Bande passante d'un passe-bande d'ordre 2

Fonction de transfert

On a pour un passe bande d'ordre 2 : $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

Méthode classique

On cherche la bande de fréquence où $|\underline{H}| \geq \dfrac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$. Utilisant la deuxième expression pour $|\underline{H}|$, on trouve alors la condition :

$$Q_0^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1 \Longrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) = \pm\frac{1}{Q_0} \Longrightarrow x^2 \pm \frac{x}{Q_0} - 1 = 0$$

On trouve donc deux solutions positives (une pour chaque équation) qui correspondent aux limites de la bande passante :

$$\begin{aligned} x_+ &= \frac{1}{2Q_0} + \sqrt{\frac{1}{4Q_0^2} + 1} \\ x_- &= -\frac{1}{2Q_0} + \sqrt{\frac{1}{4Q_0^2} + 1} \end{aligned}$$

On peut alors déterminer la bande passante $\Delta x = x_+ - x_-$:

$$\boxed{\Delta x = \frac{1}{Q_0}} \Longleftrightarrow \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

Méthode astucieuse *(J. Kieffer)*

12.b) La bande passante correspond à $H \leq \dfrac{H_0}{\sqrt{2}}$ soit $G_{dB} \leq G_0 - 3\text{dB}$. Dans le cas du passe-bande, on a à la limite (ie à la coupure) :

$$H = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

en remarquant que $H(x) = H(1/x)$ si x_2 est la racine la plus élevée alors $x_1 = 1/x_2$ est la seconde racine plus petite et $\Delta x = x_2 - x_1 = x_2 - \dfrac{1}{x_2}$. On a donc finalement :

$$Q^2(\Delta x)^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{1}{Q}}$$