

*type `int list -> int list -> int list -> int list` qui prend en paramètre une liste d'entrée, une pile et une liste de sortie, et qui, en fonction de la forme de la liste d'entrée et de la pile, applique une étape élémentaire avant de procéder récursivement.*

6. Montrer que s'il existe  $0 \leq i < j < k \leq n - 1$  tels que  $\sigma_k < \sigma_i < \sigma_j$ , alors  $\sigma$  n'est pas triable par une pile.
7. On se propose de montrer que les permutations de  $\llbracket 0, n - 1 \rrbracket$  triables par une pile sont en bijection avec les arbres binaires non étiquetés à  $n$  nœuds.
  - (a) Montrer que la permutation associée à un arbre binaire est triable par pile. On pourra remarquer le lien entre le parcours préfixe et l'opération empiler d'une part et le parcours infixe et l'opération dépiler d'autre part.
  - (b) Montrer qu'une permutation triable par pile est une permutation associée à un arbre binaire. *Indication : on peut prendre  $\sigma_0$  comme racine, puis procéder récursivement avec les  $\sigma_0 - 1$  éléments pour construire le fils gauche et avec le reste pour le fils droit.*