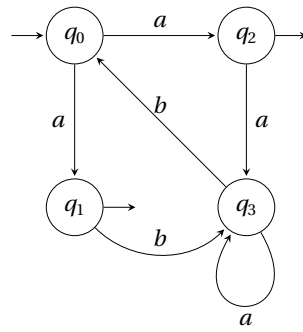


IS 1

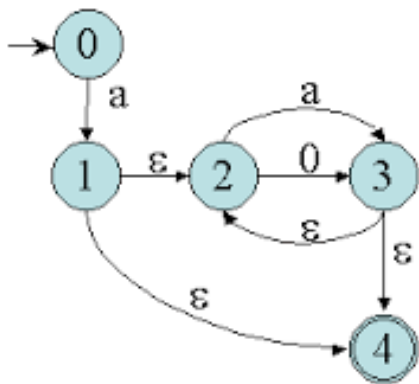
19 octobre-durée 1h

1. Donner la définition inductive de la classe des langages réguliers sur un alphabet fini Σ :
2. Donner une expression régulière dénotant le langage des mots ayant un nombre pair de b sur l'alphabet $\{a, b\}$.
3. Soit $A = (\Sigma, Q, I, F, \delta)$ un automate fini non déterministe. Compléter la définition de la fonction de transition étendue suivante :
 - $\forall q \in Q, \delta^*(q, \epsilon) =$.
 - $\forall q \in Q, a \in \Sigma, m \in \Sigma^*, \delta^*(q, am) =$.
4. Donner un automate fini déterministe qui reconnait le langage des mots terminant par a sur l'alphabet $\{a, b\}$.
5. Soit $A_1 = (\Sigma, Q_1, q_0^1, F_1, \delta_1)$ et $A_2 = (\Sigma, Q_2, q_0^2, F_2, \delta_2)$ deux automates finis déterministes. Donner la définition de l'automate produit de A_1 et A_2 en choisissant correctement l'ensemble des états terminaux pour qu'il puisse reconnaître le langage $\mathcal{L}(A_1) \cup \mathcal{L}(A_2)$.

6. Déterminer l'automate suivant :



7. Eliminer les ϵ transitions de l'automate suivant sur l'alphabet $\{0, a\}$ (inutile de déterminer) :



8. Énoncer le lemme de l'étoile (le sens direct).

9. Montrer, en utilisant le lemme de l'étoile, que le langage $\{a^n b^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas régulier.

10. En utilisant, l'algorithme de Berry Sethi, donner un automate non déterministe qui reconnaît le langage dénoté par l'expression régulière suivante sur l'alphabet $\{a, b, c\}$: $((a + b)^* c)^* + (ca + ba)^*$

11. Montrer que si le langage L est reconnaissable alors L^* aussi.

12. Soit N un entier naturel fixé et Σ un alphabet fini. On pose $D_N = \{uav : u \in \Sigma^*, v \in \Sigma^N\}$. Montrer qu'il n'existe pas d'automate déterministe fini complet qui reconnait D_N ayant strictement moins de 2^{N+1} états.