

1.2 Caractérisation des programmes bien typés.

$$\textcircled{1} \vdash \text{List.map } (\text{fun } x \rightarrow x-1) : \text{int list} \rightarrow \text{int list}$$

$$\textcircled{2} \frac{\frac{}{\Gamma, x:\beta \rightarrow x:\beta} (b) \quad \frac{}{\Gamma, x:\beta \vdash g:\beta \rightarrow \alpha} (b)}{\Gamma, x:\beta \vdash g x:\alpha} (d)$$

$$\textcircled{3} \frac{\frac{\frac{}{\Gamma, x:\beta \vdash g x:\alpha} q^2 \quad \frac{}{\Gamma, x:\beta \vdash f:\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \delta)} (b)}{\Gamma, x:\beta \vdash f(g x):\beta \rightarrow \delta} (d) \quad \frac{}{\Gamma, x:\beta \vdash x:\beta} (b)}{\Gamma, x:\beta \vdash (f(g x) x):\delta} (d) \quad \frac{}{\Gamma \vdash (\text{fun } x \rightarrow f(g x) x):\beta \rightarrow \delta} (c)$$

$\textcircled{4} (a)$

$$\vdash (\text{fun } h \rightarrow h \ 12) (\text{fun } x \rightarrow 3)$$

$\uparrow$
 f est appliquée à un argument

La seule règle qui a pu être utilisée est la (d) et ses prémisses staloos

$$\vdash (\text{fun } h \rightarrow h \ 12):\beta \rightarrow \alpha \text{ et } \vdash (\text{fun } x \rightarrow 3):\beta$$

(b) β est de la forme $\delta \rightarrow \text{int}$ pour δ un type.

(c) On a nécessairement (du bas vers le haut en utilisant les seules règles possibles)

$$\frac{h:\beta \vdash h:\beta; \quad h:\beta \vdash 1:\text{int}}{\quad} \quad (d) \quad \frac{\quad}{h:\beta \vdash 2:\text{int}} \quad (a)$$

$$\frac{h:\beta \vdash (h \ 1):\text{int} \rightarrow \alpha \quad h:\beta \vdash 2:\text{int}}{\quad} \quad (d)$$

$$\frac{h:\beta \vdash (h \ 1 \ 2):\alpha}{\quad} \quad (c)$$

$$\vdash (\text{fun } h \rightarrow h \ 1 \ 2):\beta \rightarrow \alpha$$

pour que la règle (d) soit valable alors on doit avoir $h:\beta$ et $h:\text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow \alpha)$

(d) La q° (b) implique que β vaut $\delta \rightarrow \text{int}$ pour δ à déterminer et la (c) que'il vaut $\text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow \alpha)$

On obtient: $\delta \rightarrow \text{int} = \text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow \alpha)$ c-à-d

$\delta = \text{int}$ et $\text{int} = \text{int} \rightarrow \alpha$ ce qui est impossible d'après l'hypothèse faite par l'énoncé.

⑤

(a) $\text{fst } (3, 4) = 3 : \text{int}$

(b) $\text{fst } 3$ non correct : un seul argument qui n'est pas un couple

(c) $\text{snd } (\text{true}, \text{false}) = \text{false} : \text{bool}$

(d) $\text{snd } (\text{true}, []) = [] : 'a \text{ list}$

(e) fst non correct car fst ne prend qu'un couple en argument.

⑥ Elles peuvent prendre n'importe quel type de valeur en entrée, le type de leur entrée n'est pas imposé mais qeq comme dans les 5. où on a deux types $\neq$. La 9^e précédente met aussi en évidence le fait que que les fcts fonctionnent par exemple avec des entiers, des booléens, des listes.

⑦

$$\frac{}{\vdash \text{fst} : \forall \alpha \forall \beta (\alpha \times \beta) \rightarrow \alpha} \quad (a)$$

$$\frac{}{\vdash \text{fst} : \forall \beta (\text{int} \times \beta) \rightarrow \text{int}} \quad (\text{poly})$$

$$\frac{}{\vdash \text{fst} : \text{int} \times \text{bool} \rightarrow \text{int}} \quad (\text{poly})$$

$$\frac{\frac{}{\vdash 42 : \text{int}} \quad (a) \quad \frac{}{\vdash \text{false} : \text{bool}} \quad (a)}{\vdash (42, \text{false}) : \text{int} \times \text{bool}} \quad (\text{couple})$$

$$\frac{}{\vdash \text{fst} (42, \text{false}) : \text{int}} \quad (d)$$

$$\vdash \text{fst} (42, \text{false}) : \text{int}$$

2 Concurrency

2.2 ① $\text{nbreaders} = 0$ devrait être $l \rightarrow \text{nbreaders} = 0$

② Un mutex

③ Le 1^{er} lecteur qui entre en lecture doit bloquer l'accès aux rédacteurs et le dernier à en sortir doit leur rendre cet accès. C'est pourquoi ce sont les seuls lecteurs à avoir la responsabilité