sur la surface du cylindre de rayon  $R_1$ , tandis que l'armature externe porte une charge  $-Q$  répartie sur la surface du cylindre de rayon  $R_2$ .



Etablir l'expression de la capacité puis de la capacité linéique d'un tel condensateur cylindrique.

50. ♥ Une particule chargée de masse  $m$ , de charge  $q$ , est accélérée d'un point  $M_1$  vers un point  $M_2$  par un système de deux électrodes planes parallèles situées à la distance  $L$  l'une de l'autre. On note  $V_1$  et  $V_2$  les potentiels en  $M_1$  et  $M_2$  et  $U_{12} = V_1 - V_2$  la tension associée. Discuter selon le signe de la charge le signe de la tension  $U_{12}$  à appliquer entre ces points pour que la particule atteigne bien le point  $M_2$  de la deuxième plaque. La particule quitte le point  $M_1$  avec une vitesse faible, calculer l'énergie cinétique et la vitesse  $v_2$  acquises par la particule lorsqu'elle atteint  $M_2$ .
51. ♥ Etablir l'équation locale de conservation de la charge dans le cas à une dimension cartésienne.
52. ♥ ♥ Dans le cadre du modèle de Drüde, les charges libres de masse  $m$ , de charge  $q$ , peuvent se mouvoir dans le conducteur sous l'action du champ  $\vec{E}$  en subissant une force de type frottement fluide  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$ . Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse  $\vec{v}$  de l'électron moyen. En régime permanent, tous les porteurs de charge ayant la même vitesse  $\vec{v}_{\text{lim}}$ , avec une densité  $n$  de porteurs, établir la **loi d'Ohm locale** et indiquer l'expression de la **conductivité du matériau**.

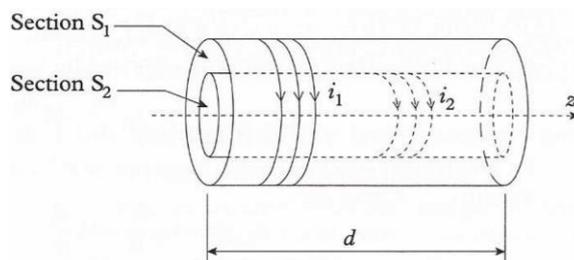
53. ♥ Considérons un conducteur ohmique cylindrique de section  $S$  et de longueur  $\ell$ , de conductivité électrique  $\gamma$ , parcouru par un courant d'intensité  $i$  selon l'axe ( $Oz$ ) du cylindre, associé à une densité volumique de courant électrique  $\vec{j} = j\vec{e}_z$  uniforme dans l'ensemble du conducteur. On définit la tension  $U$  en convention récepteur, soit  $U = V(z = 0) - V(z = \ell)$ .



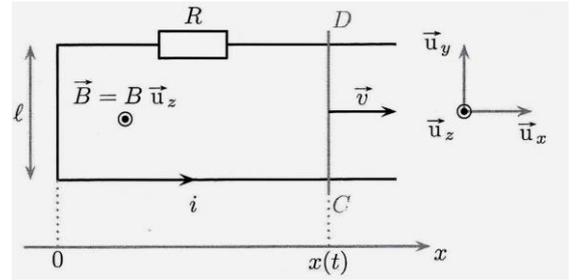
Établir l'expression de la résistance du conducteur en fonction de ses caractéristiques.

54. ♥ ♥ Un conducteur cylindrique infini de rayon  $a$  est parcouru par un courant d'intensité  $I$  uniformément réparti dans toute section du conducteur. Calculer le champ magnétique créé en tout point de l'espace.
55. ♥ ♥ On considère un solénoïde d'axe  $Oz$  et de centre  $O$ , de longueur infinie, constitué de spires circulaires jointives enroulées sur un cylindre de rayon  $R$ , parcourues par un courant d'intensité  $I$ . Soit  $n = \frac{N}{L}$  le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde. On admet que le champ magnétique à l'extérieur du solénoïde est nul. Etablir l'expression du champ magnétique créé en tout point de l'espace.
56. ♥ Considérons un solénoïde d'axe ( $Oz$ ), de longueur  $\ell$ , de section  $S$ , contenant  $N$ . Etablir l'expression de son inductance propre  $L$ . En déduire l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique associée.

57. ♥ On considère 2 bobines longues (ou solénoïdes)  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , de même axe ( $Oz$ ) et de même longueur  $d$ , disposées comme indiqué sur la figure ci-contre. On appelle  $S_1$  et  $S_2$  leurs sections et  $N_1$  et  $N_2$  leurs nombres de spires. Déterminer l'inductance mutuelle  $M$  entre les deux circuits.



58. ♥♥ On considère une barre métallique posée sur deux rails conducteurs ; la distance entre les 2 points de contact est  $\ell = CD$ . On note  $R$  la résistance du circuit électrique, supposée constante. La barre [CD] est la seule partie mobile du circuit. Elle est mise en mouvement par un opérateur qui exerce une force  $\vec{F}_{op} = F_{op}\vec{u}_x = cte$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$  orthogonal au plan des rails. On négligera les phénomènes d'auto-induction ainsi que les frottements. Effectuer une analyse qualitative des phénomènes mis en jeu, puis établir l'équation électrique et l'équation mécanique vérifiées par le système. Etablir le bilan énergétique associé ; commenter.



59. ♥♥ Enoncer les 4 équations de Maxwell sous forme locale en indiquant la loi intégrale associée. Comment se simplifient-elles dans le vide ? en régime stationnaire ? dans le cadre de l'ARQS magnétique ?
60. ♥♥ Etablir l'équation de propagation du champ  $\vec{E}$  ou du champ  $\vec{B}$  (au choix de l'examineur) dans le vide et définir la célérité  $c$  des ondes électromagnétiques.
61. ♥♥ Rappeler l'équation de Poynting (bilan local d'énergie électromagnétique) en définissant soigneusement les différents termes intervenant dans l'équation.
62. ♥ On étudie un atome d'hydrogène qui, dans le cadre du modèle de Bohr, est constitué d'un noyau (charge  $+e$ , masse  $m_p$ ) supposé fixe en un point O et d'un électron (charge  $-e$ , masse  $m_e$ ). On considère que l'électron n'est soumis qu'à la force d'attraction électrostatique de la part du noyau. Montrer que le mouvement est plan. On considère que l'électron a une trajectoire circulaire de rayon  $r$ . Montrer que le mouvement est uniforme et exprimer l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique de l'électron. Etablir la relation entre elles.

## ■ THERMODYNAMIQUE

63. Un système constitué de  $n = 1,00$  mol de gaz parfait subit la succession suivante de transformations réversibles :
1. Etat (1) à état (2) compression adiabatique
  2. Etat (2) à état (3) dilatation à pression constante
  3. Etat (3) à état (4) détente isotherme
  4. Etat (4) à état (1) refroidissement isochore

Chaque état est défini par la pression  $P_i$ , la température  $T_i$  et le volume  $V_i$  ( $i$  variant de 1 à 4).

On appelle  $\gamma$  le coefficient de Laplace du gaz parfait étudié. On définit  $a = V_1/V_2$  et  $b = V_4/V_3$ .

- 1) ♥♥ Représenter sommairement le cycle dans le diagramme de Clapeyron ; indiquer en justifiant si le cycle est moteur ou récepteur.
- 2) ♥ Ecrire les différentes relations pouvant être exploitées pour relier les pressions, volumes et températures pour les états (2), (3) et (4),

Données connues :  $\gamma; n; P_1; T_1; a; b$

64. ♥♥ Rappeler les expressions des variations d'énergie interne et d'enthalpie dans le cas de gaz parfaits et des ♥♥ phases condensées incompressibles et indilatables

♥♥ Après avoir rappelé les caractéristiques de chaque transformation, ♥ Donner le bilan d'énergie issu du premier principe de la thermodynamique pour les transformations suivantes : isochore, ♥♥ monobare avec équilibre de pression avec le milieu extérieur dans l'état initial et l'état final, adiabatique, ♥♥ cycle, isotherme pour un corps vérifiant la première loi de Joule. On considèrera que le seul travail est le travail des forces de pression.

65. ♥♥ Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail  $W$  reçu au cours d'une compression d'un volume  $V_1$  à un volume  $V_2$  telle que les lois de Laplace s'appliquent (pression initiale  $P_1$  connue).

66. ♥♥ Une masse  $m$  d'eau passe de l'état solide à  $-10^\circ\text{C}$  à l'état liquide à  $+10^\circ\text{C}$  sous une pression de 1 atm. Calculer pour cette évolution l'énergie thermique reçue par la masse d'eau ainsi que la variation d'entropie de l'eau.

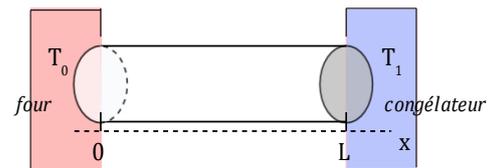
Données :

Enthalpie de fusion de l'eau :  $\Delta_{fus}h = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  à  $0^\circ\text{C}$  sous 1 atm

Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_l = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Capacité thermique massique de l'eau solide :  $c_s = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

67. ♥♥ Considérons une tige calorifugée latéralement, aux extrémités de laquelle on impose une différence de température, considérée comme un système à une dimension cartésienne (cf. ci-contre), étudiée en régime stationnaire en l'absence de source d'énergie thermique interne. Etablir l'expression de la température  $T(x)$  dans la tige.

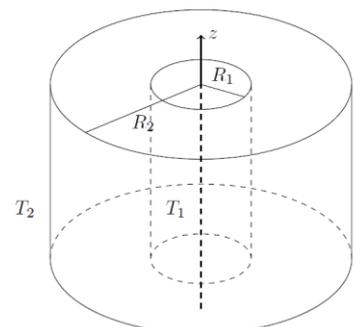
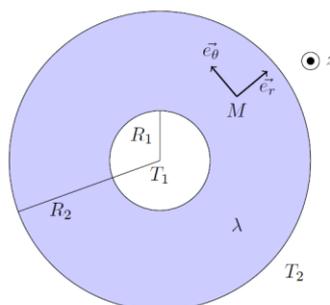


68. ♥♥ a) À partir de la loi de Fourier et de l'expression du flux thermique en régime stationnaire, retrouver l'expression de la résistance thermique  $R_{th}$  d'un mur d'épaisseur  $e$ , de surface  $S$  et de conductivité  $\lambda$ , les faces de ce matériau étant maintenues à  $T_1$  et  $T_2$  (on supposera le problème à une seule dimension cartésienne).

b) On place sur le premier matériau une épaisseur  $e'$  d'un matériau isolant  $\lambda'$ . Quelle doit être la valeur de  $e'$  pour diviser les pertes thermiques par 10 ?

c) Comment s'écrit la résistance totale du mur avec isolant si on tient de plus compte au niveau de la face extérieure du mur à la température  $T_2$  en contact avec l'air extérieur à la température  $T_{ext}$  du transfert par conducto-convection caractérisé par un coefficient de transfert  $h$  ?

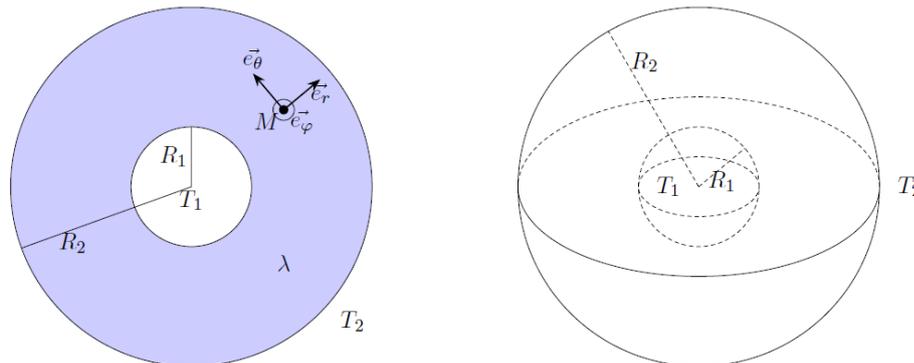
69. ♥ On considère une canalisation cylindrique de rayons interne et externe  $R_1 < R_2$  et de longueur totale  $h$ , faite dans un matériau de conductivité  $\lambda$ . On suppose que dans la conduite la température ne dépend que de la coordonnée cylindrique  $r$ . On note  $T_1$  la température intérieure et  $T_2$  la température



extérieure à la canalisation, le système étant supposé en régime stationnaire.

Etablir l'expression de la résistance thermique de la canalisation.

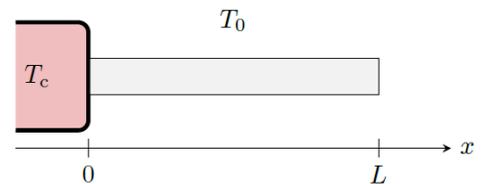
70. ♥ On considère un système sphérique de rayons interne et externe  $R_1 < R_2$ , de conductivité  $\lambda$ . On suppose que dans la zone entre les sphères la température ne dépend que de la coordonnée sphérique  $r$ . On note  $T_1$  la température intérieure et  $T_2$  la température extérieure à la sphère, le



système étant supposé en régime stationnaire.

Etablir l'expression du profil de température au sein de la sphère.

71. ♥ On étudie en régime stationnaire une ailette parallélépipédique, de longueur  $L$  supposée infinie dans la direction  $x$  et de côtés  $a$  et  $b$  dans les directions  $y$  et  $z$ , faite d'un matériau de conductivité thermique  $\lambda$ . Cette ailette est accolée au composant à refroidir, de température  $T_c$ , et placée dans l'air de température supposée uniforme  $T_0$ . Les échanges entre l'ailette et l'air sont modélisés par la loi de Newton avec un coefficient conducto-convectif  $h$ . Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température, en introduisant une grandeur caractéristique dont vous donnerez la signification.



72. ♥ On considère un barreau rectangulaire de longueur  $l$  et de section  $S$ , repéré par l'axe  $(Ox)$ . On suppose que le problème ne dépend que de  $x$ . Les 2 extrémités de ce barreau sont portées aux températures  $T_0$  et  $T_1$ . De plus, le barreau de conductivité électrique  $\sigma$  est parcouru par une intensité  $I$ . On appelle  $K$  la conductivité thermique du matériau.

1) Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans le barreau.

2) Etablir le profil de température à l'intérieur du barreau sans chercher à exprimer les constantes d'intégration.

73. ♥ ♥ Etablir l'équation de la diffusion thermique (équation de la chaleur) dans le cas à une dimension cartésienne en l'absence de source d'énergie thermique interne

74. ♥ Rappeler l'équation de la diffusion thermique et exposer le principe de la méthode des différences finies permettant sa résolution numérique (Etablir la relation de récurrence de la résolution numérique).

75. ♥ Considérons une étoile dont le maximum d'émission correspond à la longueur d'onde  $\lambda = 250 \text{ nm}$ , tandis que le Soleil, dont la température est de  $5,8.10^3 \text{ K}$ , a un maximum d'émission à  $\lambda = 500 \text{ nm}$ . Quelle est la température en surface de l'étoile ?
76. ♥ Le rayonnement reçu par la Terre est principalement celui du Soleil considéré comme un corps noir, avec une puissance surfacique moyenne  $\varphi_m = 340 \text{ W.m}^{-2}$  en provenance du Soleil reçue par la Terre au niveau du sol. On considère que l'atmosphère de la Terre possède un coefficient de réflexion  $A_T = 30\%$  vis-à-vis des rayonnements solaires. L'atmosphère est assimilée à une couche à l'équilibre thermique, parfaitement transparente au rayonnement solaire incident  $\varphi_m$ , mais absorbant l'intégralité du rayonnement émis par la Terre ; elle émet de manière isotrope à la fois vers la Terre et vers l'espace. Déterminer la température d'équilibre  $T_T$  de surface de la Terre selon ce modèle. **Donnée :** constante de Stefan  $\sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ .

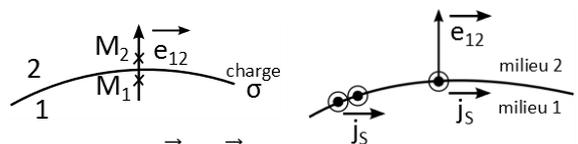
## ■ ONDES

77. ♥ ♥ Considérons une OPPH de la forme  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y$  se propageant dans le vide en vérifiant une équation de propagation de d'Alembert. Etablir la relation entre  $\omega$  et  $k$ , dite relation de dispersion (méthode au choix de l'examineur, avec ou sans passage aux grandeurs complexes).
78. ♥ ♥ Donner l'expression des équations de Maxwell dans le vide en représentation complexe. En déduire la relation de structure entre  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .
79. ♥ Polarisation d'une onde électromagnétique : polarisation rectiligne, polarisation circulaire.
80. ♥ Un laser hélium-néon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon  $r = 1,0 \text{ mm}$  d'une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . La puissance moyenne émise est  $P = 1,0 \text{ mW}$ . On donne :  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ . Calculer les amplitudes  $E_{max}$  et  $B_{max}$  des champs électrique et magnétique.
81. ♥ ♥ On étudie la possibilité de propagation du champ  $\vec{E} = E_0 \exp(j(\omega t - kx)) \vec{e}_z$  dans un plasma dilué dont la conductivité électrique complexe vaut  $\underline{\gamma}(\omega) = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}$ . Etablir l'équation de propagation du champ  $\vec{E}$  et en déduire la relation de dispersion caractéristique du plasma, où on fera apparaître la pulsation  $\omega_p$ .
82. ♥ ♥ On considère un plasma dilué vérifiant la relation de dispersion  $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$  avec  $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$ . Discuter des possibilités de propagation du champ  $\vec{E} = E_0 \exp(j(\omega t - kx)) \vec{e}_z$  en fonction des valeurs de la pulsation  $\omega$ .
83. ♥ Vitesse de groupe et vitesse de phase (aucune notion quantitative exigible sur le paquet d'onde). On rappelle la relation de dispersion du plasma dilué :  $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} > 0$ ; établir les expressions des vitesses de groupe et de phase dans le cas où  $\omega > \omega_p$ .

84. ♥ On considère une OPPM de pulsation  $\omega$  envoyée sur un conducteur ohmique, caractérisé par densité volumique  $n_e$  d'électrons correspondant aux porteurs de charges. Les électrons se déplacent avec une vitesse d'ensemble  $\vec{v}$  et sont soumis dans leur mouvement à des collisions modélisées par à une force de type frottement  $\vec{F} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$  avec un temps de relaxation  $\tau = 10^{14} s$ . Etablir l'expression d'une loi d'Ohm généralisée en définissant une conductivité complexe du milieu. Quelle est son expression dans le modèle des conducteurs en régime lentement variable ? domaine de validité de ce modèle ?
85. ♥ ♥ Etablir l'équation de propagation du champs électrique dans un conducteur ohmique en régime lentement variable après avoir rappelé les hypothèses et conséquences de ce modèle.
86. ♥ ♥ Nous étudions la propagation d'une onde électromagnétique vérifiant l'équation de propagation  $\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ . On recherche  $\vec{E}$  solution sous la forme  $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y$  en supposant un forçage sinusoïdal imposé en  $x = 0^+$  à un métal occupant tout le demi espace  $x > 0$ . O. Établir la relation de dispersion associée, déterminer l'expression du vecteur d'onde  $\underline{k}$  et celle de  $\vec{E}$  sachant que l'on cherche des solutions bornées.
87. ♥ ♥ Nous étudions la propagation d'une onde électromagnétique vérifiant l'équation de propagation  $\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ . On recherche  $\vec{E}$  solution sous la forme  $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y$  en supposant un forçage sinusoïdal imposé en  $x = 0^+$  à un métal occupant tout le demi espace  $x > 0$ . O. Établir la relation de dispersion associée, déterminer l'expression du vecteur d'onde  $\underline{k}$  et celle de  $\vec{E}$  sachant que l'on cherche des solutions bornées.
88. ♥ On étudie la propagation d'une perturbation thermique  $T(x \leq 0) = T_0 + a_0 \cos(\omega t)$  dans le sol caractérisé par  $x \geq 0$ . On note  $D = \frac{\lambda}{\rho c}$  la diffusivité thermique du sol ; l'équation de de la diffusion thermique de l'onde dans le sol est  $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_t$ . On recherche la réponse à la profondeur  $x \geq 0$  sous la forme  $T(x, t) = T_0 + a(x) \cos(\omega t + \varphi(x))$ , à laquelle on associe  $\theta(x, t) = T(x, t) - T_0 = a(x) \cos(\omega t + \varphi(x))$ . Etablir l'expression de  $\theta(x, t)$  donc de  $T(x, t)$ .
89. ♥ ♥ On considère une OemPPH de champ  $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$  se propageant dans le vide et arrivant en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace  $x > 0$ .

Rappel des relations de passage : **Le champ électrique et le champ magnétique subissent des discontinuités finies à la traversée d'une surface**

**chargée :**  $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_{12}$  ou d'une nappe de courant surfacique :  $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_{12}$ .



Déterminer les expressions des champs électrique et magnétique réfléchis, puis les expressions et les caractéristiques des champs électrique et magnétique de l'onde résultante.

90. ♥ Etablir les positions des nœuds et des ventres (conducteur parfait en  $x \geq 0$ ) pour une onde électromagnétique stationnaire telle que  $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$ ,

91. ♥ Etablir les positions des nœuds et des ventres (conducteur parfait en  $x \geq 0$ ) pour une onde électromagnétique stationnaire telle que  $\vec{E}(x, t) = 2 E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$ ,
92. ♥ ♥ On considère une cavité résonante de longueur  $L$  fermée par deux conducteurs parfaits en  $x = 0$  et en  $x = L$ . On cherche les solutions à l'équation de d'Alembert sous la forme  $\vec{E}(x, t) = f(x) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y$ . Etablir les caractéristiques des modes propres en rappelant le lien entre les différentes grandeurs caractéristiques.

93. ♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant :

$\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$  et  $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi$ . Rappeler le domaine de validité de ces expressions, vérifier leur homogénéité et discuter les différentes propriétés de ces champs.

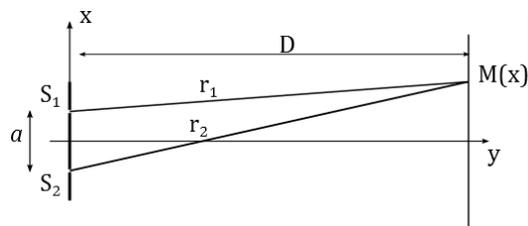
94. ♥ ♥ On rappelle les expressions des champs créés par un dipôle oscillant :  $\vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$  et  $\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi$ .

Etablir l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$  associé ainsi que son intensité  $I(M) = \langle \|\vec{\Pi}(M, t)\| \rangle$ .

## ■ OPTIQUE PHYSIQUE

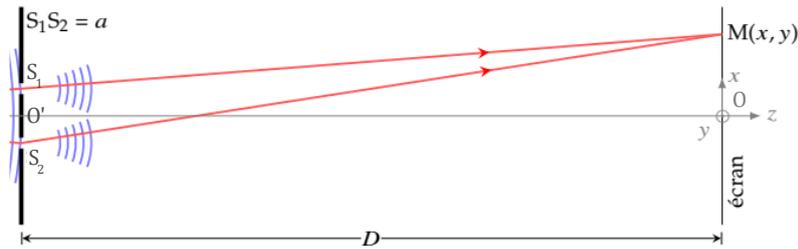
95. ♥ Revoir l'optique géométrique de 1<sup>ère</sup> année : lois de Descartes, réflexion totale, miroir plan, lentilles (tracés et relations de conjugaison), œil.
96. ♥ Soient 2 sources  $S_1$  et  $S_2$  ponctuelles et monochromatiques émettant les signaux  $s_1(S_1, t) = s_{01}(S_1) \cdot \cos(\omega_1 t - \varphi_{S_1})$  et  $s_2(S_2, t) = s_{02}(S_2) \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi_{S_2})$ . Donner l'expression de l'intensité lumineuse totale en un point  $M$  du champ d'interférence et rappeler sans démonstration complète les conditions nécessaires à l'obtention d'interférences.
97. ♥ Etablir la formule de Fresnel des interférences pour la superposition de deux signaux harmoniques cohérents.
98. ♥ ♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités  $I_1$  et  $I_2$  rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer les intensités maximale, minimale et moyenne. Donner en justifiant les conditions d'obtention de franges sombres et brillantes sur le déphasage puis sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.
99. ♥ Dans le cas d'interférences à deux ondes d'intensités  $I_1$  et  $I_2$  rappeler la formule de Fresnel donnant l'intensité totale. Déterminer l'expression du contraste après l'avoir défini ; à quelle condition sur  $I_1$  et  $I_2$  a-t-on un contraste maximal, minimal ? à quoi correspond la notion de brouillage ? Exprimer l'intensité totale en faisant apparaître le contraste et l'intensité moyenne.

100. ♥ Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas du dispositif classique des trous d'Young, la source primaire monochromatique étant située sur la médiatrice des trous et l'écran d'observation, parallèle au plan percé des deux trous, étant à grande distance  $D$  du plan



des trous. On se placera dans un milieu d'indice  $n_0$  homogène. Justifier la forme des franges alors observées.

101. ♥ ♥ Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas du dispositif classique des



trous d'Young (milieu d'indice  $n_0$ ) pour une source primaire sur la médiatrice des trous.

En déduire l'expression de l'ordre d'interférence et du déphasage. Rappeler la définition de l'interfrange et établir son expression

102. ♥ ♥ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale  $f'$  est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence  $\delta_{2/1}(M)$  de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.

103. ♥ ♥ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse  $x = b$ . On se place dans le plan  $y = 0$ . Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?

104. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources  $S$  et  $S'$  ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde  $\lambda$ , situées respectivement en  $x = 0$  et  $x = b$  à la distance  $d$  des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. Donner les ordres d'interférence  $p(M)$  et  $p''(M)$  relatifs à chacune des sources en un point  $M$  de l'écran à la distance  $D$  des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue

105. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources  $S$  et  $S'$  ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde  $\lambda$ , situées respectivement en  $x = 0$  et  $x = b$  à la distance  $d$  des trous. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité par chacune des sources :  $I_0 = I'_0$ . Exprimer l'éclairement en un point  $M$  de l'écran à la distance  $D$  des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.

106. ♥ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde  $\lambda$  et  $\lambda'$ . On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité :  $I_1 = I_2 = I_0$  et  $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$ . On posera  $\lambda_{moy} = \frac{\lambda + \lambda'}{2}$  et  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ . Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaître un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue et déterminer la différence de marche correspondant au brouillage.

107. ♥ ♥ Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent en justifiant. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :
- (a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;  
 (b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;  
 (c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.
108. ♥ ♥ Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.
109. ♥ Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur  $e$ . Établir la relation entre l'ordre  $p$  d'un anneau et son rayon  $r$  sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon  $R$  en fonction de  $e$ .
110. ♥ Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.
- (a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).  
 (b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.  
 (c) Exprimer l'écart de longueur d'onde  $\Delta\lambda$  en fonction de la distance  $\Delta x$  dont le miroir mobile est charioté entre deux anticoïncidences successives.

## ■ MECANIQUE QUANTIQUE

111. ♥ Considérons un laser He-Ne de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$  et de puissance  $P = 1,0 \text{ mW}$ . Déterminer quel est le nombre de photons qu'il émet par seconde.
112. ♥ ♥ Selon Ritz, l'énergie de l'atome d'hydrogène est quantifiée et vaut  $E_n = \frac{-13,6}{n^2} \text{ (eV)}$  ; le nombre  $n$  entier intervenant dans l'expression quantifiée de l'énergie désigne aussi le **niveau d'énergie**. Calculer la longueur d'onde de l'onde à utiliser pour passer de l'état fondamental à l'état  $n = 3$  de manière photochimique (absorption d'un photon).
113. ♥ ♥ Une particule a une fonction d'onde de la forme :  $\Psi(x) = A \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$  pour  $x > 0$  et  $\Psi = 0$  pour  $x < 0$ . Calculer la constante  $A$ . Quelle est la probabilité de présence dans l'intervalle  $[0, a]$  ?
114. On cherche des solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger indépendante du temps (c'est à dire au potentiel  $V(x)$  indépendant du temps) sous la forme  $\Psi(x, t) = \varphi(x) \cdot f(t)$ .  
 ♥ ♥ Déterminer les équations vérifiées par  $\varphi(x)$  et  $f(t)$ . ♥ ♥ Rappeler la forme générale de ces solutions stationnaires (expression de  $f(t)$  ?). ♥ Établir l'expression  $f(t)$  de l'évolution temporelle de la fonction d'onde. Rappel : équation de Schrödinger
- $$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x, t)$$
115. ♥ ♥ Établir l'expression des solutions stationnaires à l'équation de Schrödinger pour une particule libre (potentiel  $V(x)$  nul), sous la forme  $\Psi(x, t) = \varphi(x)e^{-i\omega t}$

Rappel : équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x, t)$$

**116.** On étudie les caractéristiques d'une onde de De Broglie de la forme  $\Psi(x, t) = A \exp[-i(\omega t \pm kx)]$  dans le cas d'une particule libre. On rappelle l'équation de Schrödinger pour la particule libre :  $i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2}$

♥ (a) Déterminer l'expression de  $k$ , c'est-à-dire établir la relation de dispersion vérifiée par cette onde.

(b) Déterminer la vitesse de phase associée. La propagation est-elle dispersive ?

**117.** ♥ ♥ On considère une particule quantique de masse  $m$  enfermée dans un puits de potentiel infini caractérisé par un potentiel de la forme :  $V(x) = \begin{cases} +\infty & \text{pour } x < 0 \text{ et } x > a \\ 0 & \text{pour } 0 \leq x \leq a \end{cases}$ , vérifiant l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(M, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(M, t) + V(M, t)\Psi(M, t)$$

On recherche des solutions stationnaires à l'équation de Schrödinger de la forme  $\Psi(x, t) = \varphi(x)e^{-i\omega t}$  pour la plage de positions telle que  $V(x) = 0$ .

(a) Donner l'expression simplifiée de l'équation de Schrödinger associée ainsi que les conditions aux limites vérifiées par la fonction d'onde stationnaire.

(b) Déterminer la solution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour  $E > 0$ , et montrer que les différentes grandeurs caractéristiques de la particule sont quantifiées.

(c) Etablir en particulier l'expression de l'énergie de la particule et de son état fondamental (état de plus basse énergie).

**118.** ♥ ♥ Le niveau fondamental dans le puits infini est d'énergie  $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} > 0$ , les solutions stationnaires à l'équation de Schrödinger étant pour un niveau d'énergie  $n$  :

$$\underline{\psi}_n(x, t) = -i \sqrt{\frac{1}{2a}} \left[ \exp\left(i\left(\frac{n\pi}{a}x - \frac{E_n}{\hbar}t\right)\right) - \exp\left(-i\left(\frac{n\pi}{a}x + \frac{E_n}{\hbar}t\right)\right) \right]$$

1- Déterminer à l'aide d'un critère physique la valeur  $\langle p_x \rangle$  de la moyenne de la quantité de mouvement  $p_x$ .

2- Quelle est l'indétermination spatiale  $\Delta x$  sur la position  $x$  de la particule ? Exploiter l'inégalité d'Heisenberg pour exprimer la moyenne du carré de la quantité de mouvement  $\langle p_x^2 \rangle_{min}$  et en déduire l'énergie minimale de la particule qui par définition correspond à l'énergie minimale de confinement.

119. ♥ ♥ Soit une particule quantique d'énergie  $E > 0$  arrivant depuis  $x < 0$  sur une marche  $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ V_0 & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}$ , de solutions stationnaires vérifiant :  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \underline{\varphi}(x)}{dx^2} + V(x) \underline{\varphi}(x) = E \underline{\varphi}(x)$

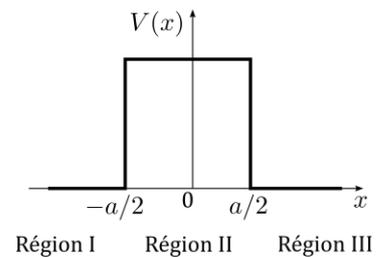
- (a) Déterminer la forme  $\varphi_I(x)$  des solutions dans la région I correspondant à  $x < 0$  sans exprimer les constantes d'intégration.
- (b) Dans le cas où  $E \geq V_0$ , établir l'expression générale  $\varphi_{II}(x)$  des solutions dans la région II
- (c) Exploiter les conditions de continuité de la fonction d'onde et commenter les résultats obtenus.

120. ♥ ♥ Soit une particule quantique d'énergie  $E > 0$  arrivant depuis  $x < 0$  sur une marche  $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ V_0 & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}$ , de solutions stationnaires vérifiant :  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \underline{\varphi}(x)}{dx^2} + V(x) \underline{\varphi}(x) = E \underline{\varphi}(x)$

- (d) Déterminer la forme  $\varphi_I(x)$  des solutions dans la région I correspondant à  $x < 0$  sans exprimer les constantes d'intégration.
- (e) Dans le cas où  $E < V_0$ , établir l'expression générale  $\varphi_{II}(x)$  des solutions dans la région II
- (f) Exploiter les conditions de continuité de la fonction d'onde et commenter les résultats obtenus.

121. ♥ ♥ On considère une barrière d'énergie potentielle de largeur  $a$  et de hauteur finie  $V_0$  :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < -\frac{a}{2} \text{ et } x > \frac{a}{2} \\ V_0 & \text{pour } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases}$$



On considère dans la suite un faisceau de particules quantiques incidentes, d'énergie  $E < V_0$  provenant de  $-\infty$  (arrivant depuis les  $x < 0$ ) et se dirigeant vers la barrière de potentiel. On rappelle l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \underline{\varphi}(x)}{dx^2} + V(x) \underline{\varphi}(x) = E \underline{\varphi}(x)$$

- (a) Déterminer la forme générale de l'équation de Schrödinger indépendante du temps dans les régions I et III correspondant à  $x \notin \left[-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right]$ . On ne cherchera pas à déterminer les différentes constantes d'intégration qui apparaissent dans ces deux solutions.
- (b) Déterminer la forme générale de l'équation de Schrödinger indépendante du temps dans la région II telle que  $x \in \left[-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right]$ . On posera  $\alpha = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$ . On ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration qui apparaissent.
- (c) Énoncer les propriétés générales de la fonction d'onde en  $x = -\frac{a}{2}$  et  $x = +\frac{a}{2}$  permettant d'écrire un système de 4 équations dont les 5 inconnues sont les constantes d'intégration des questions précédentes. *On ne cherchera pas à résoudre ce système.* Quelle dernière hypothèse permet de définir complètement la fonction d'onde en tout point  $x$  ?