

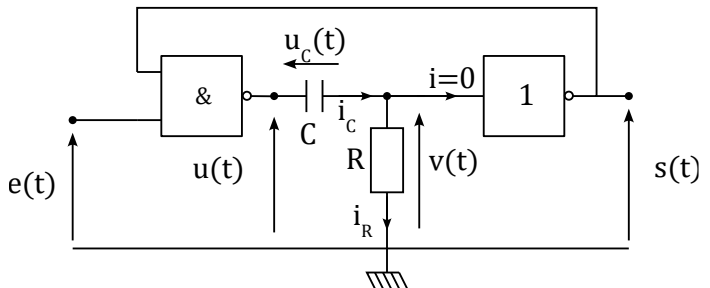
Colle N°14 – Semaine pronote N°21 : 19 au 23 Janvier 2026

Au programme des exercices

- Chapitre ELEC3 : Portes logiques
- Chapitre OND1 : Propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide
- Chapitre OND2 : Propagation d'ondes électromagnétiques dans les plasmas

Questions de cours seules

1. ❤ On étudie le convertisseur logique tension-fréquence réalisé à l'aide du circuit ci-contre constitué de portes logiques idéales. On suppose que la porte NON bascule à $E/2$ et on peut montrer que la sortie $s = E$ correspond à un état stable du système.

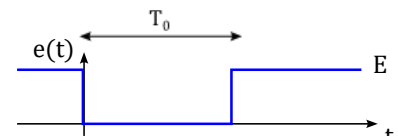


- (a) Déterminer les caractéristiques des états stables de ce système. Comment qualifie-t-on un tel système ?

- (b) Partons d'un montage dans l'état stable correspondant à une entrée $e(t < 0) = E$ depuis un temps très long. Supposons qu'à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 (avant de revenir à 1). Que se passe-t-il à $t = 0^+$ dans le montage ? On donnera les valeurs des différentes tensions aux instants $t = 0^-$ et à $t = 0^+$.

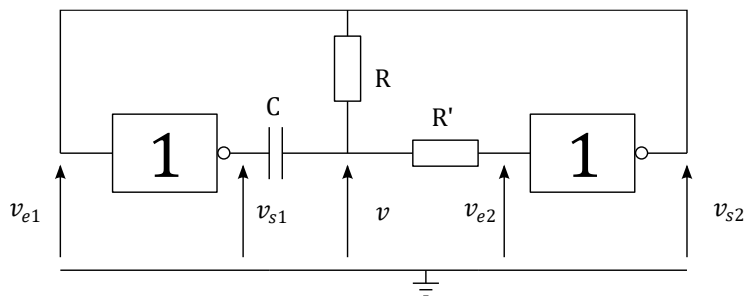
2. On reprend la question précédente, et on donne les valeurs des tensions initiales :
 $e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_c(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$

$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_c(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$

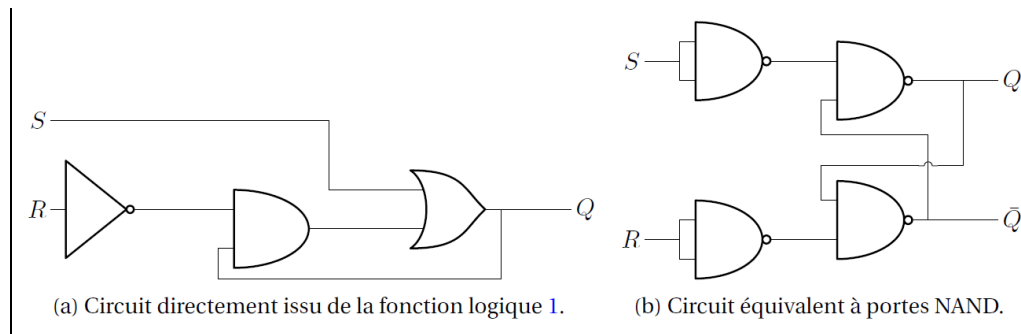


ainsi que l'équation différentielle vérifiée : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{du(t)}{dt}$. à l'instant T_0 , l'entrée e bascule à nouveau avec $e(T_0) = E$. Soit T_b l'instant de basculement de la porte NON ; montrer que $T_b = \tau \times \ln(2)$. Déterminer les évolutions des différentes tensions entre $t = 0$ et T_0 en séparant les deux cas $T_b > T_0$ et $T_b < T_0$. Tracer les chronogrammes des différentes tensions.

3. ❤ Etudier la stabilité du montage ci-contre. Comment qualifie-t-on ce type de montage ?



4. ** Donner l'équation logique de cette bascule RS, montrer que les deux circuits proposés sont équivalents et expliquer son principe de fonctionnement.

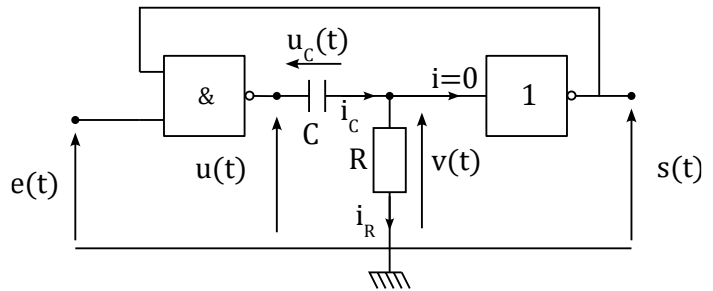


5. ❤ Etablir l'équation de propagation (au choix de l'examineur) du champ \vec{E} ou du champ \vec{B} associés à une onde électromagnétique se propageant dans un milieu assimilable au vide.
6. ❤ Considérons une OPPH de la forme $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y$ se propageant dans le vide en vérifiant une équation de propagation de d'Alembert. Etablir la relation entre ω et k , dite relation de dispersion (méthode au choix de l'examineur, avec ou sans passage aux grandeurs complexes).
7. ❤ Donner l'expression des équations de Maxwell dans le vide en représentation complexe. En déduire la relation de structure entre \vec{E} et \vec{B} pour des ondes planes progressives.
8. ❤ Le champ électrique d'une onde électromagnétique se propageant dans le vide est donné par :
 $\vec{E} = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{e}_z$. Etablir l'expression du champ magnétique associé ainsi que celle de la puissance rayonnée à travers une surface S plane orthogonale à \vec{e}_z .
9. Polarisation d'une onde électromagnétique : polarisation rectiligne, polarisation circulaire.
10. On considère une onde électromagnétique plane se propageant dans le vide dans la direction \vec{u} . Exprimer la densité volumique d'énergie et montrer que l'énergie électromagnétique est également répartie sous les formes électrique et magnétique. Dans le cas d'une OemPPH, établir l'expression de la densité volumique d'énergie moyenne.
11. Un laser hélium-néon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon $r = 1,0 \text{ mm}$ d'une onde plane monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. La puissance moyenne émise est $P = 1,0 \text{ mW}$. On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$. Calculer les amplitudes E_{\max} et B_{\max} des champs électrique et magnétique.
12. ** Considérons l'onde électromagnétique suivante, se déplaçant dans le vide : $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(kx - \omega t)} \vec{e}_z$. Quelle est sa polarisation ? Déterminer le champ magnétique associé à cette onde.
13. Polariseur et analyseur ; Loi de Malus
14. ❤ On considère un plasma peu dense composé de cations supposés fixes et d'électrons libres de densité particulière n_e , de charge $-e$, de masse m et on néglige les interactions des électrons avec les autres particules. Les électrons sont considérés comme étant non relativistes. Définir la notion de plasma, établir l'expression de la conductivité du plasma et définir la pulsation plasma ω_p du plasma en fonction des grandeurs caractéristiques du système.
15. ❤ On étudie la possibilité de propagation du champ $\vec{E} = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{e}_z$ dans un plasma dilué dont la conductivité électrique complexe vaut $\underline{\gamma}(\omega) = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}$. Etablir l'équation de propagation du champ \vec{E} et en déduire la relation de dispersion caractéristique du plasma, où on fera apparaître la pulsation ω_p .
16. ❤ On considère un plasma dilué vérifiant la relation de dispersion $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$. Discuter des possibilités de propagation d'une OemPPH de pulsation ω en fonction des valeurs de la pulsation ω .

17. On considère un plasma dilué vérifiant la relation de dispersion $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$. On étudie une OPPH de pulsation ω polarisée rectilignement selon \vec{e}_z produite par une source extérieure, et se propageant depuis le vide vers ce plasma dilué dans la direction \vec{e}_x . Pour $\omega < \omega_p$, montrer que le vecteur de Poynting moyen est nul.

■ Questions de cours avec éléments de réponse

1. ♥ On étudie le convertisseur logique tension-fréquence réalisé à l'aide du circuit ci-contre constitué de portes logiques idéales. On suppose que la porte NON bascule à $E/2$ et on peut montrer que la sortie $s = E$ correspond à un état stable du système.



- (c) Déterminer les caractéristiques des états stables de ce système. Comment qualifie-t-on un tel système ?
- (d) Partons d'un montage dans l'état stable correspondant à une entrée $e(t < 0) = E$ depuis un temps très long. Supposons qu'à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 (avant de revenir à 1). Que se passe-t-il à $t = 0^+$ dans le montage ? On donnera les valeurs des différentes tensions aux instants $t = 0^-$ et à $t = 0^+$.

(a) Si un état stable de sortie existe, grandeurs indépendantes du temps, dont u_C .

$$D'où $i_R = i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0 \Rightarrow v(t) = Ri_R = 0$.$$

Alors, d'après les caractéristiques d'une porte NON :

$$s(t) = E.$$

Pour que $s(t)$ reste égale à E , il faut que $v(t)$ n'évolue pas : $v(t) = 0$,

il faut donc $u_C = cte$, d'où $u(t) = cte$.

2 cas possibles :

si $u(t) = E$, l'état de charge ne change pas si $e(t)$ reste égale à 0 car dans ce cas seulement :

$$u(t) = \overline{e \cdot s} = \overline{e \cdot E} = E \Rightarrow e = 0.$$

si $u(t) = 0$, l'état de charge ne change pas si $e(t)$ reste égale à E car dans ce cas seulement :

$$u(t) = \overline{e \cdot s} = \overline{e \cdot E} = 0 \Rightarrow e = E.$$

Ainsi, $\forall e(t)$ maintenue constante (à 0 ou à E), $s(t) = E =$ unique état stable du montage, qui est donc dit monostable.

à $t = 0$, l'entrée e bascule à 0 pendant une durée T_0 .

Dans ce cas, $u(0^+) = E$ car au moins une des deux entrées de la porte NAND est désormais nulle ;

$$u(0^+) = \overline{e \cdot s} = \overline{0 \cdot E} = \overline{0} = E$$

La tension aux bornes du condensateur étant continue, on a

$v(0^+) = u(0^+) - u_C(0^+) = u(0^+) - u_C(0^-) = E - 0 = E$ et $s = \overline{v} = 0$, la sortie du système passe donc à 0 et les deux entrées de la porte NAND sont alors nulles.

$$e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_C(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$$

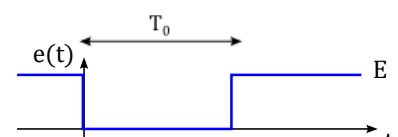
$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_C(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$

La sortie s n'étant plus égale à E , le système n'est plus dans un état stable et va donc évoluer au cours du temps.

2. On reprend la question précédente, et on donne les valeurs des tensions initiales :

$$e(0^-) = E, u(0^-) = 0, u_C(0^-) = 0, v(0^-) = 0, s(0^-) = E$$

$$e(0^+) = 0, u(0^+) = E, u_C(0^+) = 0, v(0^+) = E, s(0^+) = 0$$



ainsi que l'équation différentielle vérifiée : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v(t) = \frac{du(t)}{dt}$. à l'instant T_0 , l'entrée e bascule à nouveau avec $e(T_0) = E$. Soit T_b l'instant de basculement de la porte NON ; montrer que $T_b = \tau \times \ln(2)$. Déterminer les évolutions des

différentes tensions entre $t = 0$ et T_0 en séparant les deux cas $T_b > T_0$ et $T_b < T_0$. Tracer les chronogrammes des différentes tensions.

la tension $u_c(t) = u(t) - v(t) = E - v(t)$ aux bornes du condensateur va évoluer avec

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v(t) = \frac{du(t)}{dt} = 0$$

La solution de cette équation est de la forme $v(t) = Ae^{-t/\tau} = Ee^{-t/\tau}$ en exploitant la C.I.

La tension $v(t)$ diminuant de manière exponentielle au fur et à mesure de la charge du condensateur, elle va, à un moment, passer sous le seuil de basculement de la porte NON. Si on suppose que ce basculement a lieu lorsque $v = E/2$, alors celui-ci aura lieu à l'instant $t = T_b$ tel que

$$v(t = T_b) = Ee^{-T_b/\tau} = \frac{E}{2} \Rightarrow T_b = \tau \times \ln(2)$$

Cas n°1 : $T_0 > T_b$

L'entrée e est toujours à 0 alors que la sortie est passée de 0 à E (état haut) au bout du temps T_b , l

a tension $u = \overline{e.s} = E$ ne change donc pas et le condensateur continue de se charger jusqu'à $t = T_0$ où $e(t)$ basculant à E , $u(t)$ bascule également car on a désormais $u = \overline{e.s} = \overline{E.E} = 0$.

La continuité de la tension aux bornes du condensateur impose alors que $v(t)$ subissent une discontinuité afin de vérifier $u(T_0^+) - v(T_0^+) = u(T_0^-) - v(T_0^-) \Rightarrow 0 - v(T_0^+) = E - v(T_0^-) \Rightarrow v(T_0^+) = v(T_0^-) - E$ et partant de cette valeur, le condensateur va poursuivre sa charge vers E .

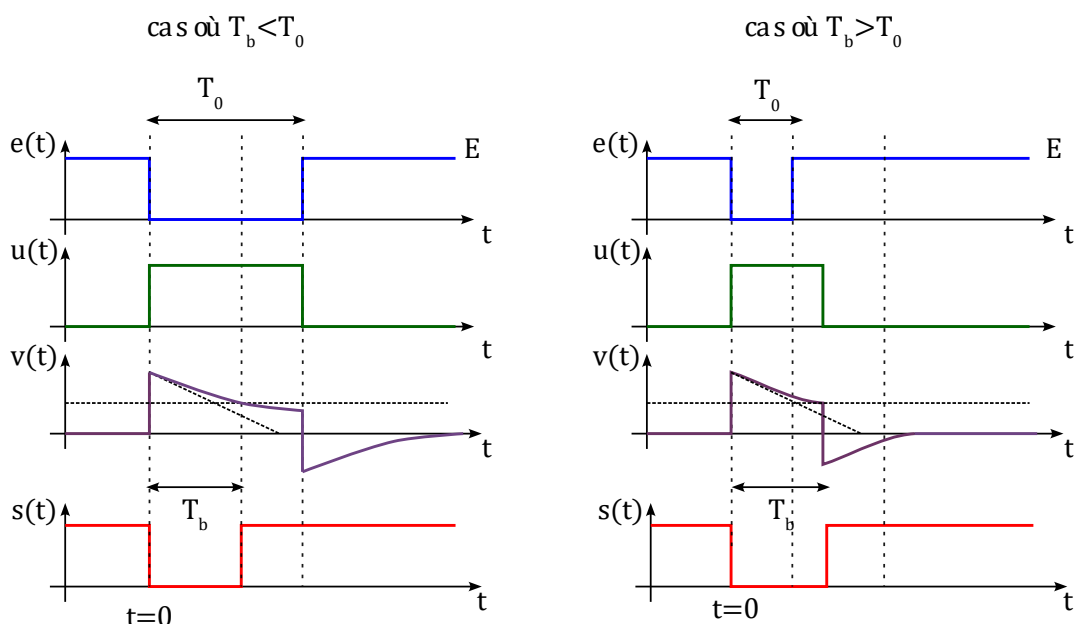
Cas n°2 : $T_0 < T_b$

L'entrée e est déjà repassée à l'état haut $e = E$ alors que la sortie n'a pas encore basculé, mais cela n'entraîne pas de modification de u ni de la poursuite de la décharge du condensateur car $u = \overline{e.s} = E$ (sortie à l'état bas).

Ce n'est qu'au bout de la durée T_b que $s(t)$ bascule à l'état haut E , entraînant alors celle de u vers 0.

La continuité de la tension aux bornes du condensateur impose alors que $v(t)$ subisse une discontinuité à l'instant T_b afin de vérifier $u(T_b^+) - v(T_b^+) = u(T_b^-) - v(T_b^-) \Rightarrow 0 - \frac{E}{2} = E - v(T_b^-) \Rightarrow v(T_b^+) = -E/2$ et partant de cette valeur, le condensateur va poursuivre sa charge vers E .

L'état de sortie 0 est donc un état instable de durée T_b , quelle que soit la durée du passage T_0 à 0 de la tension d'entrée.



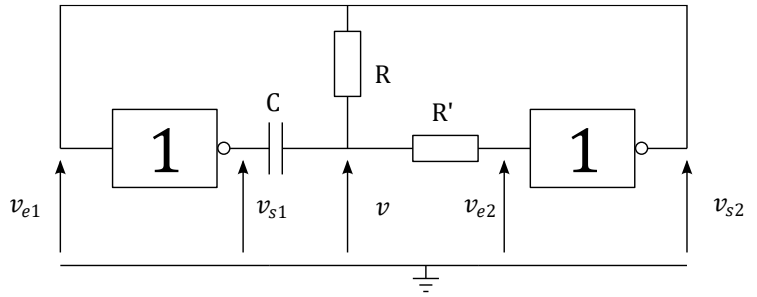
3. ❤ Etudier la stabilité du montage ci-contre.
Comment qualifie-t-on ce type de montage ?

Analyse générale : portes logiques idéales donc d'impédance d'entrée infinie : i traversant R' nul ; tension aux bornes de $R' = 0$.

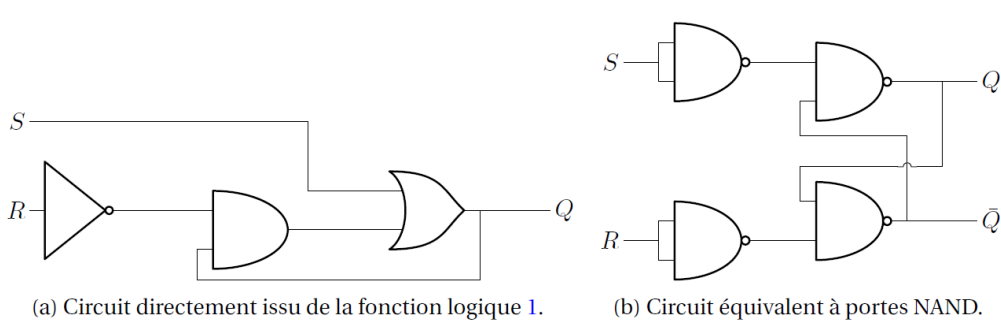
D'après la loi des mailles : $v = v_{e2}$.

s'il existe une tension stable, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, il n'y a donc pas d'intensité circulant dans R , soit $v = v_{s2} = v_{e1}$ or $v = v_{e2}$, mais d'après la caractéristique d'une porte NON, $v_{s2} = \overline{v_{e2}}$: incohérent.

Il n'existe aucune sortie stable d'un tel système, qui va osciller entre des états instables. Il s'agit d'un oscillateur astable.



4. ** Donner l'équation logique de cette bascule RS, montrer que les deux circuits proposés sont équivalents et expliquer son principe de fonctionnement.



Pour le circuit (a) : On effectue la simple traduction des opérations en distinguant uniquement Q_{n+1} de Q_n . On obtient

$$Q_{n+1} = S + \overline{R} \cdot Q_n$$

Pour le circuit (b) : $Q_{n+1} = \overline{\overline{S} \cdot Q'_n}$, or d'après la loi de de Morgan :

$$Q_{n+1} = \overline{\overline{S} \cdot Q'_n} = \overline{\overline{S} \cdot \overline{\overline{R} \cdot Q_n}} = S + \overline{R} \cdot Q_n$$

Etude de la stabilité, en introduisant I_n la sortie de la 2^{ème} porte logique du circuit (a) :

Cas n°1 : $(R, S) = (0, 1)$

Si $Q_n = 0$, alors $I_n = \overline{R} \cdot Q_n = 0$, donc $Q_{n+1} = S + \overline{R} \cdot Q_n = 1 + 0 = 1$. La sortie $Q = 0$ n'est donc pas stable et bascule à $Q = 1$.

Si désormais $Q_n = 1$, alors $I_n = \overline{R} \cdot Q_n = 1$, donc $Q_{n+1} = S + \overline{R} \cdot Q_n = 1 + 1 = 1$. La sortie $Q = 1$ est donc stable et se maintient.

Il s'agit du cas d'inscription.

Cas n°2 : $(R, S) = (1, 0)$

Si $Q_n = 1$, alors $I_n = \overline{R} \cdot Q_n = 0$, donc $Q_{n+1} = S + \overline{R} \cdot Q_n = 0 + 0 = 0$. La sortie $Q = 1$ n'est donc pas stable et bascule à $Q = 0$.

Si désormais $Q_n = 0$, alors $I_n = \overline{R} \cdot Q_n = 0$, donc $Q_{n+1} = S + \overline{R} \cdot Q_n = 0 + 0 = 0$. La sortie $Q = 0$ est donc stable et se maintient.

Il s'agit du cas d'effacement.

Cas n°3 : $(R, S) = (0, 0)$

Si $Q_n = 1$, alors $I_n = \bar{R} \cdot Q_n = 1$, donc $Q_{n+1} = S + \bar{R} \cdot Q_n = 0 + 1 = 1$. La sortie $Q = 1$ est donc stable et mémorisée.

Si $Q_n = 0$, alors $I_n = \bar{R} \cdot Q_n = 0$, donc $Q_{n+1} = S + \bar{R} \cdot Q_n = 0 + 0 = 0$. La sortie $Q = 0$ est donc stable et mémorisée.

Il s'agit de l'état de mémorisation.

S	R	Q_{n+1}	Action
1	0	1	Mise à un (inscription-Set)
0	1	0	Mise à zéro (effacement-Reset)
0	0	Q_n	Mémoire
1	1	1	État interdit - inscription prioritaire

5. ♥ Etablir l'équation de propagation (au choix de l'examineur) du champ \vec{E} ou du champ \vec{B} associés à une onde électromagnétique se propageant dans un milieu assimilable au vide.

Équation pour le champ électrique \vec{E}

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E})) = \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} (\vec{E})) - \Delta \vec{E}$$

Avec (MG) dans le vide : $\text{div} (\vec{E}) = 0$ soit $\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E})) = -\Delta \vec{E}$

Avec (MF) : $\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ soit $\overrightarrow{\text{rot}} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\Delta \vec{E}$ ou

Indépendance des variables d'espace et de temps : on peut inverser l'opérateur rotationnel et la dérivée temporelle

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \Delta \vec{E} = \frac{\partial (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B})}{\partial t}$$

Or selon (MA) dans le vide : $\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ d'où $\Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$$\text{Finalement } \Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Équation pour le champ magnétique \vec{B}

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B})) = \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} (\vec{B})) - \Delta \vec{B}$$

Avec (MΦ) : $\text{div} (\vec{B}) = 0$ soit $\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B})) = -\Delta \vec{B}$

Avec (MA) dans le vide : $\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ d'où $\overrightarrow{\text{rot}} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\Delta \vec{B}$ ou

Indépendance des variables d'espace et de temps : on peut inverser l'opérateur rotationnel et la dérivée temporelle

$$\mu_0 \epsilon_0 \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\Delta \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E})}{\partial t}$$

Or selon (MF) : $\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ d'où $\Delta \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

$$\text{D'où } \Delta \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Les champs vectoriels \vec{E} et \vec{B} vérifient des équations de la même forme

$$\Delta \vec{a} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} = \vec{0} :$$

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \Delta \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

6. ♥ Considérons une OPPH de la forme $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y$ se propageant dans le vide en vérifiant une équation de propagation de d'Alembert. Etablir la relation entre ω et k , dite relation de dispersion (méthode au choix de l'examineur, avec ou sans passage aux grandeurs complexes).

Méthode N°1 (champs réel)

calcul des dérivées partielles par rapport au temps et à x, qu'il faut injecter dans l'équation de d'Alembert

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

ici, $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ avec $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = -k^2 E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y$ et $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y$

En simplifiant, on trouve $-k^2 + \frac{1}{c^2} \omega^2 = 0$ soit en choisissant des grandeurs positives : $k = \frac{\omega}{c}$

Méthode N°2 (champs complexe)

En introduisant la notation complexe : $\underline{\vec{E}} = \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$, avec $\underline{E_0} = E_0 e^{i\varphi}$

équation de d'Alembert : $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

Obtention de la relation de dispersion :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$$

Dérivées spatiales : $\frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial x} = -ik \underline{\vec{E}} = -ik \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$ $\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial x^2} = -k^2 \underline{\vec{E}} = -k^2 \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$

Dérivées temporelles : $\frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = i\omega \underline{\vec{E}} = i\omega \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$ $\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = -\omega^2 \underline{\vec{E}} = -\omega^2 \underline{E_0} \exp i(\omega t - kx) \vec{e}_y$

En injectant ces relations dans l'équation de propagation de d'Alembert : $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

On trouve

$$-k^2 \underline{\vec{E}} = \frac{1}{c^2} \times (-\omega^2 \underline{\vec{E}})$$

Soit $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$, les grandeurs physiques étant définies positives, on retrouve bien la relation de dispersion :

$$\omega = kc \quad \text{soit} \quad \lambda = cT$$

7. ♥ Donner l'expression des équations de Maxwell dans le vide en représentation complexe. En déduire la relation de structure entre \vec{E} et \vec{B} pour des ondes planes progressives.

Pour un champ de la forme $\underline{\vec{E}} = \underline{E_0} \exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})$:

$$\text{div} \underline{\vec{E}} = -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0$$

$$\text{div} \underline{\vec{B}} = -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} \Rightarrow -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = -i\omega \underline{\vec{B}} \Rightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{B}} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} \Rightarrow -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = i\frac{\omega}{c^2} \underline{\vec{E}} \Rightarrow \underline{\vec{E}} = -\frac{c^2 \vec{k} \wedge \underline{\vec{B}}}{\omega}$$

Equation de Maxwell-Faraday : $\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = \omega \underline{\vec{B}}$ soit $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$

\vec{k} et ω étant des constantes réelles, cette relation reste vraie pour les champs réels (linéarité de la partie réelle) :

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

De plus, avec $\vec{k} = k\vec{u}_k$ et la relation de dispersion $\omega = kc$: $\vec{B} = \frac{k\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{kc}$

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c}$$

Cette relation étant vraie pour toute OPPH, elle est également vraie pour toute OPP en tant que somme d'OPPH se propageant dans le même sens, donc de même vecteur \vec{u}_k .

8. ❤ Le champ électrique d'une onde électromagnétique se propageant dans le vide est donné par :

$\vec{E} = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{e}_z$. Etablir l'expression du champ magnétique associé ainsi que celle de la puissance rayonnée à travers une surface S plane orthogonale à \vec{e}_z .

Variable $\omega t - kx$: il s'agit d'une onde se propageant dans la direction (Ox) dans le sens direct, soit selon le vecteur de propagation $\vec{u}_k = +\vec{e}_x$. La norme du champ électrique ne dépend que de la variable d'espace x , le plan $x = cte$ est donc une surface d'onde : l'onde est plane.

On peut alors utiliser la relation de structure des OemPP :

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c} = \frac{\vec{e}_x \wedge (E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z)}{c}$$

$$\vec{B} = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$$

$$\mathcal{P}_{em} = \iint_{(S)} \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} \quad \text{avec} \quad \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{e}_x$$

9. ❤ Polarisation d'une onde électromagnétique : polarisation rectiligne, polarisation circulaire.

Par définition, la **direction de polarisation** de l'onde est celle du champ électrique.

Une onde OEM possède une **polarisation rectiligne** si le vecteur champ électrique de l'onde garde au cours du temps une direction constante : $\vec{e}_p = cte$.

Nous pouvons choisir par exemple la direction de l'Oem polarisée colinéaire à l'axe Oy , l'expression de ce champ est alors de la forme : $\vec{E} = E_y \vec{e}_y$ avec $E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \varphi_y) = \text{Re}(\underline{E}_{0y} e^{j(\omega t - kx)})$

Plus généralement, avec $\vec{E} = \underbrace{E_{0x} \cos(\omega t - kz)}_{E_x} \vec{u}_x + \underbrace{E_{0y} \cos(\omega t - kz + \Delta\varphi)}_{E_y} \vec{u}_y$, polarisation rectiligne ssi $\Delta\varphi = p\pi, p \in \mathbb{Z}$,

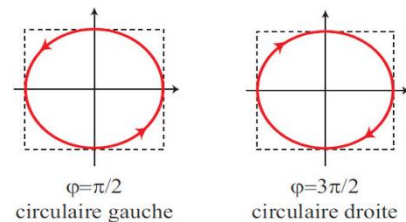
Pour que le champ \vec{E} d'une OemPPH soit **polarisé rectilignement** et donc possède une direction constante au cours du temps, il faut que **ses deux composantes** dans le plan de phase oscillent **en phase ou en opposition de phase**, soit $\Delta\varphi = 0$ ou $\Delta\varphi = \pi$,

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} = \cos(\omega t - kz) \begin{pmatrix} E_{0x} \\ (-1)^p E_{0y} \\ 0 \end{pmatrix} = \cos(\omega t - kz) \begin{pmatrix} E_{0x} \\ \pm E_{0y} \\ 0 \end{pmatrix} = E_0 \cos(\omega t - kz) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

Avec α angle entre l'axe (Ox) et \vec{E}

Une onde électromagnétique possède une **polarisation circulaire** si, en tout point M, le champ électrique \vec{E} possède une **norme constante** ; son extrémité décrit alors un cercle.

On parle de **polarisation circulaire gauche** si le cercle est parcouru dans le **sens trigonométrique** autour du vecteur d'onde \vec{k} , soit pour un observateur qui verrait arriver l'onde vers lui, et de **polarisation circulaire droite** pour une rotation dans le **sens horaire**



L'onde électromagnétique est **polarisée circulairement** ssi

Les deux composantes du champ électrique dans le plan d'onde ont **même amplitude**

Ces deux composantes sont en **quadrature de phase**, avec $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2} [\pi]$

Polarisation droite pour $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ et polarisation gauche pour $\Delta\varphi = +\frac{\pi}{2} [2\pi]$ soit

$$\vec{E}_{droite}(M, t) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_z = -E_0 \sin(\omega t - ky) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_{gauche}(M, t) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_z = E_0 \sin(\omega t - ky) \end{pmatrix}$$

- 10.** On considère une onde électromagnétique plane se propageant dans le vide dans la direction \vec{u} . Exprimer la densité volumique d'énergie et montrer que l'énergie électromagnétique est également répartie sous les formes électrique et magnétique. Dans le cas d'une OemPPH, établir l'expression de la densité volumique d'énergie moyenne.

Densité volumique d'énergie électromagnétique associée au champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) :

$$u_{em}(M, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2(M, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(M, t)}{\mu_0}$$

Pour l'OemPP, les normes des champs \vec{E} et \vec{B} sont liés par la relation $E = Bc$ soit $\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{c^2 \mu_0}$

Avec $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, on a $\frac{1}{c^2 \mu_0} = \epsilon_0$ soit $\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{c^2 \mu_0} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ d'où

$$u_{em} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 B^2 c^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Si on considère de plus une OemPPH, le champ électrique est variable, de la forme

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

La densité volumique d'énergie est donc variable dans le temps en un point donné, on peut calculer la **moyenne temporelle de la densité d'énergie** associée à l'onde :

$$\langle u_{em} \rangle = \langle \epsilon_0 E^2 \rangle = \epsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \rangle$$

En moyenne temporelle :

$$\langle \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \rangle = \frac{1}{2}$$

D'où :

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$$

- 11.** Un laser hélium-néon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon $r = 1,0 \text{ mm}$ d'une onde plane monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. La puissance moyenne émise est $P = 1,0 \text{ mW}$. On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$. Calculer les amplitudes E_{max} et B_{max} des champs électrique et magnétique.

$$\mathcal{P}_{em} = \iint_{(\Sigma)} \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} = \Pi S = \Pi \pi r^2 \text{ soit } P = \langle \mathcal{P}_{em} \rangle = \langle \Pi \rangle S = \langle \Pi \rangle \pi r^2 \text{ d'où } \langle \Pi \rangle = P / \pi r^2 \text{ or}$$

Expression du vecteur de Poynting : $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ soit $\Pi = \frac{EB}{\mu_0}$ (on suppose qu'on se trouve dans l'air et qu'il s'agit d'une

OPP : Relation de structure: $\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c}$ donc \vec{E} et \vec{B} orthogonaux)

De plus, d'après la relation de structure (OPP) : $\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c}$ d'où $B = \frac{E}{c}$ soit $\Pi = \frac{E^2}{c\mu_0}$

Avec $E = E_{max} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi)$:

$$\Pi = \frac{E^2}{c\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{c\mu_0} \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi)$$

$$\langle \Pi \rangle = \langle \frac{E_{max}^2}{c\mu_0} \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi) \rangle = \frac{E_{max}^2}{c\mu_0} \langle \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi) \rangle$$

soit avec $\langle \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi) \rangle = \frac{1}{2}$

$$\langle \Pi \rangle = \frac{E_{max}^2}{2c\mu_0} = P / \pi r^2$$

$$E_{max} = \sqrt{\frac{2c\mu_0 P}{\pi r^2}} = 4,9 \cdot 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1};$$

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = \sqrt{\frac{2\mu_0 P}{c\pi r^2}} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

12. **Considérons l'onde électromagnétique suivante, se déplaçant dans le vide : $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} \vec{e}_z$ Est-ce une onde plane ? Est-elle progressive ? Quelle est sa polarisation ? Déterminer le champ magnétique associé à cette onde.

L'onde $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} \vec{e}_z$ dépend de y et de x sans changement de variable possible permettant de se ramener à une unique variable cartésienne, il ne s'agit donc pas d'une onde plane, mais couplage des variables espace et temps avec $e^{j(kx - \omega t)}$: propagation selon $+\vec{e}_x$.

Polarisation = direction de \vec{E} : ici polarisation rectiligne selon \vec{e}_z .

L'onde n'est pas plane, on ne peut donc pas utiliser la relation de structure. Avec l'équation de Maxwell-Faraday dans le vide et $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} \vec{e}_z$:

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Avec $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = j\omega \vec{B}$ et

$$\text{rot}(\vec{E}) = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{y,z} & \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{z,x} & \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{x,y} \\ E_x & E_y & E_z \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{y,z} & 0 & 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{z,x} & E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)_{z,x} & -\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)_{z,x} & 0 \\ \left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)_{z,x} & -\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)_{z,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} & -jk E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} & 0 \\ \frac{\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} & -jk E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{j(kx - \omega t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Finalement,

$$\text{rot}(\vec{E}) = E_0 e^{j(kx - \omega t)} \left(\frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{e}_x - jk \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{e}_y \right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = j\omega \vec{B}$$

D'où

$$\vec{B} = E_0 e^{j(kx - \omega t)} \left(\frac{\pi}{j\omega a} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{e}_x - \frac{k}{\omega} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \vec{e}_y \right)$$

13. Polariseur et analyseur ; Loi de Malus

14. On considère un plasma peu dense composé de cations supposés fixes et d'électrons libres de densité particulière n_e , de charge $-e$, de masse m et on néglige les interactions des électrons avec les autres particules. Les électrons sont considérés comme étant non relativistes. Définir la notion de plasma et établir l'expression de la conductivité du plasma et définir la pulsation plasma ω_p du plasma en fonction des grandeurs caractéristiques du système.

Plasma : gaz composé d'atomes ou de molécules partiellement ou complètement **ionisés** (mélange d'atomes ou de molécules, d'électrons et d'ions positifs issus de la perte d'un ou de plusieurs électrons), l'ensemble étant électriquement neutre. On parle de plasma lorsque le nombre d'électrons libres est du même ordre de grandeur que le nombre de molécules.

En considérant les cations fixes, $\vec{j} = n_e(-e)\vec{v}_e$

Déterminons la vitesse des électrons et des ions en régime harmonique en leur appliquant le PFD

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E} \Rightarrow im_e \omega \vec{v}_e = -e\vec{E} \Rightarrow \vec{v}_e = -\frac{e\vec{E}}{i\omega m_e} \Rightarrow \vec{j} = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e} \vec{E}$$

Relation formellement analogue à la loi d'Ohm locale $\vec{j} = \gamma \vec{E}$. On peut alors définir par analogie avec un conducteur ohmique une conductivité électrique complexe du plasma :

$$\underline{\gamma}(\omega) = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}$$

15. ♥ On étudie la possibilité de propagation du champ $\vec{E} = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{e}_z$ dans un plasma dilué dont la conductivité électrique complexe vaut $\underline{\gamma}(\omega) = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}$. Etablir l'équation de propagation du champ \vec{E} et en déduire la relation de dispersion caractéristique du plasma, où on fera apparaître la pulsation ω_p .

quatre équations de Maxwell $\text{div} \vec{E} = 0$, $\text{div} \vec{B} = 0$, $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

D'autre part, d'après les formules d'analyse vectorielle, $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$

En combinant les équations de Maxwell :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = -\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B})}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \stackrel{\substack{\text{pseudo loi} \\ \text{d'Ohm locale}}}{=} -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \underline{\gamma} \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

En injectant $\vec{E} = E_0 \exp(j(\omega t - kx)) \vec{e}_z$, dans l'équation de propagation, on obtient la relation de dispersion :

$$-k^2 \vec{E} = \mu_0 \underline{\gamma} i \omega \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 (i\omega)^2 \vec{E} \stackrel{\substack{\text{pseudo loi} \\ \mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1}}{=} \left(\mu_0 \underline{\gamma} i \omega + \frac{1}{c^2} (i\omega)^2 \right) \vec{E} = \left(\frac{\mu_0 \underline{\gamma}}{i\omega} + \frac{1}{c^2} \right) (i\omega)^2 \vec{E}$$

$$-k^2 \vec{E} \stackrel{\substack{\text{pseudo loi} \\ \underline{\gamma} = -i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}}}{=} \left(-\frac{\mu_0 i \frac{n_e e^2}{\omega m_e}}{i\omega} + \frac{1}{c^2} \right) (i\omega)^2 \vec{E} = -\left(-\frac{\mu_0 n_e e^2}{\omega^2 m_e} + \frac{1}{c^2} \right) \omega^2 \vec{E} \stackrel{\substack{\text{pseudo loi} \\ \mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1}}{=} -\left(-\frac{n_e e^2}{\omega^2 m_e \epsilon_0 c^2} + \frac{1}{c^2} \right) \omega^2 \vec{E}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{n_e e^2}{\omega^2 m_e \epsilon_0} \right)$$

En posant $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$, avec par définition ω_p pulsation plasma :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

16. ♥ ♥ On considère un plasma dilué vérifiant la relation de dispersion $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$. Discuter des possibilités de propagation d'une OemPPH de pulsation ω en fonction des valeurs de la pulsation ω .

→ $\omega > \omega_p$: $k^2 > 0$, k est réel et l'onde pourra se propager.

→ $\omega < \omega_p$: $k^2 < 0$, k est imaginaire pur ce qui n'est pas compatible avec la propagation d'une onde ; on obtient une onde évanescence.

Le plasma se comporte comme un **filtre passe haut** pour les OEMPPH (filtre d'ordre infini), de **pulsation de coupure la pulsation plasma** $\omega = \omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ qui correspond ainsi à la valeur minimale en dessous de laquelle l'onde ne peut se propager dans le plasma.

Pour $\omega > \omega_p$, k^2 est un réel positif, k est alors réel pur :

$$k = k_r = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$$

Il s'agit d'une onde progressive se propageant à la vitesse de phase :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k_r} = c \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

Pour $\omega < \omega_p$, k^2 est un réel négatif, k est alors imaginaire pur :

$$\underline{k} = ik_i = \pm i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$$

On définit alors $|k_i| = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$ soit $\underline{k} = ik_i = \pm \frac{i}{\delta}$

$$d'où \quad \vec{E} = \underline{E}_0 \exp(i(\omega t - ik_i x)) = \underline{E}_0 e^{k_i x} e^{i\omega t}$$

Soit

$$\vec{E} = \underline{E}_0 e^{k_i x} \cos(\omega t + \varphi) = \underline{E}_0 e^{\pm x/\delta} \cos(\omega t + \varphi)$$

Il n'y a plus de propagation (absence de couplage espace et temps) mais selon le signe une amplification menant à une solution divergente soit à une solution physiquement non acceptable, le plasma n'étant pas un milieu amplificateur fournissant de l'énergie à l'onde, ou une atténuation. Finalement :

$$\underline{k} = ik_i = -i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}} = -\frac{i}{\delta} \quad d'où \quad \vec{E} = \underline{E}_0 \exp\left(i\left(\omega t + \frac{i}{\delta} x\right)\right) = \underline{E}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{i\omega t}$$

$\delta = \frac{1}{|k_i|} = \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$ distance caractéristique associée à ce phénomène d'atténuation, appelée **profondeur de pénétration** ou **épaisseur de peau** (au bout d'une distance de quelques δ , l'amplitude de l'onde devient négligeable).

17. On considère un plasma dilué vérifiant la relation de dispersion $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$. On étudie une OPPH de pulsation ω polarisée rectilignement selon \vec{e}_z produite par une source extérieure, et se propageant depuis le vide vers ce plasma dilué dans la direction \vec{e}_x . Pour $\omega < \omega_p$, montrer que le vecteur de Poynting moyen est nul.