Reconnaissance et minimisation

16 décembre 2025

▷ **Question 1.** Soit A un alphabet. On s'intéresse au langage $L \subset A^*$ constitué des mots u qui ne sont de la forme w^2 pour aucun $w \in A^*$: $L = \{u | \forall w \in A^*, u \neq w^2\}$.

1. On suppose que A est réduit à une lettre. Montrer alors que L est reconnaissable par automate fini et donner un automate reconnaissant effectivement L, ainsi qu'une expression régulière décrivant L.
2. On suppose maintenant que A n'est pas réduit à une lettre. Montrer que L n'est pas reconnaissable.

◁

▷ **Question 2.** Soit $A = \{a, b\}$. Pour chaque entier $N \in \mathbb{N}$, on définit les langages G_N et D_N de la manière suivante :

— $G_N = \{uav | u \in A^N, v \in A^*\}$.

— $D_N = \{uav | u \in A^*, v \in A^N\}$.

1. Donner un automate déterministe complet, à $N + 3$ états reconnaissant G_N.
2. Démontrer qu'il n'existe pas d'automate déterministe complet reconnaissant G_N et possédant strictement moins de $N + 3$ états. (On pourra raisonner par l'absurde et prouver que les états atteints en lisant a^k depuis l'état initial sont distincts, pour certaines valeurs k).
3. Démontrer qu'il n'existe pas d'automate déterministe complet reconnaissant D_N et possédant strictement moins de 2^{N+1} états. langage G_N.

◁