

Corrigé du DS2

1. 1.

④

$$\frac{\begin{array}{c} \frac{x}{\neg(\varphi \vee \psi), \varphi \vdash \neg(\varphi \vee \psi)} \\ \frac{x \quad \neg(\varphi \vee \psi), \varphi \vdash \neg(\varphi \vee \psi) \quad \neg(\varphi \vee \psi), \varphi \vdash \varphi \vee \psi}{\neg(\varphi \vee \psi), \varphi \vdash \bot} E_1 \\ \neg(\varphi \vee \psi), \varphi \vdash \square I_1 \end{array}}{\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg \varphi}$$

De même, on montre $\neg(\psi \vee \varphi) \vdash \neg \psi$.

On conclut avec l'introduction de n .

②

$$\frac{\frac{\frac{x}{\neg\psi, \psi \vdash \psi; \neg\psi, \psi \vdash \neg\psi} E_1} \quad \frac{x}{\psi, \psi \vdash \psi} E_v}{\neg\psi \vee \psi, \psi \vdash \psi} I \Rightarrow \neg\psi \vee \psi \vdash \psi \Rightarrow \psi$$

③

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{}{x} \quad \frac{}{x}}{\psi, \neg \psi \vdash \psi; \psi, \neg \psi \vdash \neg \psi} \\
 \hline
 \psi, \neg \psi \vdash \square \quad (E \neg) \\
 \hline
 \psi \vdash \neg \neg \psi \quad (I \neg)
 \end{array}$$

④

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{}{x} \quad \psi, \forall x \neg \psi \vdash \neg \psi}{\psi, \forall x \neg \psi \vdash \neg \psi} \quad E \neg \quad \frac{\psi, \forall x \neg \psi \vdash \neg \psi}{\psi, \forall x \neg \psi \vdash \forall x \neg \psi} \quad E \forall \\
 \hline
 \psi, \forall x \neg \psi \vdash \square
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\psi, \forall x \neg \psi \vdash \square}{\exists x \psi, \forall x \neg \psi \vdash \square} \quad E \exists \\
 \hline
 \exists x \psi \vdash \neg \forall x \neg \psi \quad E \neg
 \end{array}$$

il faut bien vérifier que
 x n'est ni une variable libre de $\square$
 ni de $\forall x \neg \psi$ évident
 ↪ naturel mais se
 devrait d'être précisé par l'énoncé.