

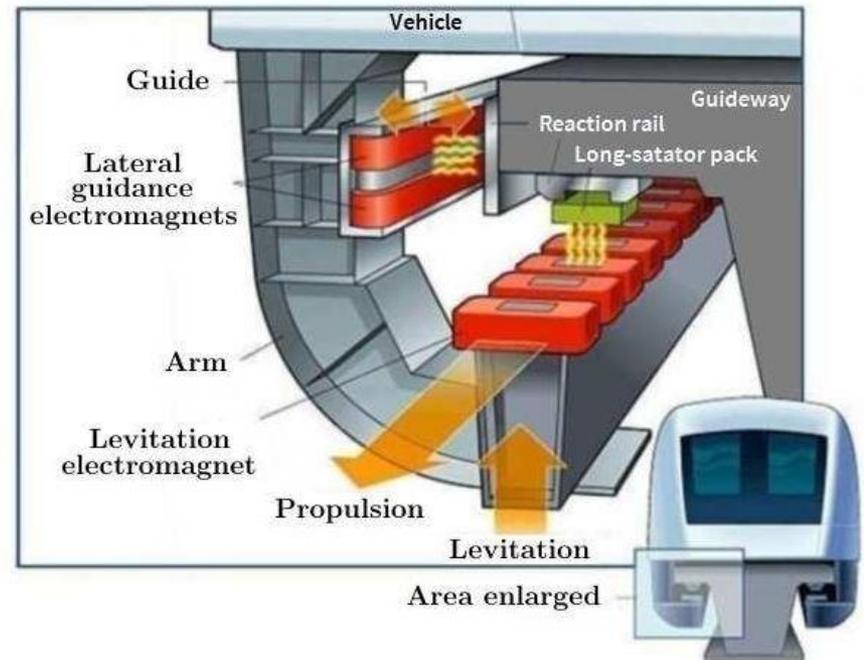
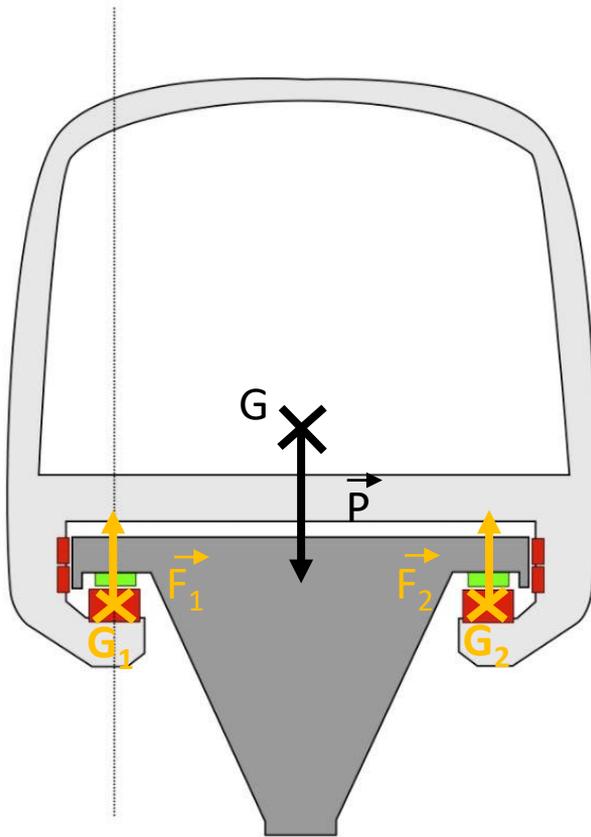
Lévitation magnétique d'un corps :



Transrapid Shanghai janvier 2004

Candidat n° : 27487

Principe de fonctionnement :



Sommaire :

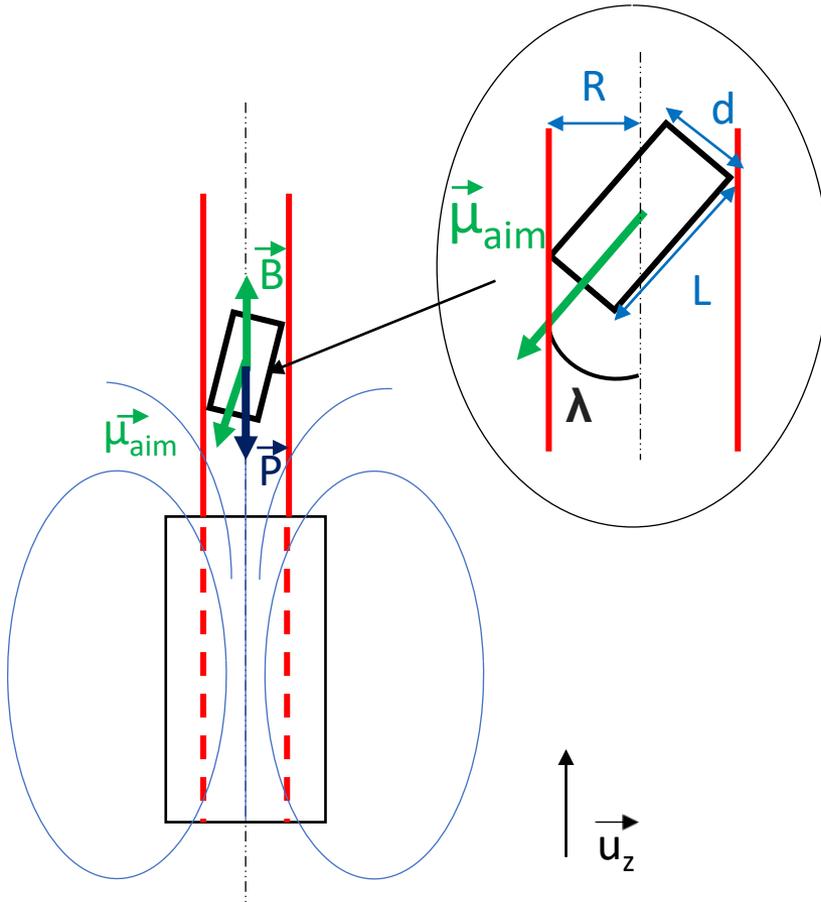
- I) Etudes préliminaires
- II) Détermination de μ_{aim}
- III) Lévitiation d'un corps
- IV) Application au train
- V) Conclusion et perspectives
- VI) Annexe

I) Etudes préliminaires

1) Forces prises en compte

Approximation dipolaire :

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \text{Arccos}\left(\frac{2R}{\sqrt{d^2+L^2}}\right) - \text{Arctan}\left(\frac{d}{L}\right)$$

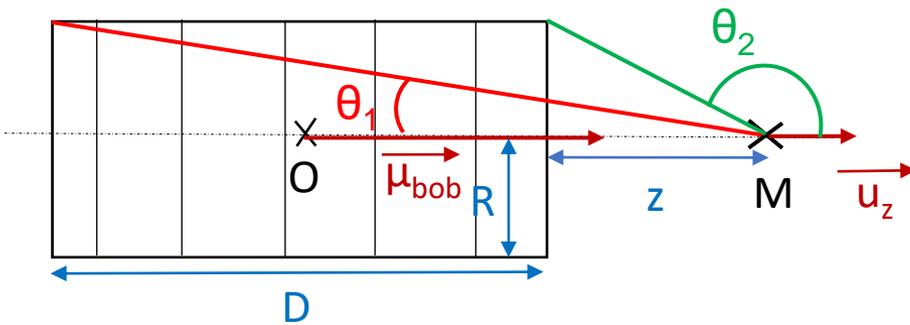


$$\begin{aligned} \bullet \vec{F}_{\text{mag}} &= -\text{grad}(E_p) \\ &= \text{grad}(\vec{\mu}_{\text{aim}} \cdot \vec{B}) \\ &= \vec{\mu}_{\text{aim}} \cdot \frac{d\vec{B}}{dz} \vec{u}_z \\ &= -\mu_{\text{aim}} \frac{dB}{dz} \cos(\lambda) \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\bullet \vec{P} = -mg \vec{u}_z$$

1) Etudes préliminaires

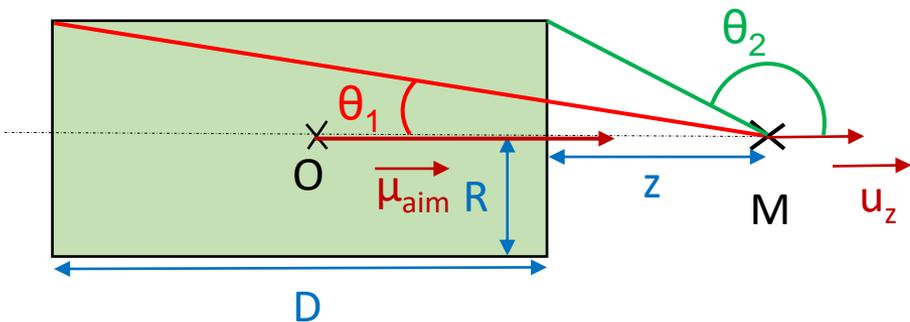
2) Champ magnétique rayonné



Champs magnétique rayonné par la bobine :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 NI}{D} (\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2)) \vec{u}_z$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 NI}{D} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \vec{u}_z$$



Champs magnétique rayonné par l'aimant :

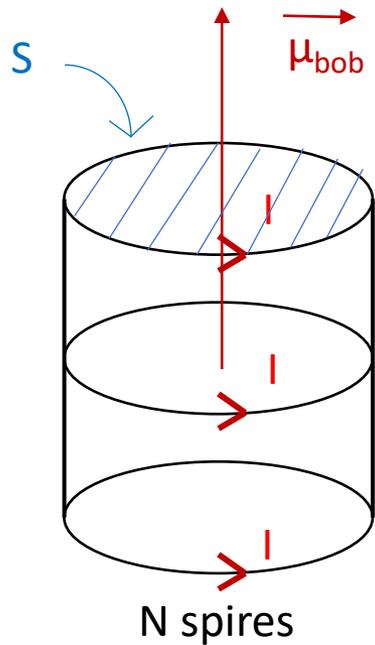
$$\vec{B}(M) = \frac{B_r}{2} (\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2)) \vec{u}_z$$

$$\vec{B}(M) = \frac{B_r}{2} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \vec{u}_z$$

I) Etudes préliminaires

3) Moment magnétique du dipole

Bobine :



$$\mu_{\text{bob}} = NIS$$

Aimant :

Champs magnétique rayonné par l'aimant :

$$\vec{B}(M) = \frac{B_r}{2} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \vec{u}_z$$

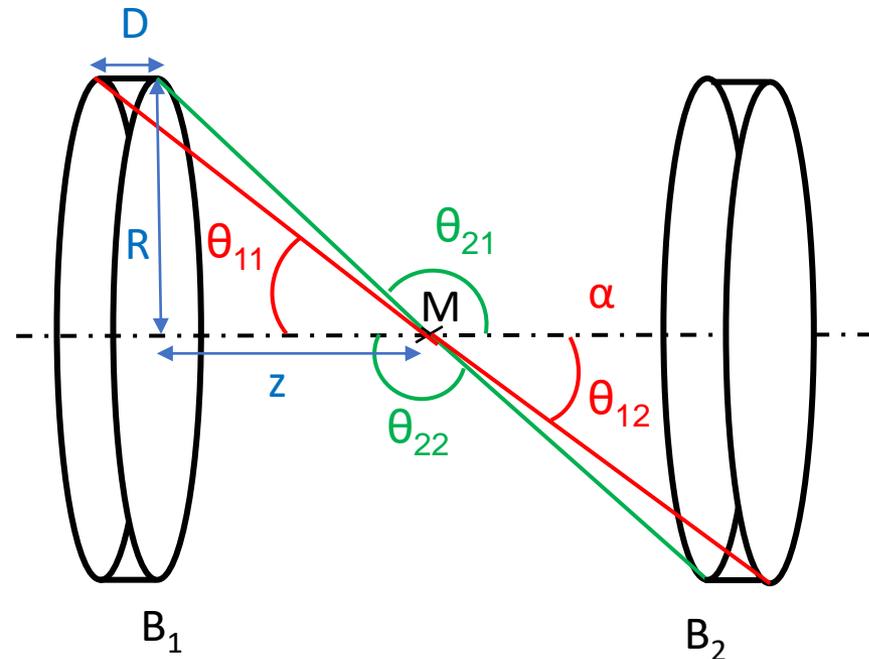
Champs magnétique rayonné par un dipôle à grande distance :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \mu_{\text{aim}}}{2\pi z^3} \vec{u}_z$$

$$\mu_{\text{aim}} = \frac{\pi B_r R^2 D}{\mu_0}$$

II) Détermination de μ_{aim}

1) Champs rayonnés par deux bobines



Rayonnement d'une bobine fine sur son axe :

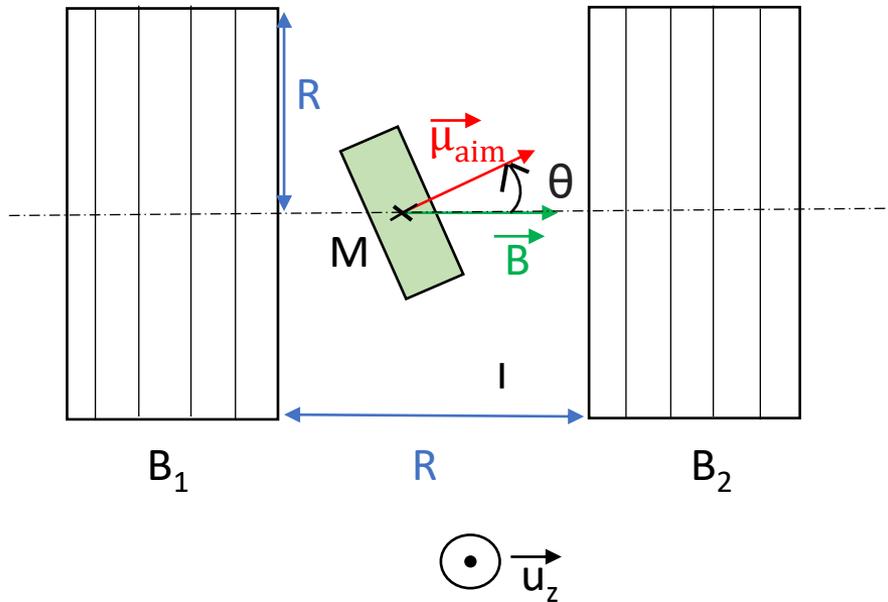
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 NI}{D} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \vec{u}_z$$

Rayonnement des deux bobines à équidistance:

$$\begin{aligned} \vec{B}(M) &= \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M) \\ &= \frac{2\mu_0 NI}{D} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \vec{u}_z \end{aligned}$$

II) Détermination de μ_{aim}

2) Moment intervenant



TMC suivant \vec{u}_z :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = \vec{\mu}_{\text{aim}} \wedge \vec{B}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\mu_{\text{aim}} B}{J} \sin(\theta) = 0$$

Angles de Gauss :

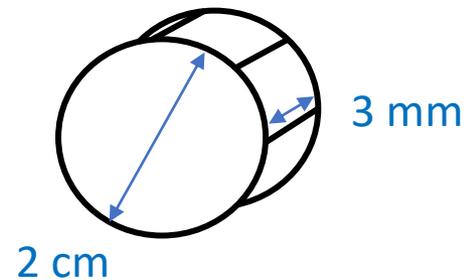
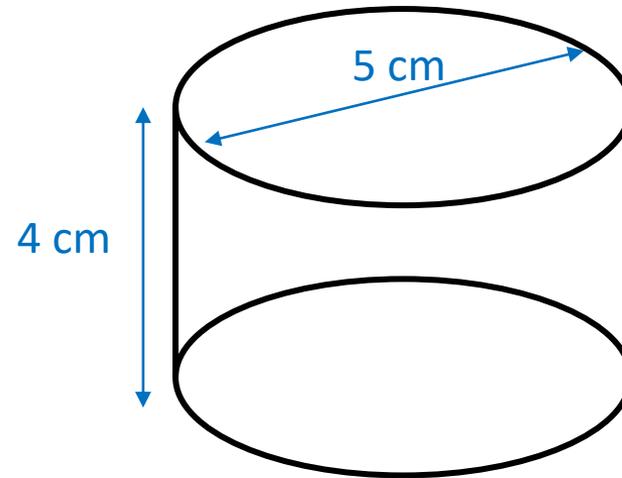
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\mu_{\text{aim}} B}{J} \theta = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{aim}} B}{J}}$$

$$\Rightarrow \mu_{\text{aim}} = \frac{\omega_0^2 J}{B}$$

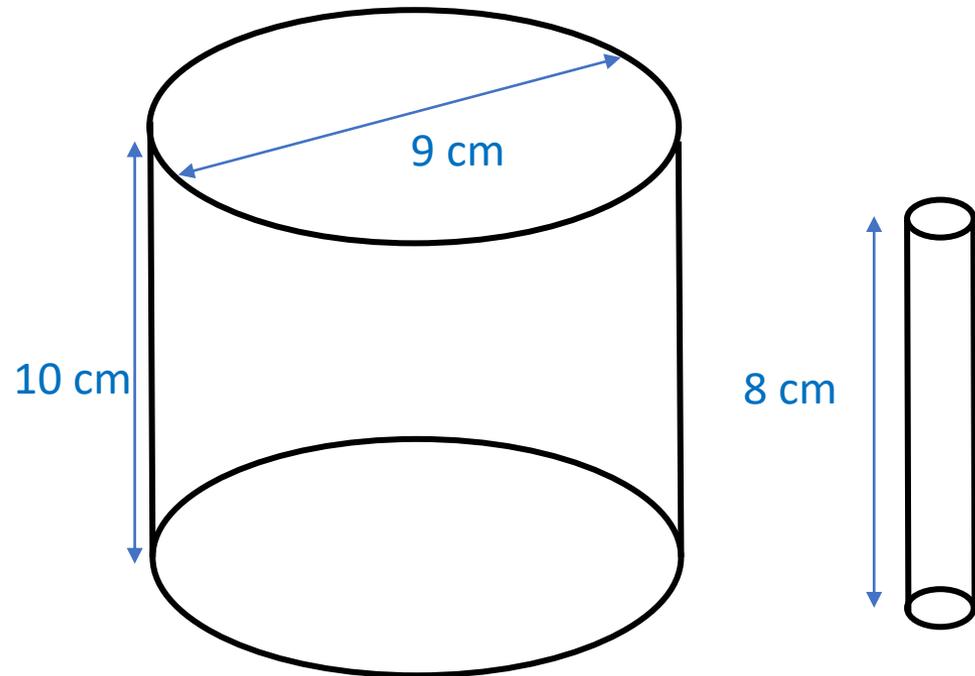
II) Détermination de μ_{aim}

3) Modélisation et fabrication des maquettes



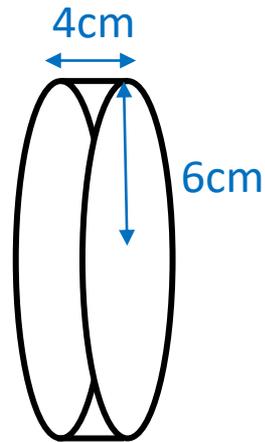
II) Détermination de μ_{aim}

3) Modélisation et fabrication des maquettes



II) Détermination de μ_{aim}

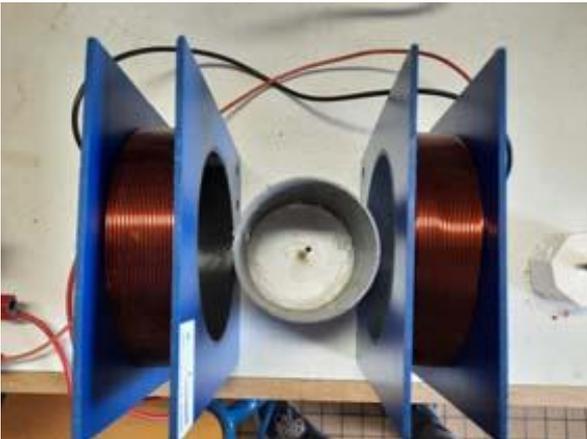
4) Expérience



$$B_{\text{exp}} = 1,18 \text{ mT}$$

$$B_{\text{theo}} = \frac{2\mu_0 NI}{D} \left(\frac{D+z}{\sqrt{(D+z)^2 + R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$
$$= 1,36 \text{ mT}$$

$$\text{Ecart} = 15 \%$$



II) Détermination de μ_{aim}

4) Expérience

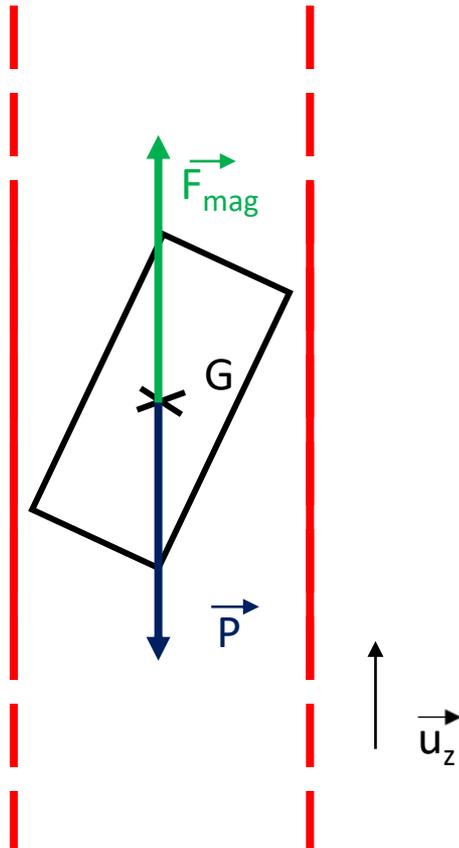


Amortissement trop rapide:
Méthode à revoir

III) Lévitation du corps

1) Hauteur de lévitation pour un aimant

Application du PFS à l'aimant suivant \vec{u}_z



$$\vec{F}_{\text{mag}} + \vec{P} = 0$$

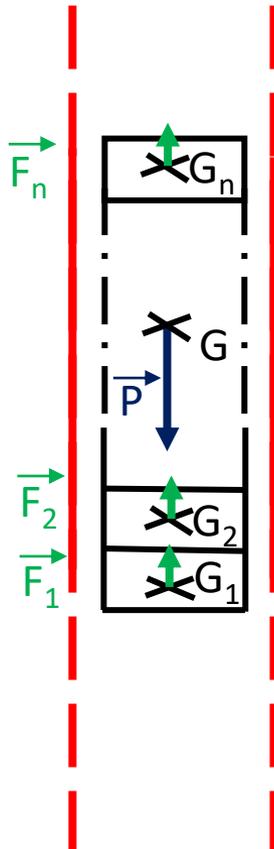
$$-\mu_{\text{aim}} \frac{dB}{dz} \cos(\lambda) = mg$$

$$\frac{-\cos(\lambda) \mu_{\text{aim}} B_r R^2 \left((R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - (R^2 + (D+z)^2)^{\frac{3}{2}} \right)}{2(R^2 + (D+z)^2)^{\frac{3}{2}} (R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = mg$$

III) Lévitation du corps

2) Hauteur de lévitation d'une pile d'aimant

Application du PFS à une pile d'aimants suivant \vec{u}_z



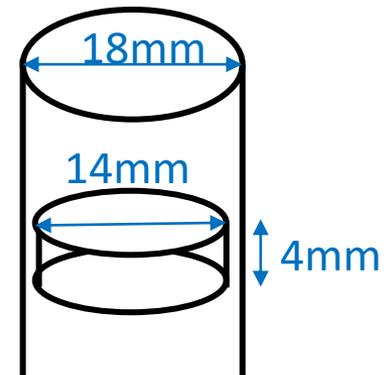
$$\sum \vec{F}_i + \vec{P} = \vec{0}$$

$$- \sum \mu_{\text{aim}} \frac{dB_i}{dz} \cos(\lambda) = mg$$

$$\sum \frac{-\cos(\lambda) \mu_{\text{aim}} B_r R^2 \left((R^2 + (z+ie)^2)^{\frac{3}{2}} - (R^2 + (D+z+ie)^2)^{\frac{3}{2}} \right)}{2(R^2 + (D+z+ie)^2)^{\frac{3}{2}} (R^2 + (z+ie)^2)^{\frac{3}{2}}} = mg$$

III) Lévitation du corps

3) Modélisation et fabrication des maquettes



Caractéristiques des aimants:

Composition: NdFeB

Diamètre: 14 mm

Epaisseur: 4 mm

Densité: 7,5 g/cm³

Masse: 4,6 g

Br: 1,1-1,3 T

III) Lévitation d'un corps

4) Influence du champ magnétique

Influence de l'ajout d'aimants dans la pile du bas :



des= 3,7 cm

des= 4,9 cm

des= 5,6 cm

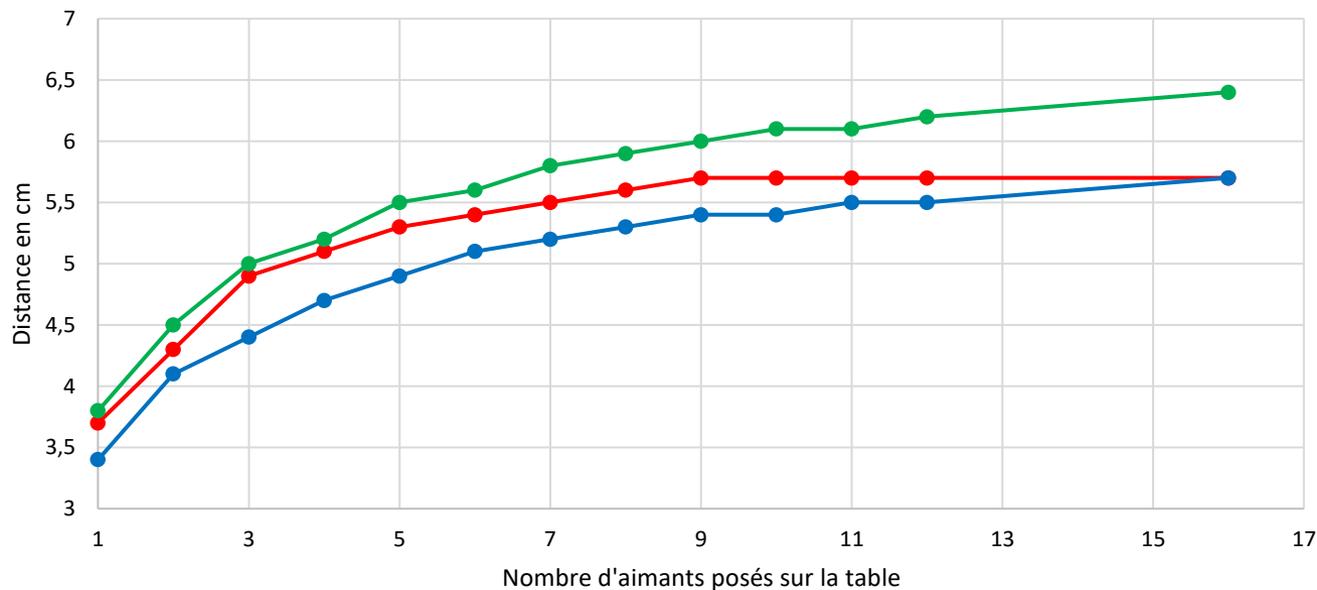
des= 5,7 cm

des= 5,7 cm

III) Lévitation d'un corps

4) Influence du champ magnétique

Distances entre groupes d'aimants mesurées expérimentalement et calculées théoriquement (4 aimants en haut)



- des: distance mesurée expérimentalement entre surfaces des groupes d'aimants
- dcs 1.1: distance calculée théoriquement entre surfaces des groupes d'aimants avec Br=1.1T
- dcs 1.3: distance calculée théoriquement entre surfaces des groupes d'aimants avec Br=1.3T

III) Lévitation d'un corps

5) Influence du moment magnétique et du poids

Influence de l'ajout d'aimants dans la pile du haut :



des= 4,7 cm

des= 4,7 cm

des= 4,3 cm

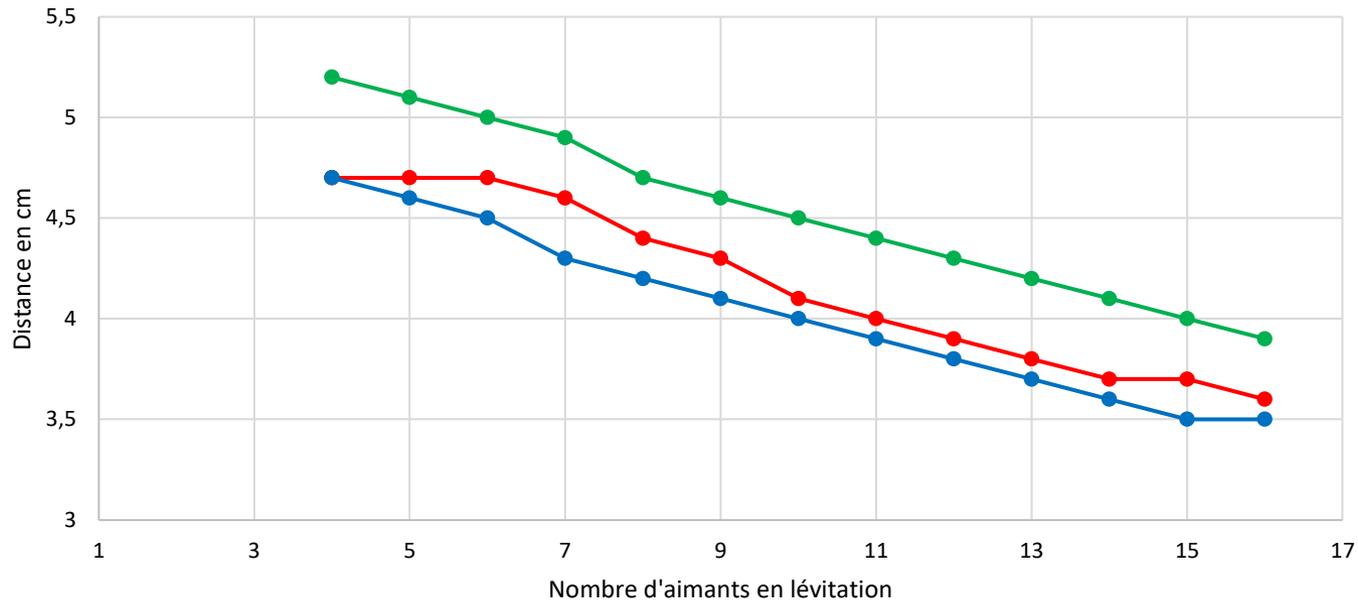
des= 3,9 cm

des= 3,6 cm

III) Lévitation d'un corps

5) Influence du moment magnétique et du poids

Distances entre groupes d'aimants mesurées expérimentalement et calculées théoriquement (4 aimants en bas)

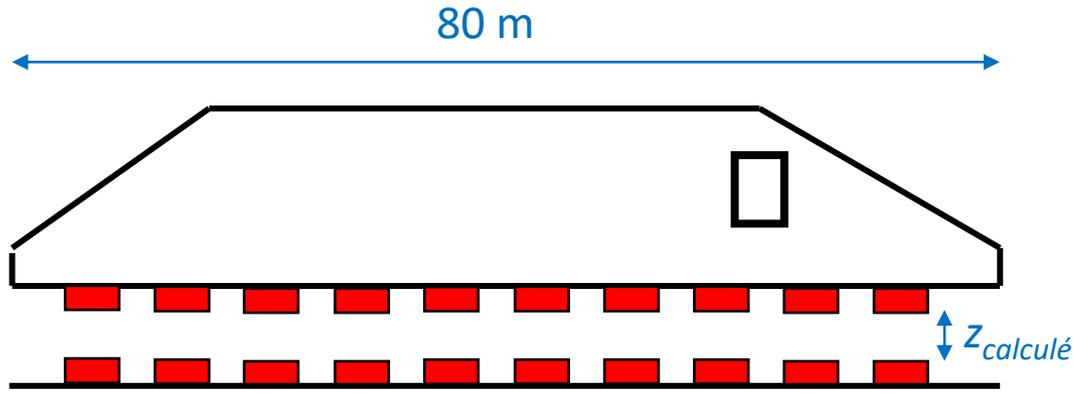


—●— des: distance mesurée expérimentalement entre surfaces des groupes d'aimants

—●— dcs 1.1: distance calculée théoriquement entre surfaces des groupes d'aimants avec $B_r=1.1T$

—●— dcs 1.3: distance calculée théoriquement entre surfaces des groupes d'aimants avec $B_r=1.3T$

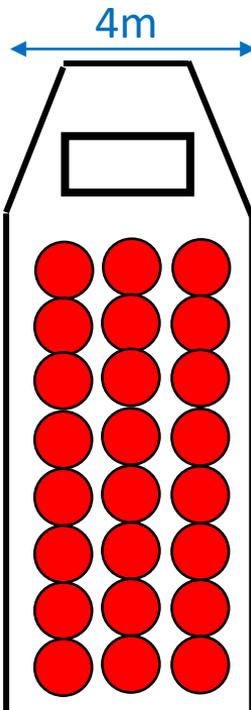
IV) Application au train



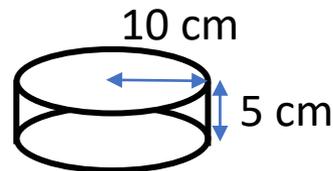
Caractéristique du train :

$M = 149,5$ tonnes

$L = 80$ m



(400 x 20)
aimants
maximum



Caractéristiques des aimants néodyme :

$R = 10$ cm

$e = 5$ cm

$B_r = 1,3$ T

$z_{calculé} = 3,6$ cm

V) Conclusion et perspectives

<i>Champs magnétique</i>	<i>Moment magnétique</i>	<i>Distance de lévitation (ajout d'aimants dans la pile du bas)</i>	<i>Distance de lévitation (ajout d'aimants dans la pile du haut)</i>
+	-	++	++

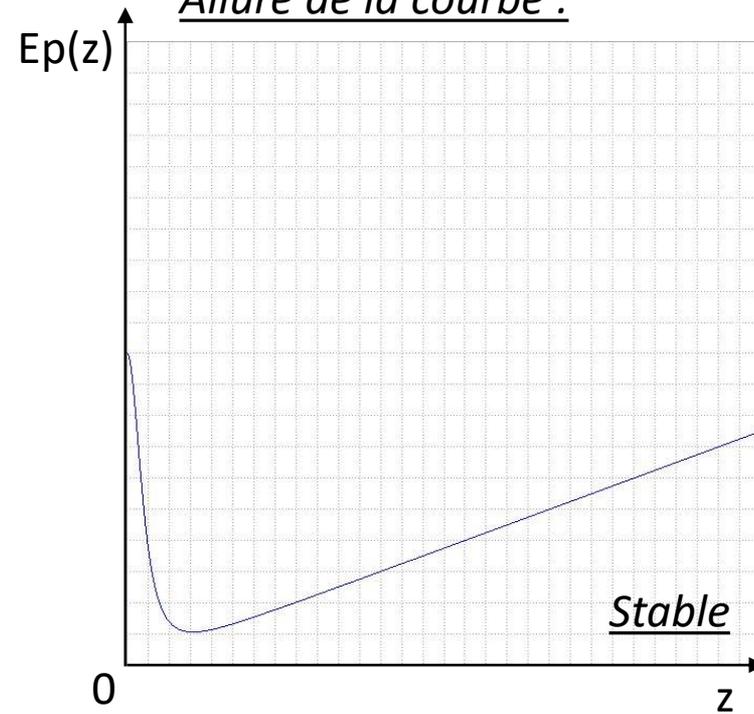
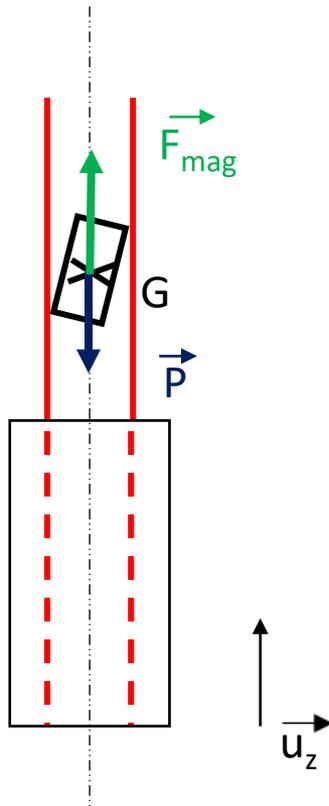
- Revoir l'expérience de mesure du moment magnétique
- Tester l'expérience de lévitation avec une bobine
- Tester l'expérience de lévitation par attraction

V) Annexe

Lévitacion par répulsion :

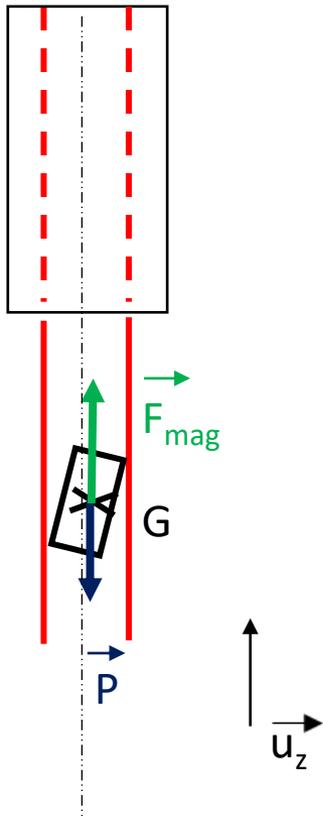
$$E_p(z) = mgz + \frac{\mu_{\text{aim}}\mu_0 I^2}{2R(1+\frac{z^2}{R^2})^{\frac{3}{2}}}$$

Allure de la courbe :



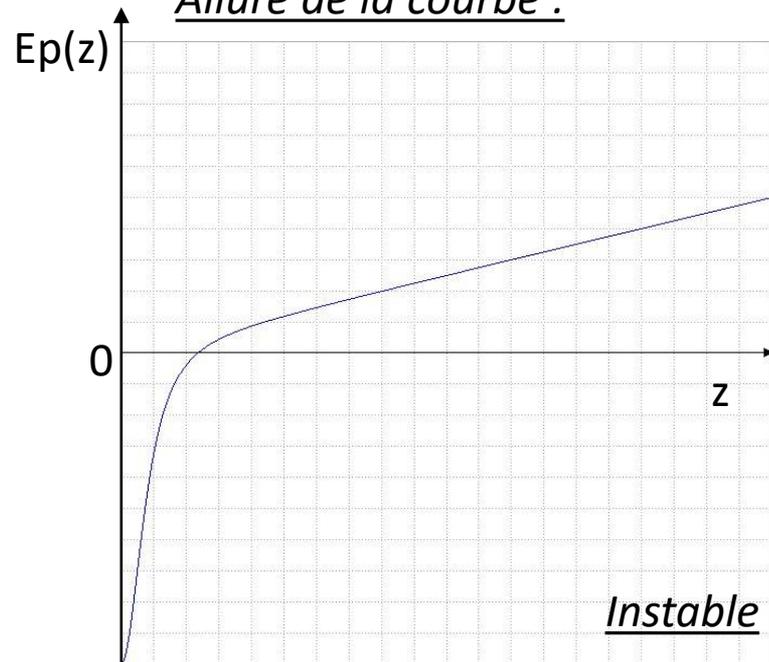
V) Annexe

Lévitation par attraction:

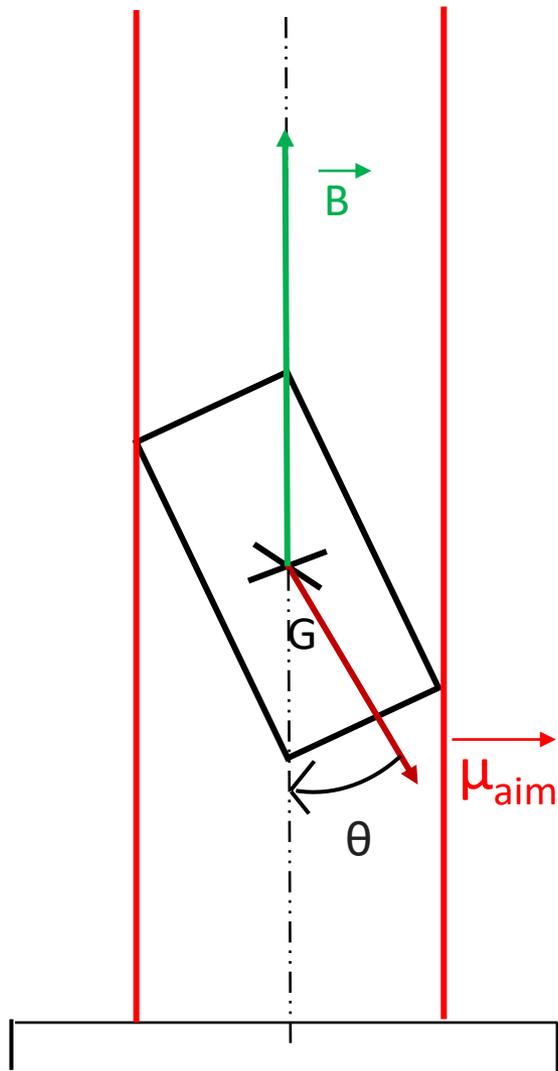


$$E_p(z) = mgz - \frac{\mu_{\text{aim}}\mu_0 I}{2R(1+\frac{z^2}{R^2})^{\frac{3}{2}}}$$

Allure de la courbe :



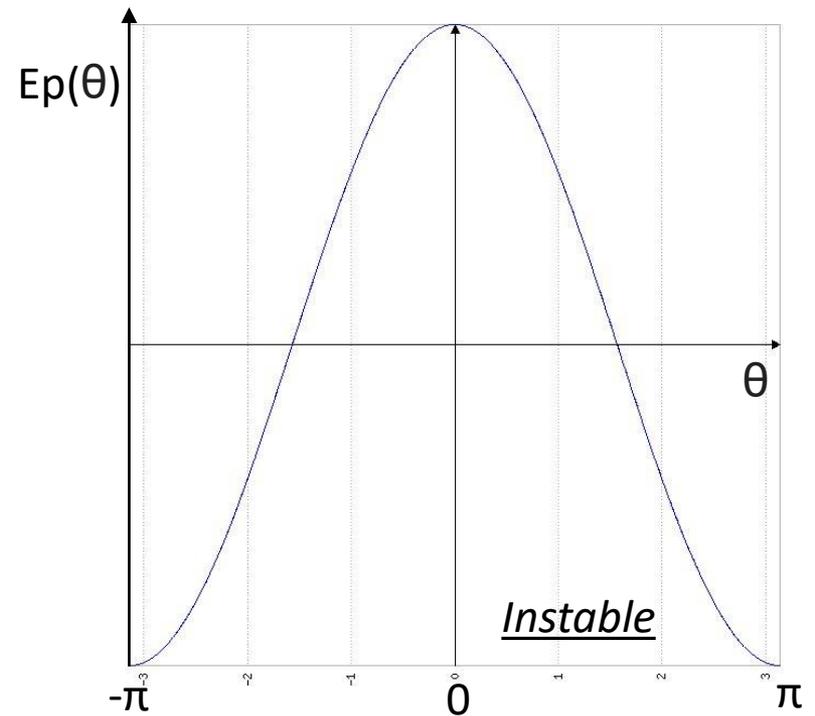
V) Annexe



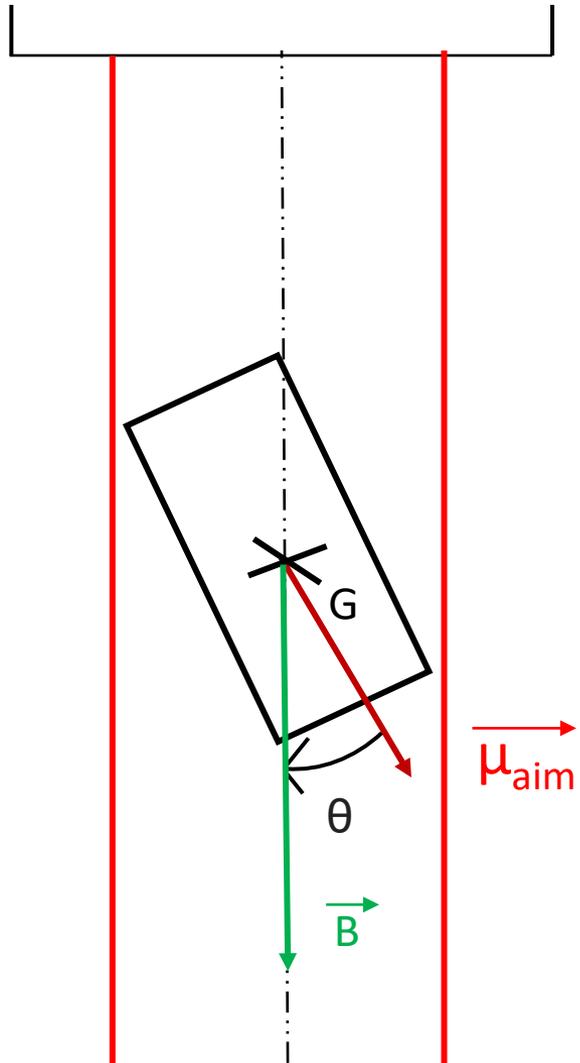
Lévitation par répulsion :

$$E_p(\theta) = \mu_{aim} B \cos(\theta)$$

Allure de la courbe :



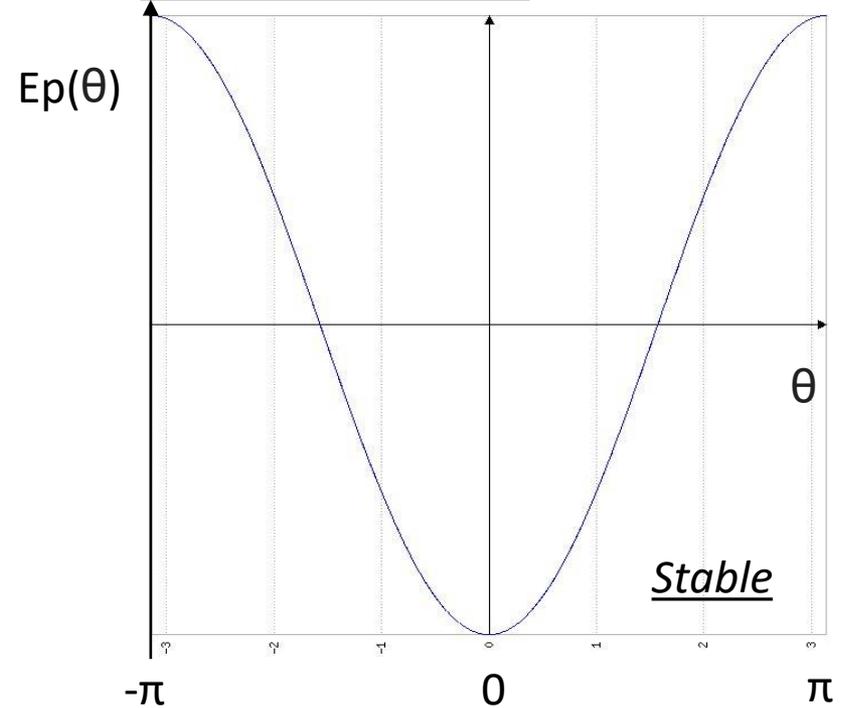
V) Annexe



Lévitacion par attraction:

$$E_p(\theta) = -\mu_{\text{aim}} B \cos(\theta)$$

Allure de la courbe :

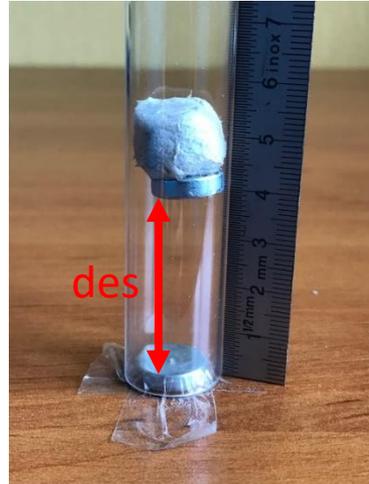


V) Annexe

<i>Stabilité</i>	Position	Rotation
Répulsion	+	-
Attraction	-	+

Solution de répulsion retenue

V) Annexe



des= 3,7 cm

dcs 1.1= 3,6 cm

dcs 1.3= 3,9 cm

V) Annexe

```
##Calcul de z :  
  
def f(z) :  
    R = 7 *10**-3  
    c_1 = np.cos(lambda_) * b * B_r * R**2  
    c_2 = 2 * m * g  
    D_bas = e * nb_bas  
    sum = 0  
    for i in range(0, nb_haut) :  
        sum += c_1 * ((R**2 + (z + i * e)**2)**1.5 - (R**2 + (D_bas + z + i * e)**2)**1.5) / ( 2 * ((R**2 + (D_bas + z + i * e)**2)**1.5) * ((R**2 + (z + i * e)**2)**1.5))  
    return sum + nb_haut * m * g  
  
##Recherche d'une racine de f autour de z0  
z0 = 0.054  
  
z = fsolve(f, z0) - e/ 2  
image_ = f(z + e/2)  
  
print("z =",z)  
print("f(z) =",image_)
```