NOM :	**INTERROGATION DE COURS N°1** **MPI – 2024-2025**	Note :

1. On étudie un circuit RC série alimenté par une source idéale de tension délivrant une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$, en considérant la tension de sortie $s(t)$ aux bornes du condensateur.

a) Faire une analyse qualitative de la nature du filtre puis établir la fonction de transfert.

b) Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain en justifiant, en particulier les asymptotes.

c) Déterminer l'expression de la pulsation de coupure

B.F. : C se comporte comme un interrupteur ouvert d'où $i \to 0$ soit $u_R = Ri \to 0$;

loi des mailles : $u_C \to u_e$;

H.F. : C se comporte comme un interrupteur fermé (fil) d'où $u_C \to 0$: comportement passe-bas aux bornes de C

impédances associées à R et C en série : pont diviseur de tension :

$$\underline{u_s} = \underline{u_C} = \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + \underline{Z_R}}\underline{u_e} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{u_C}}{\underline{u_e}} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + jx}$$

En posant $RC\omega = \frac{\omega}{\omega_0} = x$

Asymptotes dans le diagramme de Bode :

B.F. : $\omega \to 0$ donc $x \to 0$

fonction de transfert équivalente : $\underline{H_{BF}} \underset{BF}{\sim} 1$ soit

$G_{BF} = |\underline{H_{BF}}| = 1$ *et* $G_{dB,BF} = 20\,log(G_{BF}) = 0$

Asymptote horizontale aux basses fréquences.

H.F. :, $x \to +\infty$, fonction de transfert équivalente :

$\underline{H_{HF}} \underset{HF}{\sim} \frac{1}{jx}$ *soit* $G_{HF} = |\underline{H_{HF}}| = \frac{1}{x}$ *et*

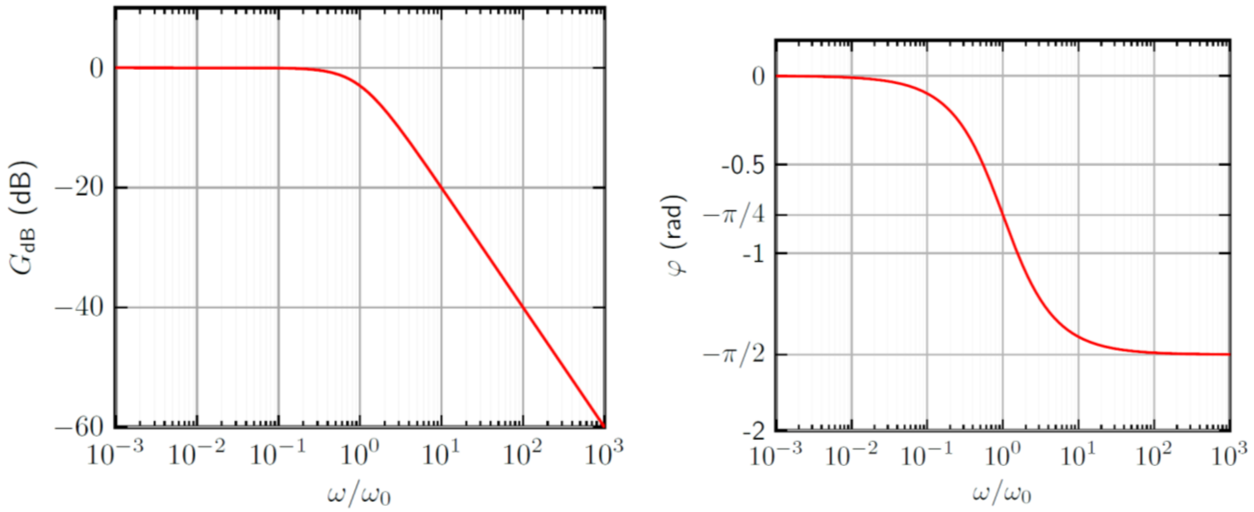
$G_{dB,HF} = 20\,log(G_{HF}) = -20\,log(x)$

Asymptote à – 20 dB par décade aux hautes fréquences

Par définition, à la pulsation de coupure, $|\underline{H}(x_c)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ avec $|\underline{H}(x_c)| = 1/\sqrt{1 + {x_c}^2}$

soit $x_c = 1$ et $\omega_c = \omega_0$

2. Considérons le filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



a) Identifier la nature et l'ordre du filtre.

b) On envoie en entrée du filtre le signal $e(t) = E_1\,cos(\omega_1 t) + E_2\,cos(\omega_2 t) + E_3\,cos(\omega_3 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0/100$, $\omega_2 = \omega_0$ et $\omega_3 = 100\,\omega_0$. Représenter le spectre associé à ce signal. Donner l'expression du signal de sortie.

c) On envoie en entrée un signal créneau de pulsation $\omega_0/1000$. Prévoir qualitativement l'allure et l'amplitude du signal de sortie.

d) Même question si le signal a une pulsation $100\,\omega_0$.

a) Passe-bas (forme du diagramme de Bode en gain) du 1er ordre (pente à -20 dB/ décade).

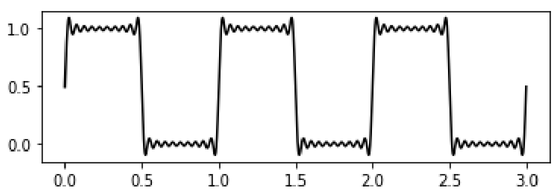
b) Par lecture du diagramme de Bode pour chaque composante : valeurs de G_{dB} et φ, avec $G = \frac{S_i}{E_i} = 10^{\frac{G_{dB}}{20}}$ soit

$S_i = GE_i = 10^{\frac{G_{dB}}{20}} E_i$

Composante	$\boldsymbol{\frac{\omega_i}{\omega_0}}$	$\boldsymbol{G_{dB,i}}$ **(dB)**	$\boldsymbol{G_i}$	$\boldsymbol{S_i}$	$\boldsymbol{\varphi_i}$	$\boldsymbol{s_i(t)}$
$\omega_1 = \frac{\omega_0}{100}$	10^{-2}	*0*	*1*	E_1	*0*	$E_1\,cos(\omega_1 t)$
$\omega_2 = \omega_0$	1	-3	$10^{\frac{-3}{20}} = 1/\sqrt{2}$	$\frac{E_2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{E_2}{\sqrt{2}} cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$
$\omega_3 = 100\,\omega_0$	10^2	-40	$10^{\frac{-40}{20}} = 10^{-2}$	$\frac{E_3}{100}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{E_3}{100} cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right)$

$s(t) = E_1\,cos(\omega_1 t) + \frac{E_2}{\sqrt{2}} cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{E_3}{100} cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right).$

c) pulsation $\omega_0/1000$: domaine des très basses fréquences, le signal n'est presque pas modifié (de même que son amplitude, le gain aux basses fréquences étant de 1) car la très grande majorité de son spectre se trouve dans la bande passante, hormis les fréquences les plus élevées : seules les variations brutales vont donc être atténuées (angles du créneau arrondis)



d) pulsation $100\,\omega_0$: domaine des très hautes fréquences, le signal est très atténué (gain de 10^{-2} pour le fondamental). De plus, il s'agit de la zone où l'asymptote à -20 dB / décade est atteinte : domaine intégrateur. Le signal d'entrée créneaux donne donc un signal de sortie triangulaire, d'amplitude très faible.