DS4-MPI-ERRATUM!

Il ne faut pas traiter l'exercice 1 du sujet distribué mais celui-ci à la place.

1 Déduction naturelle

Q1 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$\vdash (a \land b) \to (a \lor b).$$

Q2 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$\vdash (\neg a \lor \neg b) \to \neg(a \land b).$$

Q3 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$\vdash ((p \to q) \to p) \to \neg\neg p.$$

Q4 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$(A \lor B) \to C, A \vdash C$$

Q5 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$(A \lor B) \land (A \lor C) \vdash A \lor (B \land C)$$

Q6 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$(A \land B) \lor (A \land C) \vdash A \land (B \lor C)$$

Dans la suite, on considère une variable $x \in \mathcal{V}$ de la logique du premier ordre, et on suppose que φ et ψ sont deux formules du premier ordre telles que $x \notin BV(\varphi)$ et $x \notin BV(\psi)$.

Q7 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$\forall x\, (\varphi \to \psi) \vdash (\forall x\, \varphi) \to (\forall x\, \psi).$$

Q8 Donner une preuve en déduction naturelle du séquent suivant :

$$\exists x\, (\varphi \to \psi) \vdash (\forall x\, \varphi) \to (\exists x\, \psi).$$