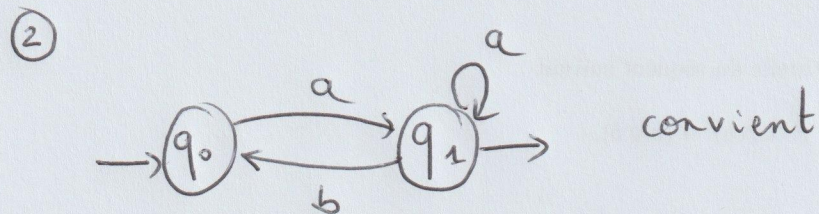


Résiduels d'un langage

① $m \in (uv)^{-1}L$ ssi $uv m \in L$
ssi $vm \in u^{-1}L$ donc $(uv)^{-1}L = v^{-1}(u^{-1}L)$
ssi $m \in v^{-1}(u^{-1}L)$



$$a^{-1}L = (a+ba)^* \quad b^{-1}L = \emptyset \quad (ab)^{-1}L = L$$

③ (a) qd on écrit $u^{-1}L \in R$ alors il peut exister $v \neq u$ t. q $u^{-1}L = v^{-1}L$ et dans ce cas il faut garantir que $(ua)^{-1}L = (va)^{-1}L$ et ceci est garanti par la $q^o 1$.

~~on~~ on aurait pu proposer:

$$\forall A \in R \text{ et } \forall \alpha \in \Sigma, \delta(A, \alpha) = \alpha^{-1}A$$

où A est un langage (ie $A \subset \Sigma^*$) résiduels (ie $\exists u \in \Sigma^*$ t. q $A = u^{-1}L$) mais la définit^o ne nécessite pas ici de connaître u ni de vérifier que si pls tels u distincts définissent A alors la définition est cohérente.

(b) $\forall A \in R \text{ et } \forall m \in \Sigma^*, \delta^*(A, m) = m^{-1}A$

Se montre par rec sur $|m|$

Si $m = \epsilon$ ($|m| = 0$) alors $m^{-1}A = \epsilon^{-1}A = \{v : \epsilon.v = v \in A\} = A$

Si $m = \alpha m'$ alors

$$\begin{aligned} \delta^*(A, \alpha m') &= \delta^*(\delta(A, \alpha), m') = \delta^*(\alpha^{-1}A, m') \\ &= (m')^{-1}(\alpha^{-1}A) \text{ par HR} \\ &= (\alpha m')^{-1}A \text{ par } q^o 1 \end{aligned}$$

(c)

Si on pose $i_0 = L$ et $F = \{L' : \varepsilon \in L'\}$ alors

$$m \in \mathcal{L}(A) \text{ ssi } \delta^*(i_0, m) \in F$$

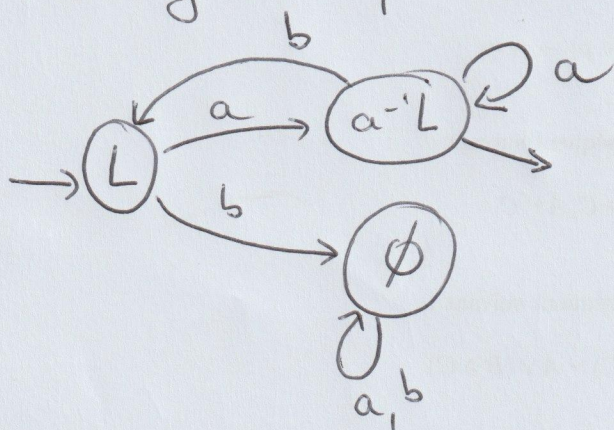
$$\text{ssi } \varepsilon \in m^{-1}L$$

$$\text{ssi } m \cdot \varepsilon = m \in L$$

(d) $L = a(ba+a)^*$

$$a^{-1}L = (a+ba)^* \quad b^{-1}L = \emptyset \quad (ab)^{-1}L = L$$

il n'y aura pas d'autres résiduels



$$(aa)^{-1}L = a^{-1}(a^{-1}L) ?$$

$$= a^{-1}L$$

car :

$$a^{-1}((a+ba)^*) = (a+ba)^*$$

④

(a) $L_{\delta^*(q_0, u)}$ = l'ensemble des mots acceptés après lecture de u

$$= \{v : \delta^*(\delta^*(q_0, u), v) \in F\}$$

$$= \{v : \delta^*(q_0, uv) \in F\}$$

$$= \{v : uv \in L\}$$

$$= u^{-1}L$$

(b) Si L admet un nombre infini de résiduels alors il existe une infinité de langages $\neq$ de la forme L_q avec $q \in Q$, or il ne peut pas y en avoir plus que $\#Q$.