DM N°3 – REVISIONS D'ELECTRICITE – MPI *

A rendre pour le mercredi 24 Septembre

PROBLEME N°1 : INSTABILITES ET OSCILLATIONS DE RELAXATION –

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

Ce problème analyse un oscillateur historique de l'électronique linéaire. Il s'agit de l'emploi de méthodes numériques pour l'intégration des équations différentielles déduites des lois physiques, avec prise en compte d'un basculement périodique.

Les vecteurs sont surmontés d'une flèche. Les applications numériques seront réalisées avec un seul chiffre significatif. Lorsqu'un **code informatique** est demandé, il sera rédigé dans la syntaxe de **Python 3.** Un petit formulaire et quelques valeurs numériques sont regroupés en fin d'énoncé.

I Oscillateur à tube

On considère le montage de la figure 1 comportant un générateur idéal de tension constante E_0, un résistor de résistance R, un condensateur de capacité C et un dipole $\mathcal{D}$ assimilé à un résistor de résistance $R_L = \alpha R$.

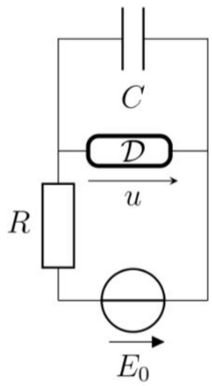

FIGURE 1 – Circuit

I.A Une première équation d'évolution

Dans un tel circuit linéaire, l'équation d'évolution de $u(t)$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants dont la solution comporte d'une part une solution de l'équation homogène $u_H(t)$ et d'autre part une solution particulière $u_P(t)$.

❑ – **1.** Laquelle de ces deux solutions correspond au régime transitoire ?
Sa forme générale dépend-elle de E_0 ?
Proposer un schéma simplifié et en déduire, en effectuant le moins de calculs possible, qu'il s'agit d'une solution caractérisée par une constante de temps τ_α qu'on explicitera en fonction de $\tau_0 = RC$ et de α.

❑ – **2.** À quelle condition l'autre solution correspond-elle au régime permanent ?
Sa forme générale dépend-elle de C ? des résistances R et R_L ?
Proposer un schéma simplifié et en déduire simplement l'expression correspondante u_∞ de u en fonction de α et E_0. .

I.B Un dipôle à deux états

En réalité, le dipôle $\mathcal{D}$ est une lampe contenant un gaz raréfié qui peut être dans deux états électriques (lampe éteinte ou allumée). Ces deux états correspondent chacun à une valeur de α.

Le comportement électrique de $\mathcal{D}$ diffère selon son état : c'est un assez bon conducteur si elle est allumée, et un assez bon isolant si elle est éteinte.

❑ – **3**. Que peut-on dire *a priori* de α si la lampe est éteinte ? si elle est allumée ?

On réalise le circuit avec $R = 20\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 200\,\mu\mathrm{F}$. Lors du branchement initial du circuit, on admettra que la lampe est éteinte et le condensateur déchargé. Par la suite :

— la lampe reste éteinte tant que la tension à ses bornes vérifie $|u| < U_a$ où $U_a = 90\,\mathrm{V}$ est la tension d'allumage ; dans ce cas elle a pour résistance $R_e \gg R$;

— une fois allumée, la lampe a pour résistance $R_a \simeq 1\,\mathrm{k\Omega}$; elle reste allumée sauf si la tension à ses bornes diminue trop et elle va donc s'éteindre dès lors que $|u| < U_e$ où $U_e = 70\,\mathrm{V}$ est la tension d'extinction.

❑ – **4**. Exprimer et calculer τ_α dans les deux régimes, successivement lampe éteinte puis allumée.

❑ – **5**. Exprimer la limite $\lim_{t\to\infty} u(t)$ si la lampe ne s'allume jamais ; puis si elle reste allumée. En déduire que le système oscille seulement si $E_0 > 0$ est compris dans un intervalle que l'on déterminera. Est-ce le cas avec $E_0 = 120\,\mathrm{V}$, valeur choisie dans la suite ?
Ces oscillations seront-elles observables à l'œil ?

I.C Étude numérique du régime d'oscillation

On propose une étude numérique des oscillations au moyen d'un algorithme dérivé de la méthode d'Euler explicite pour l'étude de $u(t)$; le passage de t à $t + \delta t$ se fait au moyen de la fonction `Next` :

```
1 def Next(u, al, dt):
2         i = (E - u)/R
3         if al:
4                 al = u >= Ue
5         else:
6                 al = u > Ua
7         u += dt*(i - al*u/Ra)/C
8         return u, al
```

❑ – **6**. Quelle est la signification de la variable (logique) `al` ?
Quel est l'objectif des lignes 3 à 6 ?
Justifier, au moyen d'un schéma électrique, la ligne 7.

On propose enfin de tracer l'allure de la courbe représentative de $u(t)$ au moyen du code ci-après :

```
E = 120.0
R = 2.0E4
C = 200.0E-6
Ua = 90.0
Ue = 70.0
Ra = 1.0E3
tmax = 20.0
```

```

def Etude(tmax, N, u0, all0):
        h = tmax/N
        t, u, all = 0, u0, all0
        LT = LU = []
        for k in range(N):
                LT.append(t)
                LU.append(u)
                t = t + h
                u, all = Next(u, all, h)
        pl.figure()
        pl.plot(LT, LU)
        pl.show()
```

suivi de l'exécution des lignes :

```
import matplotlib.pyplot as pl
Etude(tmax, 500, 0, False)
```

❏ – **7.** Le tracé sera-t-il satisfaisant ?
Si non, quelle(s) modification(s) proposez-vous ?

Après rectification si nécessaire, *l'allure* du tracé obtenu est représenté figure 2.

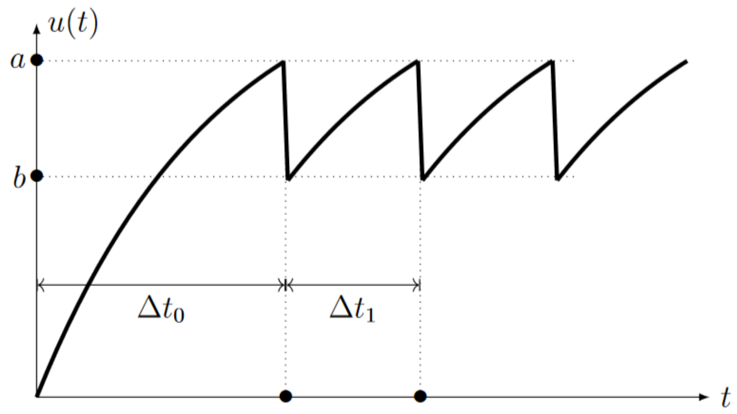

FIGURE 2 – Tracé de $u(t)$ par la méthode numérique proposée

❏ – **8.** Sur la figure 2, identifier les phases où la lampe est allumée et celles où elle est éteinte ; quelle est la valeur de a ?
La valeur de b dépend en fait du paramètre `N` de la fonction `Etude` ; avec `N = 500` on trouve par exemple $b \simeq 59\,\mathrm{V}$. Expliquer pourquoi cette valeur reste inférieure à $70\,\mathrm{V}$?

Formulaire et données numériques

On donne $\ln(2) = 0{,}7$ et $\ln(3) = 1{,}1$.

Si $t = \tan\theta$ alors $\cos^2\theta = \dfrac{1}{1+t^2}$ et $\sin^2\theta = \dfrac{t^2}{1+t^2}$.

On rappelle par ailleurs que $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ et $\sin(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$.

On pourra prendre $\sqrt{3} \simeq 1{,}73$, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \simeq 0{,}58$, $\pi \simeq 3{,}14$ et $2/\pi \simeq 0{,}64$;