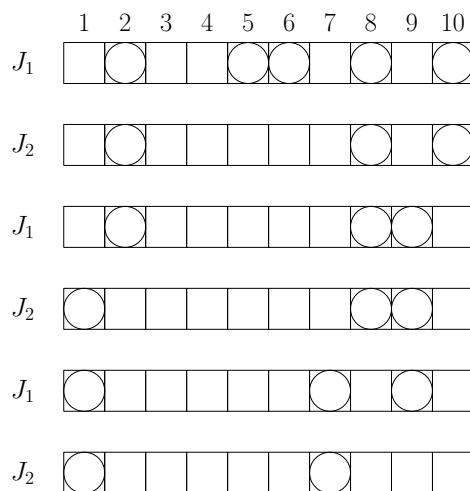


DM1 (à rendre le 21/09)

On considère le jeu suivant :

- le plateau est une bande finie de n cases, numérotées $1, \dots, n$;
- sur certaines (au moins une) de ces cases se trouvent des pierres ;
- à tour de rôle, chaque joueur peut :
 - soit déplacer une pierre d'une case vers la gauche, si cette case est libre ;
 - soit éliminer une pierre quelconque;
 - soit éliminer deux pierres adjacentes.

Le premier joueur qui ne peut pas jouer perd (ce qui revient à dire que le joueur qui prend la dernière pierre gagne). On a représenté ci-dessous le début d'une partie, en indiquant à côté de chaque position le joueur qui doit jouer le prochain coup.



1. Si cette partie est continuée avec un jeu parfait des deux joueurs, lequel l'emporte ?
2. En considérant le nombre a de pierres situées sur des cases d'indice pair et le nombre b de pierres situées sur des cases d'indice impair, caractériser les positions qui sont gagnantes pour le joueur 1 et formuler une stratégie optimale.