

Exercice 1 - Recherche de grammaires

Prouver que les langages suivants sont algébriques en donnant une grammaire qui les engendre.

1. Ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ de longueur impaire.
2. $L = \{a^m b^n ; n \neq m\}$
3. $L = \{a^n b^m c^{n+m} ; n, m \in \mathbb{N}\}$.
4. $L = \{a^m b^n ; m \leq n \leq 2m\}$
5. Le complémentaire de $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.
6. $L = \{a^p b^q c^r ; p \neq q \text{ ou } q \neq r\}$
7. $L = \{a^p b^q c^r d^s ; p + q = r + s\}$

Exercice 2 - Langage transposé

Prouver que si L est algébrique alors L^T , le langage des mots transposés de L est algébrique.

Exercice 3 - Tautologies

On considère l'alphabet $\Sigma = \{(\,,\,),\,\wedge,\,\vee,\,\neg,\,p,\,\top,\,\perp\}$ où $\top$ représente vrai, $\perp$ représente faux et p est une variable booléenne. Déterminer une grammaire qui engendre les tautologies.

Exercice 4

On considère la grammaire $G = (\{a, b\}, \{S\}, \{S \rightarrow SbS|a\}, S)$.

Déterminer le langage engendré par G .

Prouver que la grammaire est ambiguë en donnant deux arbres de dérivation pour $abababa$.

Autant de a que de b **Exercice 5 -**

Prouver que le langage $L_{eq} = \{u \in \{a, b\}^* ; |u|_a = |u|_b\}$ est engendré par la grammaire $S \rightarrow aSbS|bSaS|\varepsilon$. Étudier son ambiguïté.

Exercice 6

Prouver que le langage $L_{eq} = \{u \in \{a, b\}^* ; |u|_a = |u|_b\}$ est engendré par la grammaire $S \rightarrow aSb|bSa|SS|\varepsilon$. Étudier son ambiguïté.

Exercice 7 -

Prouver que le langage $L_{eq} = \{u \in \{a, b\}^* ; |u|_a = |u|_b\}$ est engendré par la grammaire $S \rightarrow aB|bA|\varepsilon, A \rightarrow aS|bAA, B \rightarrow bS|aBB$. Étudier son ambiguïté.

Exercice 8

Prouver que le langage $L_{eq} = \{u \in \{a, b\}^* ; |u|_a = |u|_b\}$ est engendré par la grammaire $S \rightarrow aDbS|bIaS|\varepsilon, D \rightarrow aDbD|\varepsilon, I \rightarrow bIaI|\varepsilon$. Étudier son ambiguïté.

Exercice 9

Prouver que le langage $L_{eq} = \{u \in \{a, b\}^* ; |u|_a = |u|_b\}$ est engendré par la grammaire $S \rightarrow aAS|bBS|\varepsilon, A \rightarrow aAA|b, B \rightarrow bBB|a$. Étudier son ambiguïté.