

Modélisation numérique de l'évolution et des déplacements d'une marée noire dans l'océan

Objectif du TIPE

Objectif :

Prévoir les déplacements d'une marée noire pour optimiser son ramassage

- Etude de la **dispersion d'un polluant** à la surface d'un **liquide en mouvement**.
- Plusieurs **phénomènes physiques** régissant cette dispersion

SOMMAIRE

I. Introduction et cadre du problème

II. Advection

III. Diffusion

IV. Advection et diffusion

V. Application et conclusion

I. Introduction et cadre du problème

- Différentes **méthodes de prévention** actuellement en place
- Quelques **caractéristiques importantes**
⇒ on peut **négliger les variations suivant la verticale** et **l'impact du vent**

Notation : Dans toute la suite, nous noterons : $n(M, t)$ la **concentration de particules au point M à l'instant t**

II. Advection

Équation d'advection :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{A} \vec{\nabla} n = 0$$

avec \vec{A} la vitesse d'advection et $\vec{\nabla}$ l'opérateur nabla

- **Simulation** pour l'équation d'advection à une dimension : $\frac{\partial n}{\partial t}(x, t) + A \frac{\partial n}{\partial x}(x, t) = 0$
- Cas 2D : $\frac{\partial n}{\partial t}(x, y, t) + A_x \frac{\partial n}{\partial x}(x, y, t) + A_y \frac{\partial n}{\partial y}(x, y, t) = 0$

II. Advection

- **Simulation de résolution informatique** de l'équation d'advection en la discrétisant par **méthode des différences finies**

Discrétisation : $u_i^n = u(x_i, t_n)$ i = indice de l'intervalle d'espace considéré
 n = indice de l'intervalle de temps considéré

II. Advection

Valeurs communes utilisées pour chaque représentation à une dimension

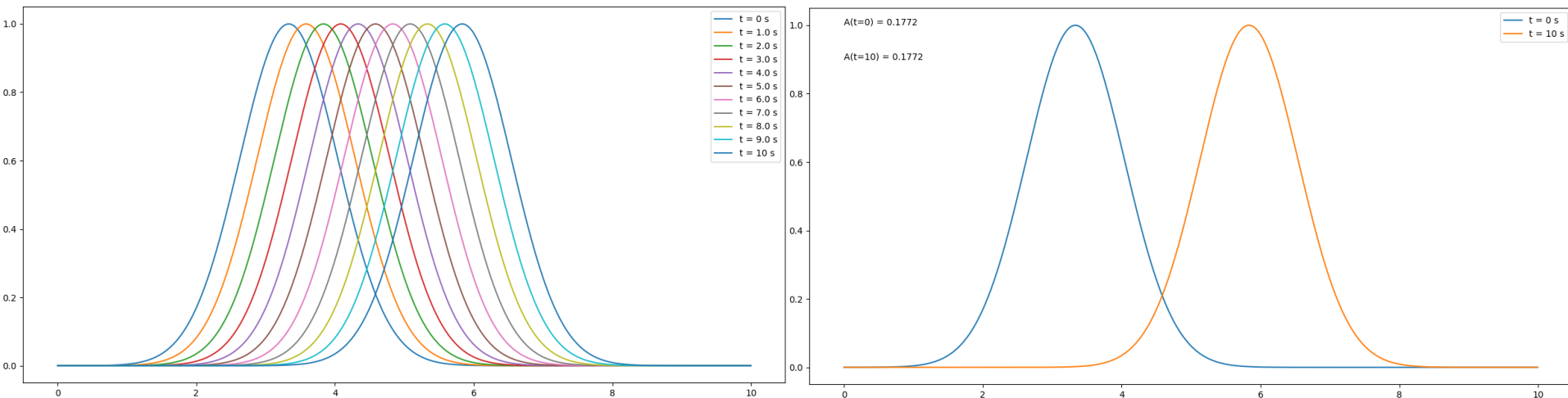
- Vitesse d'advection : $A = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$
- Longueur du segment : $l = 10 \text{ m}$
- Durée : $t = 10 \text{ s}$
- Nombre d'intervalles de longueur : $n_x = 1000$ ($\Delta x = l/n_x$)
- Nombre d'intervalles de temps : $n_t = 1000$ ($\Delta t = t/n_t$)

II. Advection

Présentation des résultats : **Abscisse : x** **Ordonnée : $n(x,t)$** à t fixé

- 1) **Évolution** au cours du temps
- 2) - **Courbe bleue** : Répartition **initiale** des particules
- **Courbe orange** : Répartition des particules **après un temps T donné** avec valeur de l'aire sous la courbe

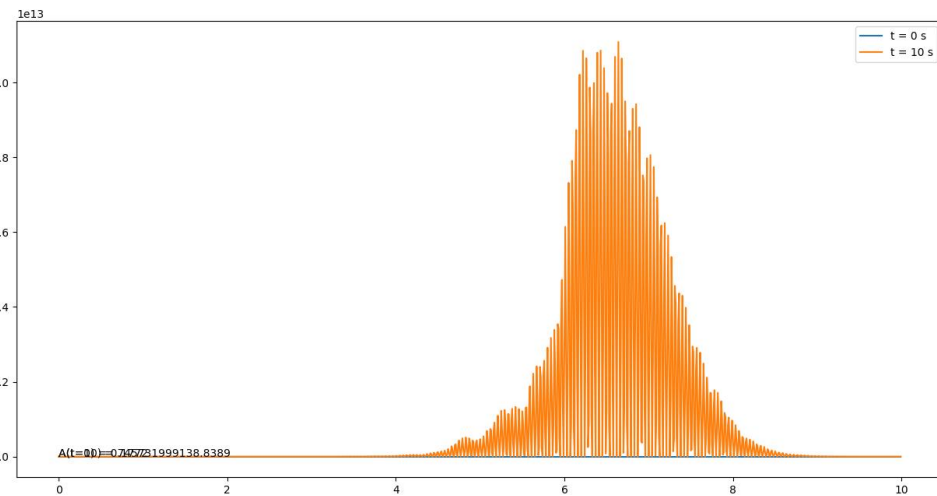
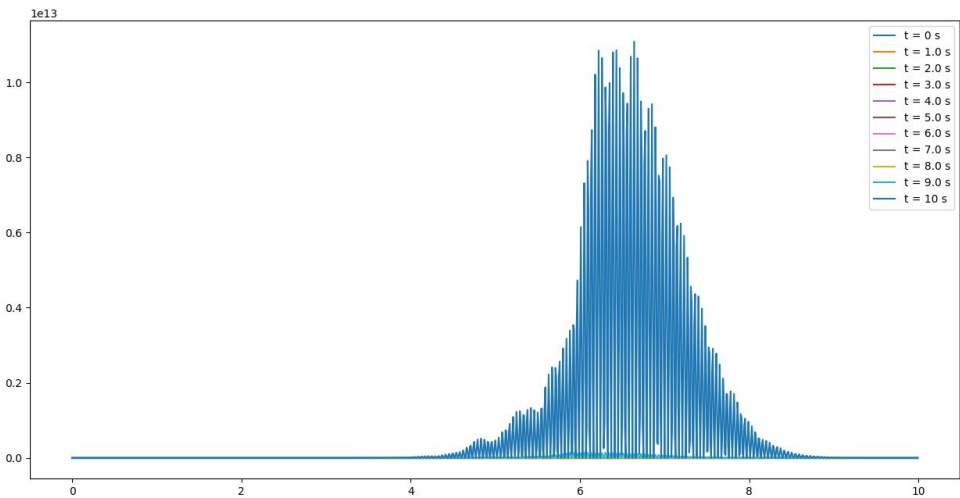
Exemples de résultat pour la solution exacte :



II. Advection

1) Méthode explicite d'ordre 1 :

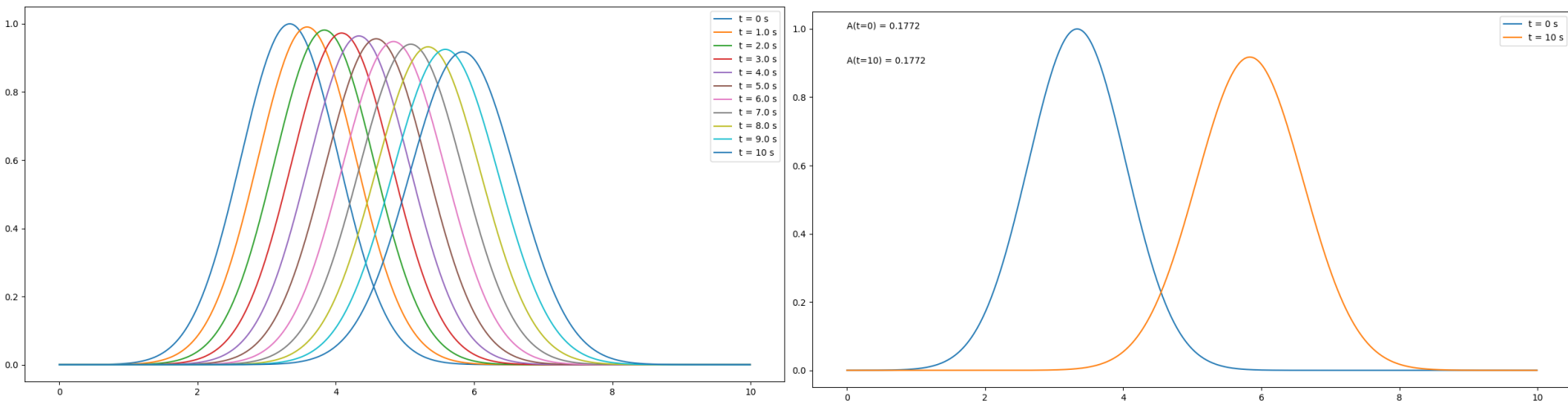
$$u_i^{n+1} = u_i^n + A \frac{\Delta t}{2\Delta x} [u_{i+1}^n - u_{i-1}^n]$$



II. Advection

2) Méthode de Lax-Friedrichs :

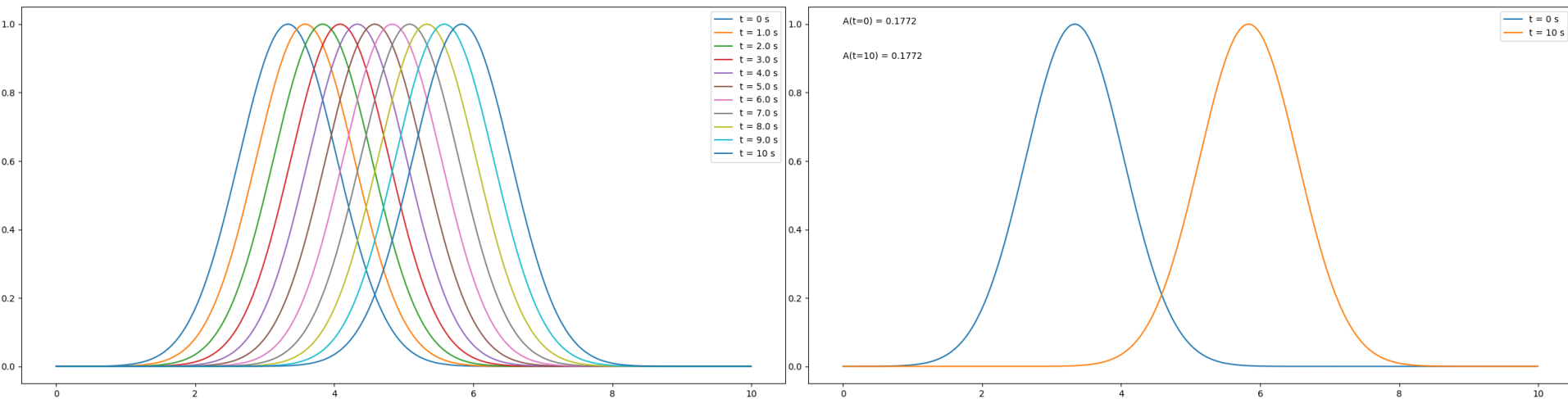
$$u_i^{n+1} = \frac{1}{2} (u_{i+1}^n + u_{i-1}^n) - A \frac{\Delta t}{2\Delta x} [u_{i+1}^n - u_{i-1}^n]$$



II. Advection

3) Méthode de Lax-Wendroff :

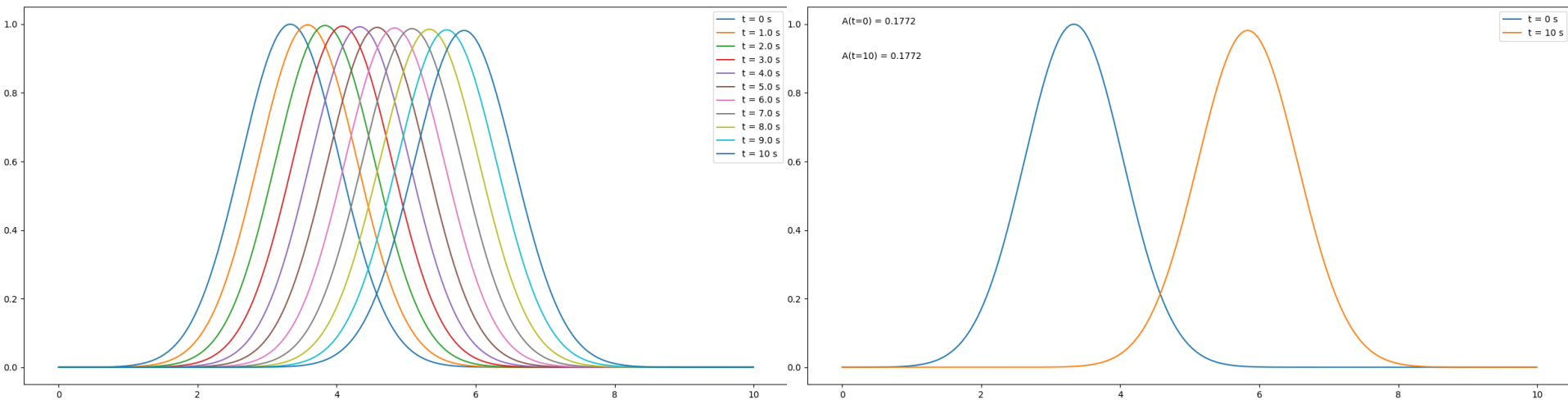
$$u_i^{n+1} = u_i^n + A \frac{\Delta t}{2\Delta x} [u_{i+1}^n - u_{i-1}^n] + A^2 \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} [u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n]$$



II. Advection

4) Méthode Upwind :

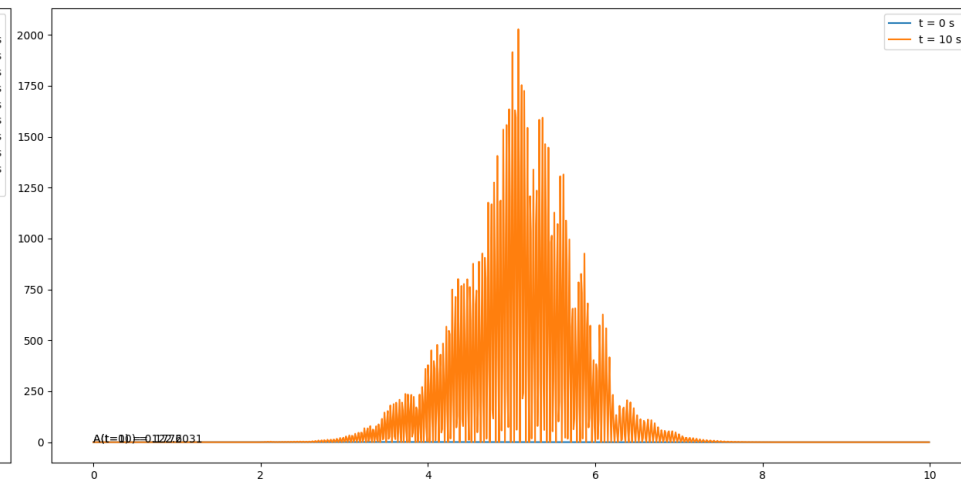
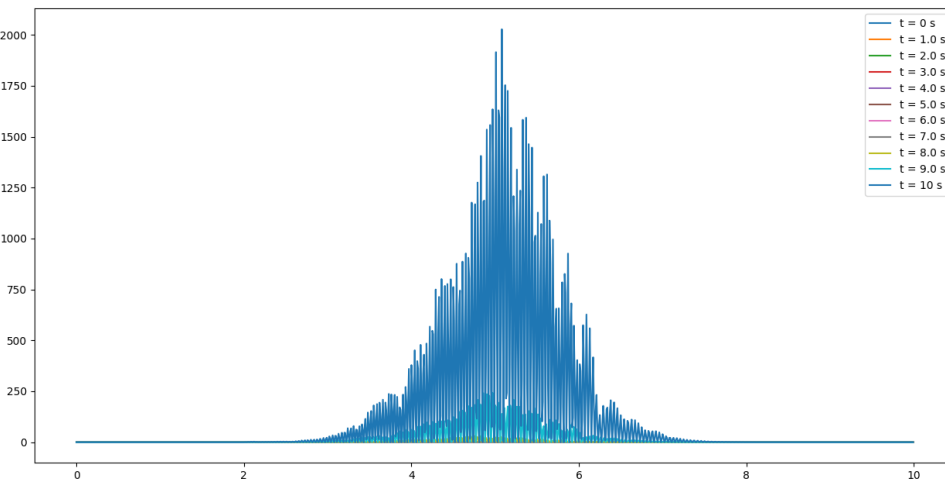
$$u_i^{n+1} = u_i^n + A \frac{\Delta t}{2\Delta x} [u_i^n - u_{i-1}^n]$$



II. Advection

5) Discrétisation d'ordre 1 en temps et 4 en espace :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - A \frac{\Delta t}{12\Delta x} (u_{i-2}^n - 8u_{i-1}^n + 8u_{i+1}^n - u_{i+2}^n)$$



II. Advection

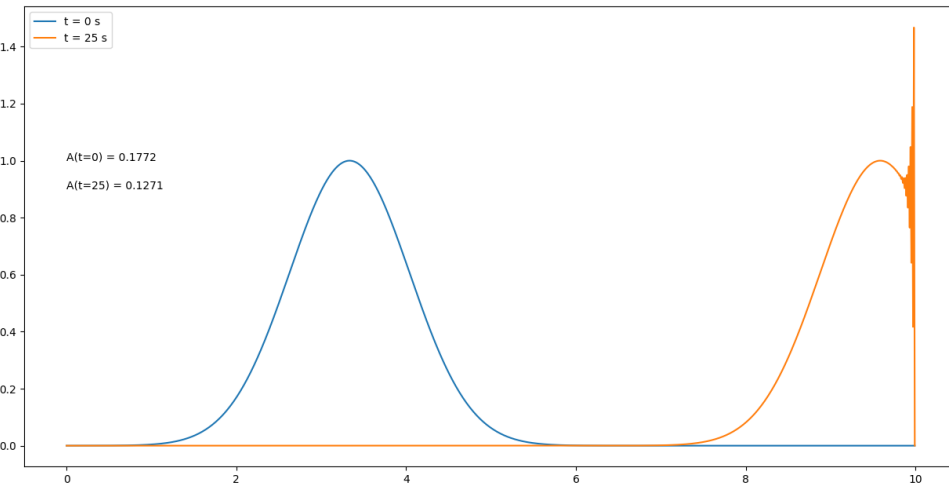
Conclusion préliminaire

2 méthodes pertinentes :

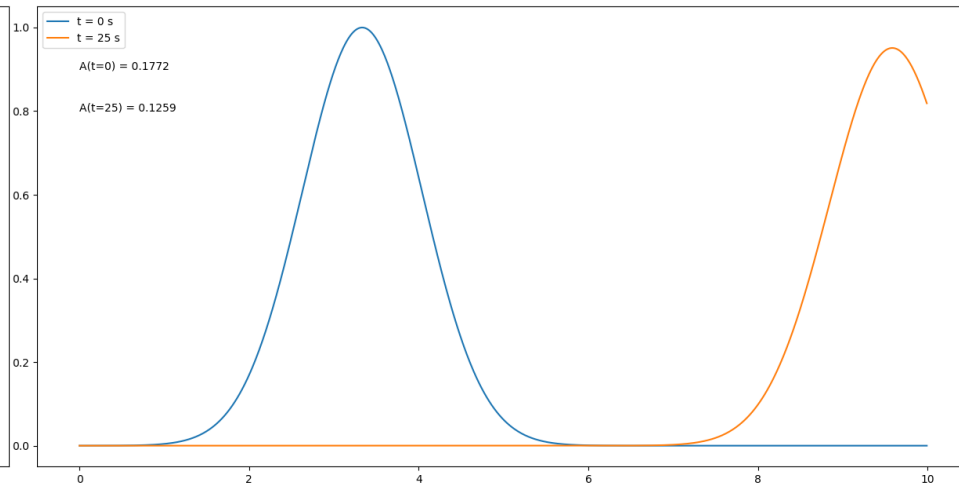
- Méthode de Lax-Wendroff
- Méthode Upwind

⇒ test pour $t = 25$ s

Méthode de Lax-Wendroff



Méthode Upwind



II. Advection

Conclusion pour l'équation d'advection à une dimension

- La **méthode Upwind** semble donc être la plus pertinente pour toute simulation à une dimension
- **Critique** sur la simulation

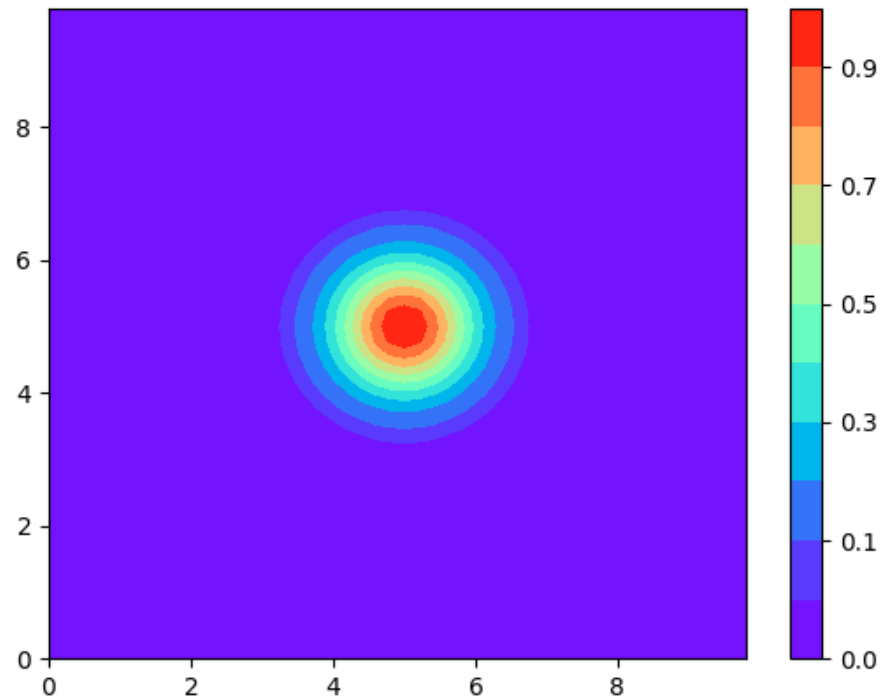
II. Advection

Équation d'advection à deux dimensions

- Les 4 premières méthodes précédentes ont été **adaptées et testées dans ce cas**, avec la répartition initiale suivante :

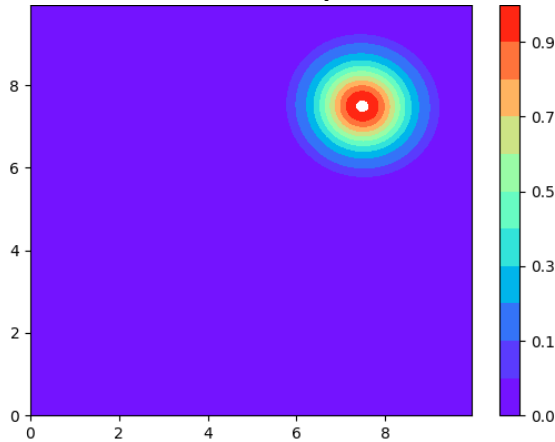
Valeurs utilisées :

- $A = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$
- $l = 10 \text{ m}$
- $t = 5 \text{ s}$
- $n_x = 200$
- $nt = 500$

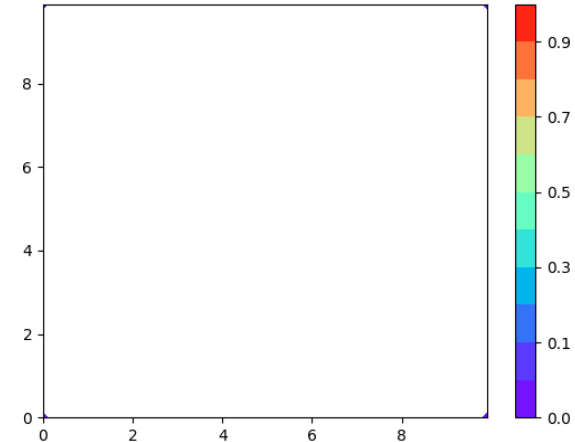


II. Advection

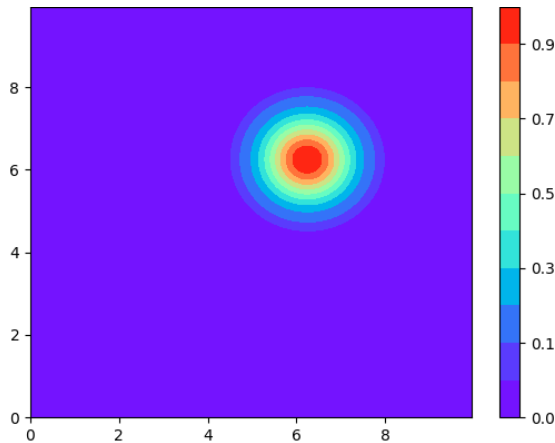
Méthode explicite



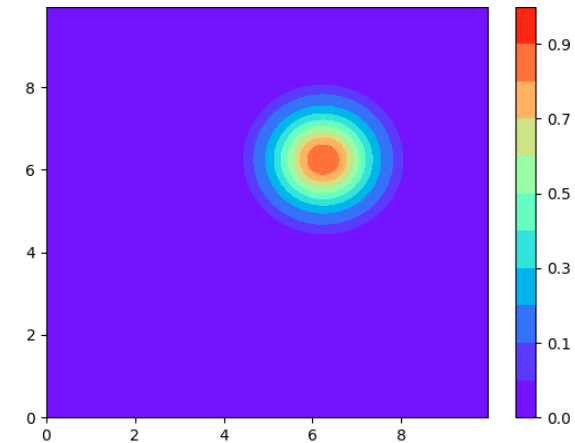
Méthode de Lax-Friedrichs



Méthode de Lax-Wendroff



Méthode Upwind



II. Advection

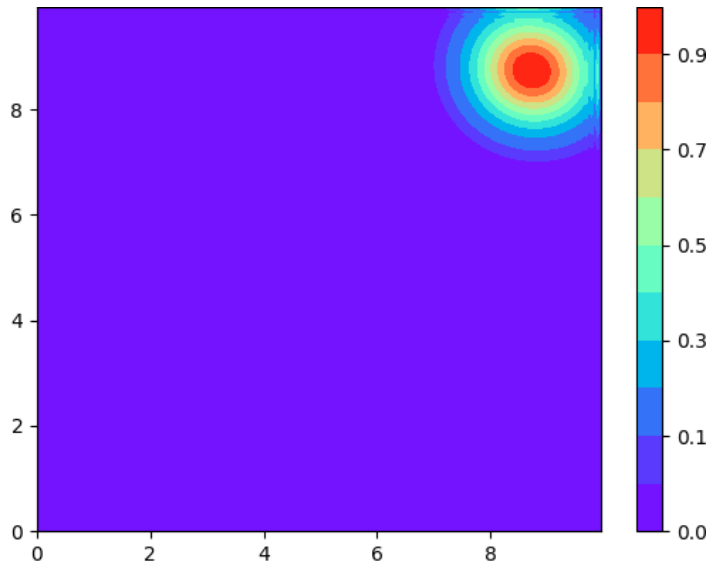
Conclusion préliminaire

2 méthodes pertinentes :

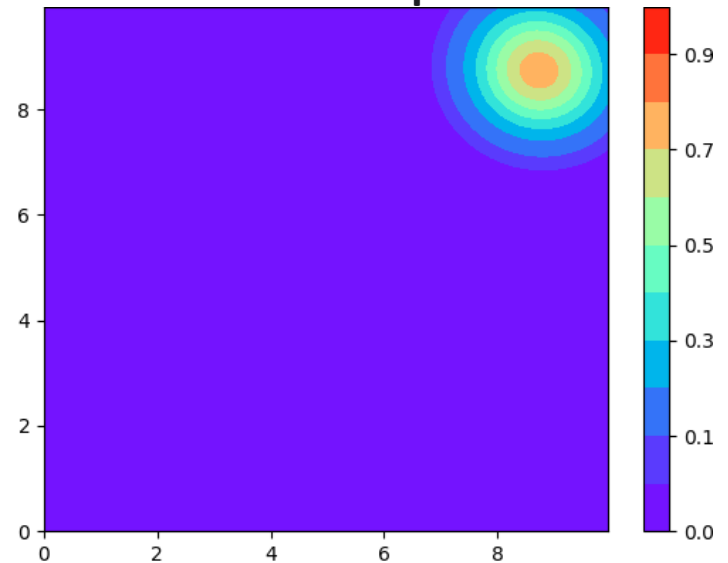
- Méthode de Lax-Wendroff
- Méthode Upwind

⇒ test pour $t = 15$ s

Méthode de Lax-Wendroff



Méthode Upwind



II. Advection

Conclusion pour l'équation d'advection à deux dimensions

- La **méthode Upwind** semble donc être à nouveau la plus pertinente pour toute simulation à deux dimensions
- **Critique** sur la simulation

III. Diffusion

Équation de diffusion :

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D\Delta n = 0$$

avec D le coefficient de diffusion et Δ l'opérateur laplacien

- **Simulation** pour l'équation d'advection à une dimension : $\frac{\partial n}{\partial t}(x, t) - D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}(x, t) = 0$
- Cas 2D : $\frac{\partial n}{\partial t}(x, y, t) - D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}(x, y, t) - D \frac{\partial^2 n}{\partial y^2}(x, y, t) = 0$

III. Diffusion

Valeurs communes utilisées pour chaque représentation à une dimension

- Coefficient de diffusion : $D = 1.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ (ordre de grandeur)
- Longueur du segment : $l = 10 \text{ m}$
- Durée : $t = 100\,000 \text{ s}$

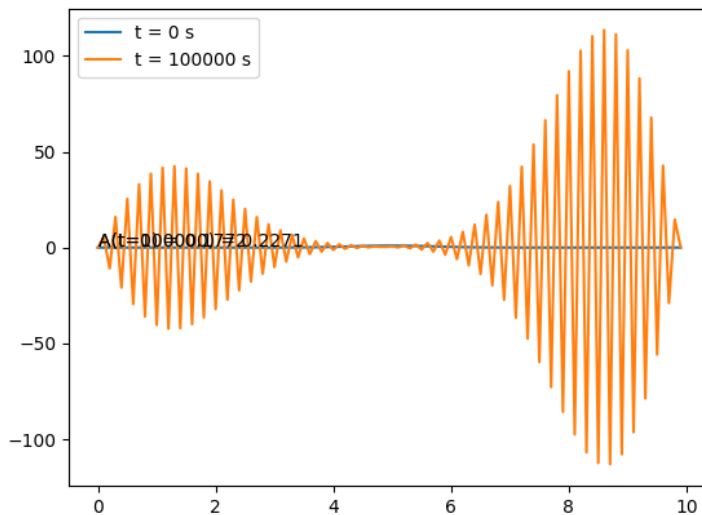
III. Diffusion

- Méthodes précédentes utilisables en adaptant avec la **dérivée d'ordre 2**

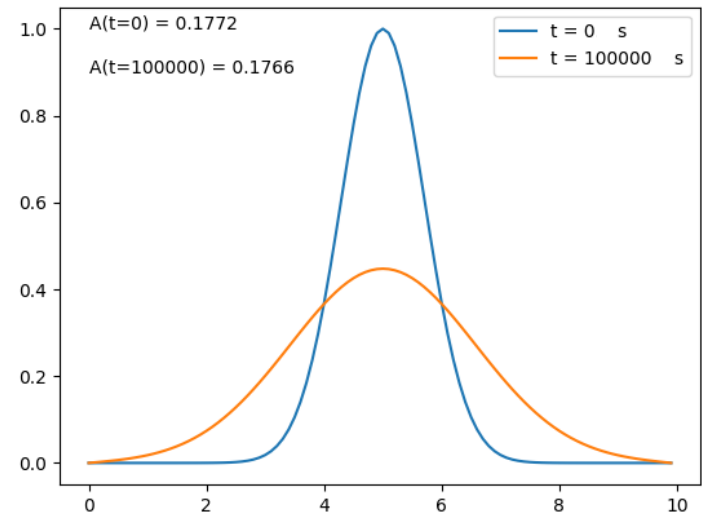
- Exemple avec la **méthode explicite** :
$$u_i^{n+1} = u_i^n + D \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$$

Condition de **stabilité** : $c = D \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} < 0,5$

Exemple 1 : $n_x = 100$, $n_t = 180 \Rightarrow c = 0,55$

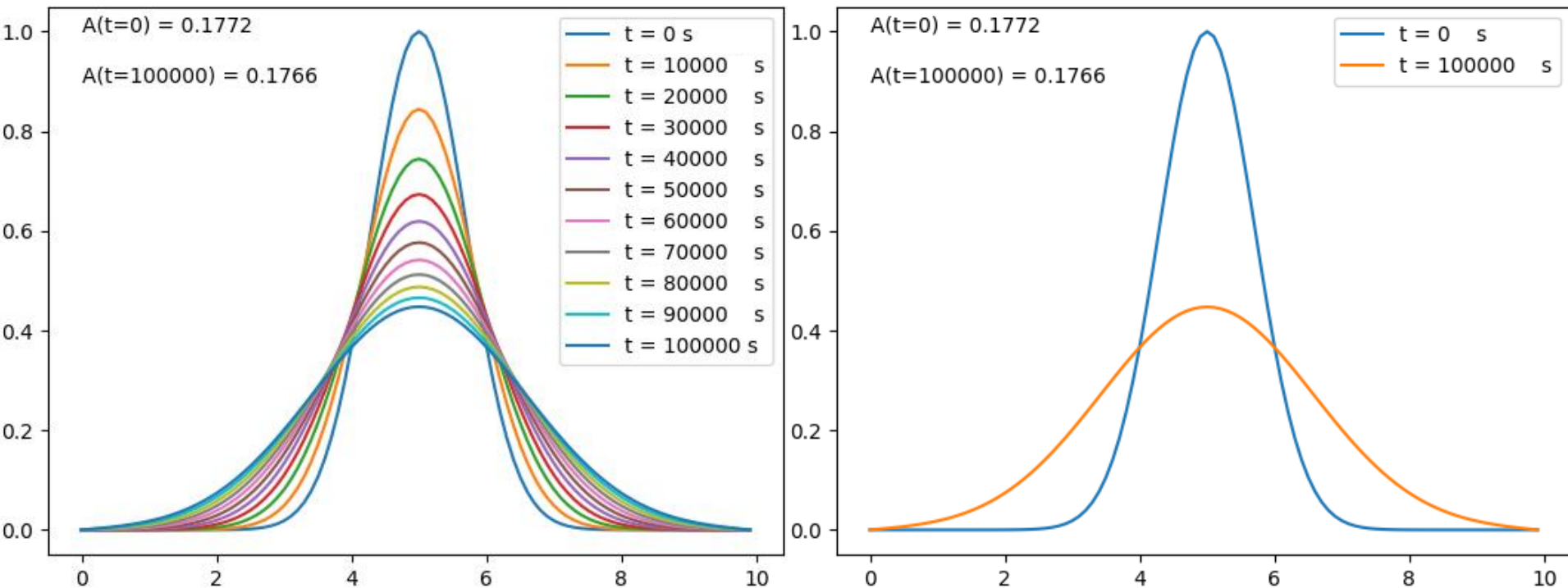


Exemple 2 : $n_x = 100$, $n_t = 200 \Rightarrow c = 0,5$



III. Diffusion

Résultat pour la méthode explicite avec $n_x = 100$, $n_t = 200$



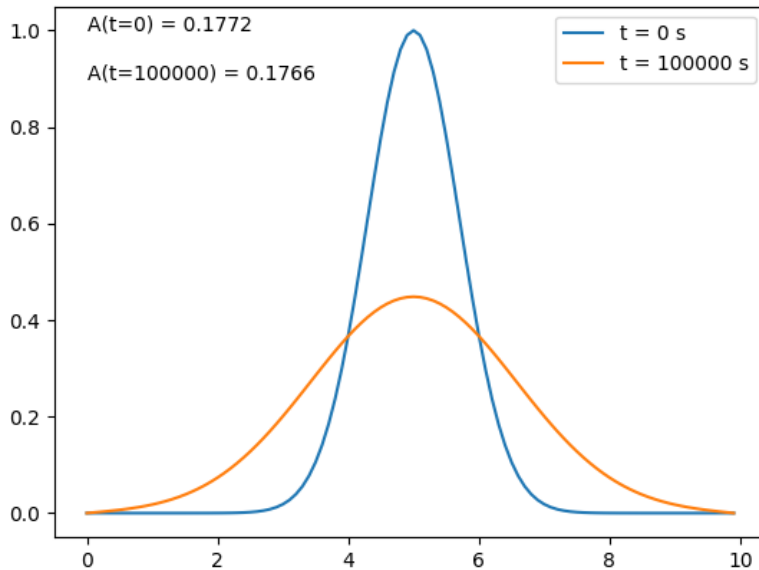
III. Diffusion

Méthode de Crank-Nicolson

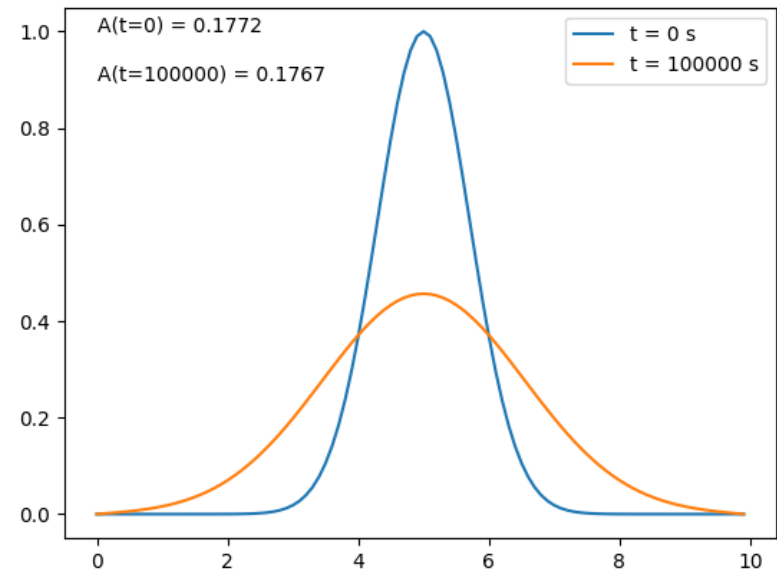
$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} = \frac{D}{2} \frac{(U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}) + (U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n)}{(\Delta x)^2}$$

Schéma **implicite** ... mais on peut obtenir la forme matricielle : $AU^{n+1} = BU^n$
et **méthode avantageuse**

Exemple 1 : $n_x = 100$, $n_t = 200$



Exemple 2 : $n_x = 100$, $n_t = 20$

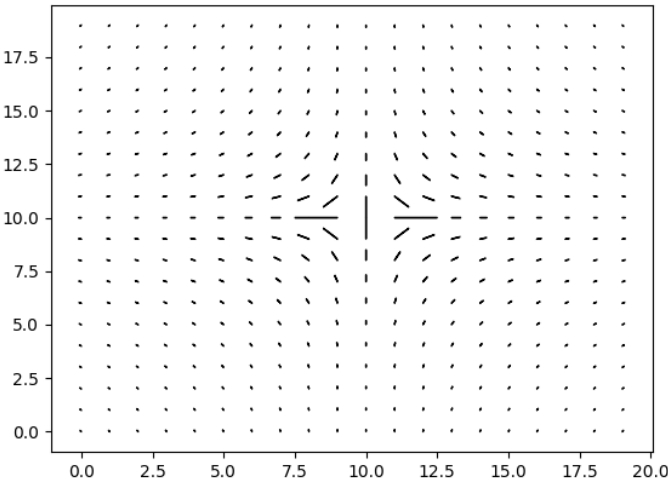


IV. Advection et diffusion

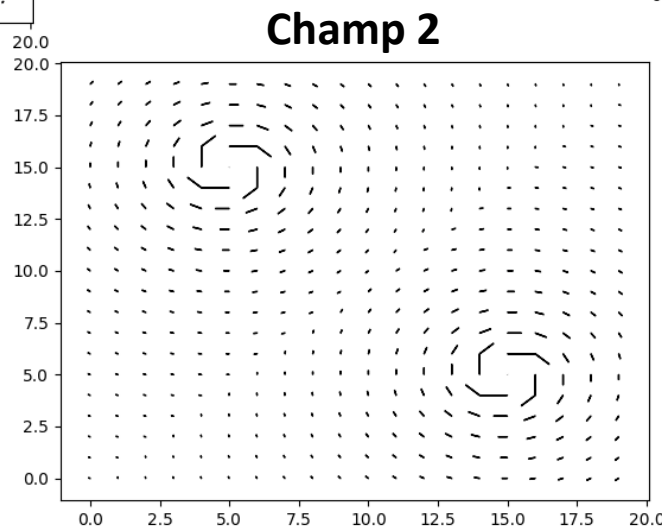
- Réunion des résultats précédents et étude des deux phénomènes **en même temps** et en deux dimensions
- Ajout de **courants marins** dans les modélisations
- **Taille** de la zone d'étude **augmentée**

IV. Advection et diffusion

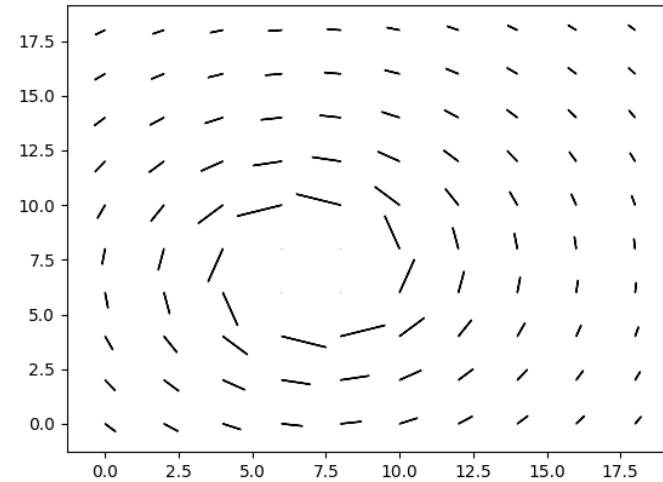
Exemples de courants marins ajoutés



Champ 1



Champ 2



Champ 3

IV. Advection et diffusion

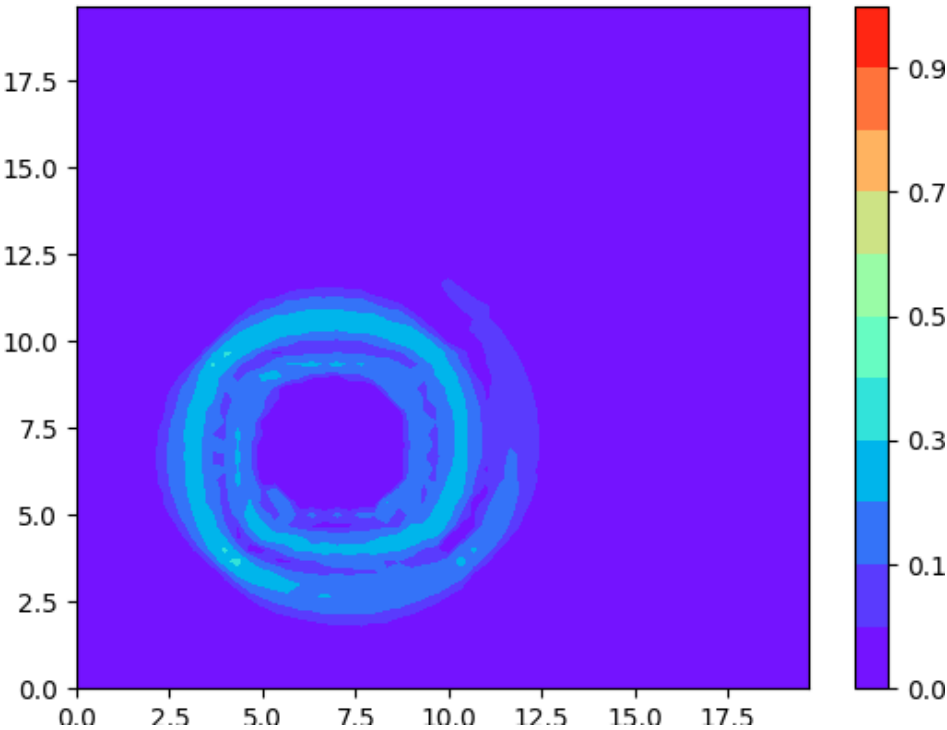
Valeurs communes utilisées pour les prochaines représentations

- Vitesse d'advection : $D = 1.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
- Longueur du segment : $l = 20 \text{ m}$
- Durée : $t = 40 \text{ s}$
- Nombre d'intervalles de longueur : $n_x = 60$ ($\Delta x = l/n_x$)
- Nombre d'intervalles de temps : $n_t = 10000$ ($\Delta t = t/n_t$)
- Champ choisi : **champ 3**

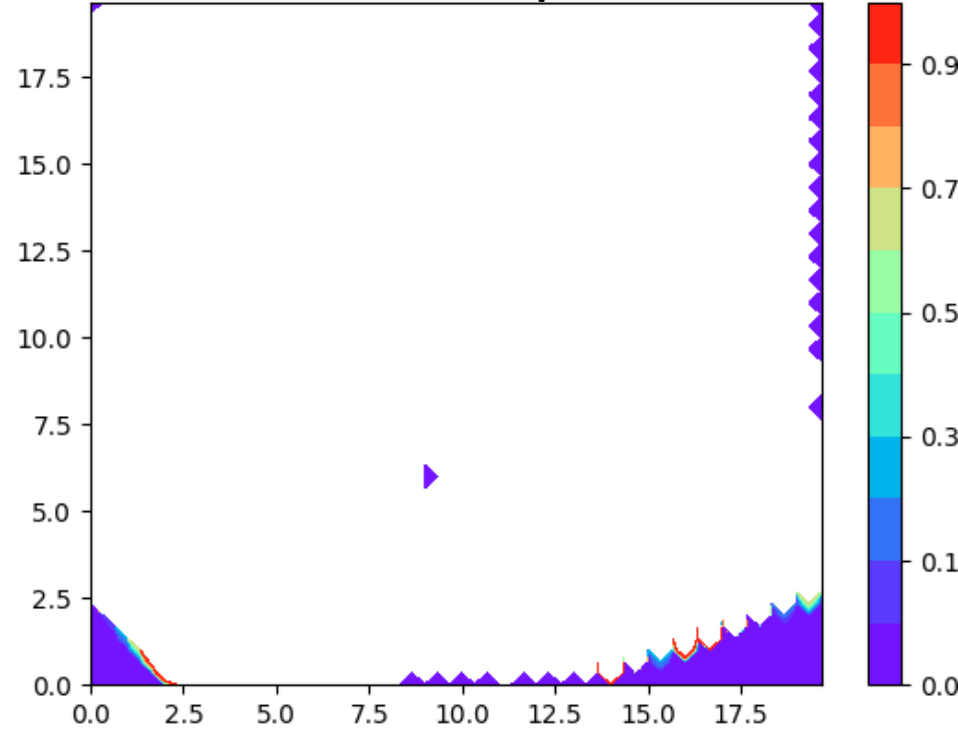
IV. Advection et diffusion

Répartition finale de la simulation de résolution avec la méthode de Lax-Wendroff ou la méthode Upwind pour l'advection et la méthode explicite pour la diffusion combinées

Méthode de Lax-Wendroff

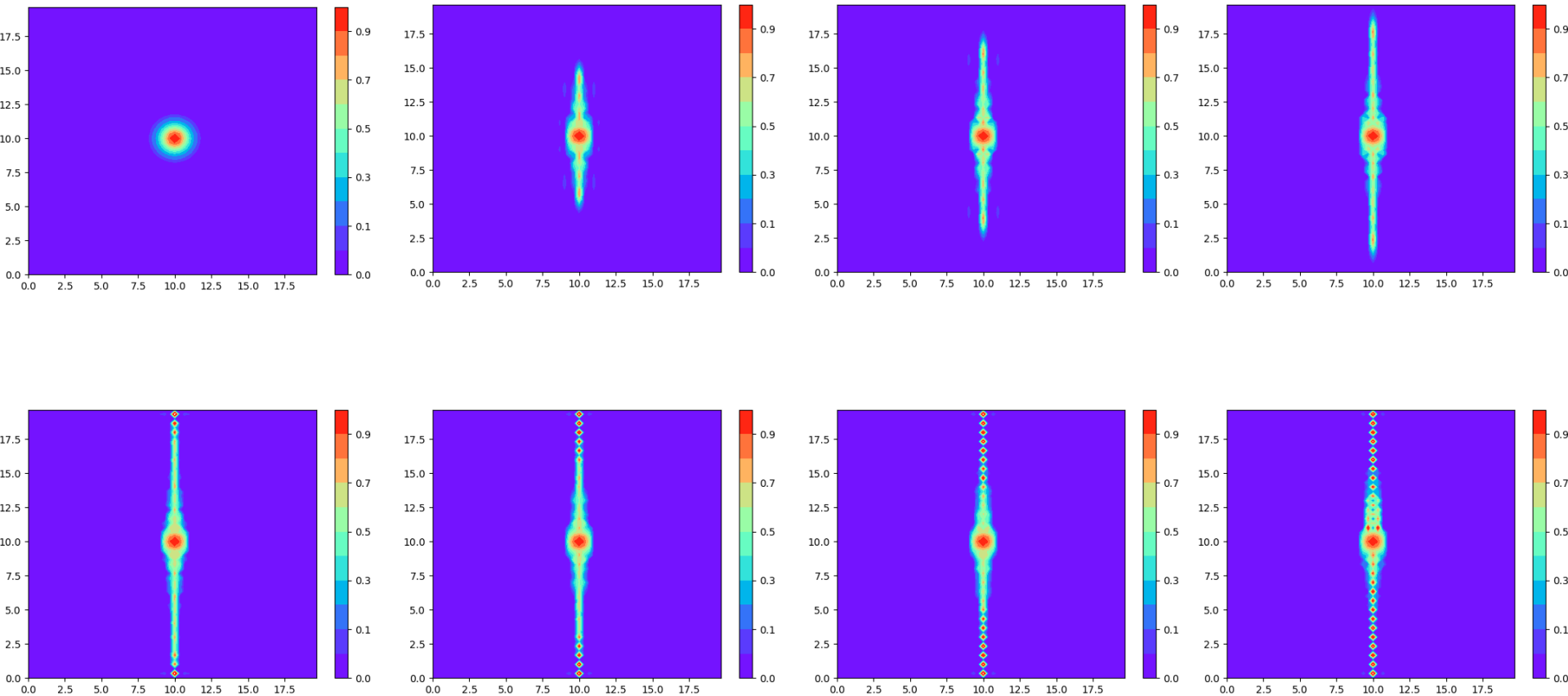


Méthode Upwind



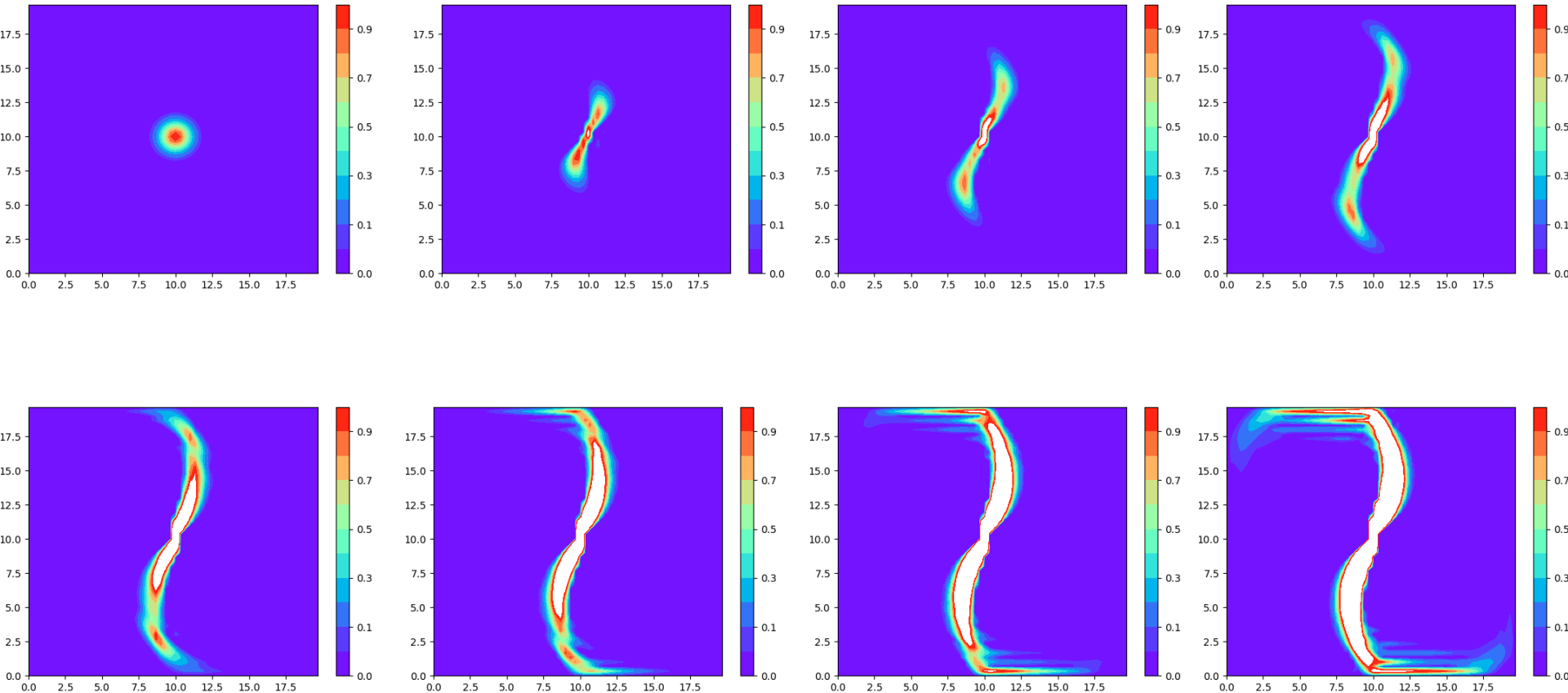
V. Application et conclusion

Observation détaillée des résultats avec la méthode de Lax-Wendroff pour $t = 100$ s (champ 1)



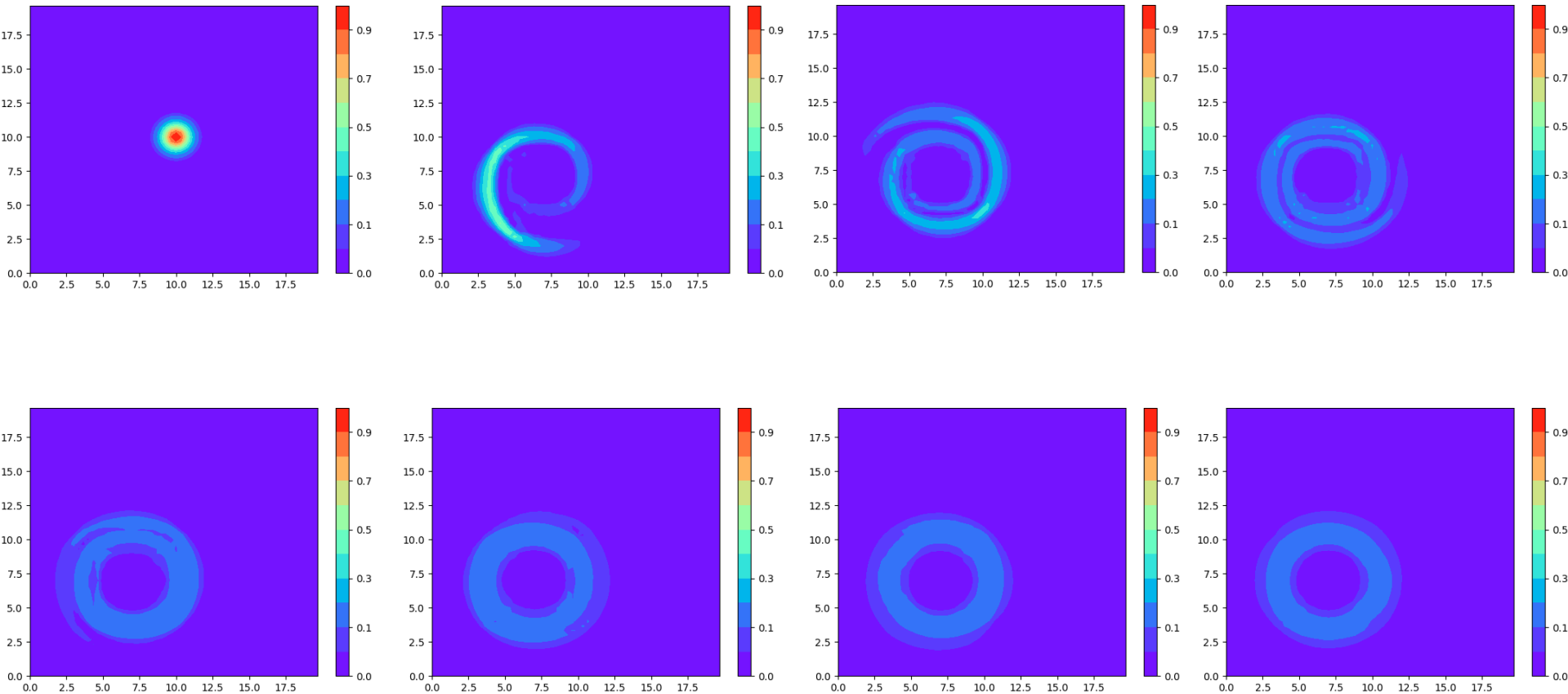
V. Application et conclusion

Observation détaillée des résultats avec la méthode de Lax-Wendroff pour $t = 100$ s (champ 2)



V. Application et conclusion

Observation détaillée des résultats avec la méthode de Lax-Wendroff pour $t = 100$ s (champ 3)



V. Application et conclusion

CONCLUSION

ANNEXE

Démonstration méthode de Crank-Nicolson

- Schéma implicite :
$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} = \frac{D}{2} \frac{(U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}) + (U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n)}{(\Delta x)^2}$$
- Il faut résoudre le système :
$$-\frac{\alpha}{2} U_{j-1}^{n+1} + (1 + \alpha) U_j^{n+1} - \frac{\alpha}{2} U_{j+1}^{n+1} = \frac{\alpha}{2} U_{j-1}^n + (1 - \alpha) U_j^n + \frac{\alpha}{2} U_{j+1}^n$$
avec
$$\alpha = \frac{D\Delta t}{(\Delta x)^2}$$
- Système tridiagonal :
$$A_{j,j-1} U_{j-1}^{n+1} + A_{j,j} U_j^{n+1} + A_{j,j+1} U_{j+1}^{n+1} = B_{j,j-1} U_{j-1}^n + B_{j,j} U_j^n + B_{j,j+1} U_{j+1}^n$$
D'où la forme matricielle
$$AU^{n+1} = BU^n$$

ANNEXE

```
1 ## IMPORTATIONS
2 from math import *
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import os
6
7 os.chdir("nom du répertoire où enregistrer les résultats")
8
9 ## REPRÉSENTATIONS
10 # Aire sous une courbe
11 def integrate(liste):
12     n = len(liste)
13     a = 0
14     for i in range(n):
15         a += liste[i]/n
16     return a
17
18 ## Advection en 1 dimension (renvoie la répartition initiale et la répartition après un certain temps OU l'évolution de la répartition à différents instants t)
19 def advection_1D(k,v,l,nx,t,nt,nc):
20     dx = l/nx # Pas en longueur
21     dt = t/nt # Pas en temps
22     m = (nx//2)*dx/1.5
23     A = v*(dt/dx)
24
25     abscisse_x=[] # Création liste de positions
26     for i in range(nx):
27         abscisse_x.append(i*dx)
28
29     abscisse_t=[] # Création liste de temps
30     for i in range(nt):
31         abscisse_t.append(i*dt)
```

ANNEXE

```
32
33 init = [] # Répartition initiale sous la forme d'une courbe de Gauss
34 for i in range(nx):
35     init.append(exp(-(i*dx-m)**2))
36
37 liste1 = [0]*nx
38 liste2 = init
39 listeTOT = [] # Ensemble des listes : [temps][position]
40 listeTOT.append(init) # Condition initiale pour t = 0
41
42 if k == 1: # Explicite ordre 2
43     for z in range(1,nt+1):
44         for i in range(1,len(liste2)-1):
45             liste1[i] = max(0,liste2[i] - A*(liste2[i+1]-liste2[i-1]))
46         liste2 = liste1
47         listeTOT.append(liste1)
48         liste1 = [0]*nx
49
50 if k == 2: # Lax-Friedrich
51     for z in range(1,nt+1):
52         for i in range(1,len(liste2)-1):
53             liste1[i] = max(0,0.5*(liste2[i+1]+liste2[i-1]) - A*(liste2[i+1]-liste2[i-1])*0.5)
54         liste2 = liste1
55         listeTOT.append(liste1)
56         liste1 = [0]*nx
57
58 if k == 3: # Lax-Wendroff
59     for z in range(1,nt+1):
60         for i in range(1,len(liste2)-1):
61             liste1[i] = max(0,liste2[i] - A*(liste2[i+1]-liste2[i-1])*0.5 + ((A)**2)*(liste2[i+1]-2*liste2[i]+liste2[i-1])*0.5)
62         liste2 = liste1
63         listeTOT.append(liste1)
64         liste1 = [0]*nx
```

ANNEXE

```
66 if k == 4: # Upwind
67     for z in range(1,nt+1):
68         for i in range(1,len(liste2)):
69             liste1[i] = max(0,liste2[i] - A*(liste2[i]-liste2[i-1]))
70     liste2 = liste1
71     listeTOT.append(liste1)
72     liste1 = [0]*nx
73
74 if k == 5: # Explicite ordre 4
75     for z in range(1,nt+1):
76         for i in range(2,len(liste2)-2):
77             liste1[i] = max(0,liste2[i] - A*(liste2[i-2]-8*liste2[i-1]+8*liste2[i+1]-liste2[i+2])/12)
78     liste2 = liste1
79     listeTOT.append(liste1)
80     liste1 = [0]*nx
81
82 if k == 6: # Courbe initiale translatée (sert de référence)
83     for z in range(1,nt+1):
84         for i in range(len(liste2)):
85             liste1[i]= max(0,exp(-((-v*(z*dt-i*dx/v)-m)**2)))
86     liste2 = liste1
87     listeTOT.append(liste1)
88     liste1 = [0]*nx
89
90 plt.plot(abscisse_x,listeTOT[0],label = "t = " + str(0) + " s")
91 pas = nt//nc
92 # for j in range(1,nc): # Affichage d'une succession de courbes à différents instants t
93 #     plt.plot(abscisse_x,listeTOT[j*pas],label = "t = " + str(round(j*t/nc,3)) + " s")
94 #     plt.pause(0.01)
95 plt.plot(abscisse_x,listeTOT[-1],label = "t = " + str(t) + " s")
96 plt.text(0,1,'A(t=' + str(0) + ') = ' + str(round(integrate(listeTOT[0]),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
97 plt.text(0,0.9,'A(t=' + str(t) + ') = ' + str(round(integrate(listeTOT[-1]),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
98 plt.legend()
```

ANNEXE

```
100
101 ## Advection en 2 dimensions (renvoie la répartition initial et la répartition après un certain temps)
102 def advection_2D(k,v,l,nx,t,nt):
103     dx = l/nx # Pas en longueur
104     dt = t/nt # Pas en temps
105     m = (nx//2)*dx
106     A = v*(dt/dx)
107
108     abscisse_x = [] # Création liste de positions
109     for i in range (nx):
110         abscisse_x.append(i*dx)
111
112     tab = np.zeros((nt,nx,nx)) # Espace de résolution sous forme d'un carré
113
114     for i in range (nx): # Répartition initiale sous la forme d'une courbe de Gauss
115         for j in range (nx):
116             x = i*dx - m
117             y = j*dx - m
118             tab[0,i,j] = exp(-(x**2 + y**2))
119
120     if k == 1: # Explicite ordre 2
121         for p in range (0,nt-1):
122             for i in range (1,nx-1):
123                 for j in range (1,nx-1):
124                     tab[p+1,i,j] = max(0,tab[p,i,j] - A*(tab[p,i+1,j] + tab[p,i,j+1] - tab[p,i-1,j] -tab[p,i,j-1]))
125
126     if k == 2: # Lax-Friedrich
127         for p in range (0,nt-1):
128             for i in range (1,nx-1):
129                 for j in range (1,nx-1):
130                     tab[p+1,i,j] = max(0,0.5*(tab[p,i+1,j] + tab[p,i-1,j] + tab[p,i,j+1] + tab[p,i,j-1]) - A*(tab[p,i+1,j] - tab[p,i-1,j] +
131 tab[p,i,j+1] - tab[p,i,j-1])*0.5)
```

ANNEXE

```
132 if k == 3: # Lax-Wendroff
133     for p in range (0,nt-1):
134         for i in range (1,nx-1):
135             for j in range (1,nx-1):
136                 tab[p+1,i,j] = max(0,tab[p,i,j] - A*(tab[p,i+1,j] + tab[p,i,j+1] - tab[p,i-1,j] - tab[p,i,j-1])*0.5 + ((A)**2)*(tab[p,i+1,j] +
tab[p,i,j+1] - 4*tab[p,i,j] + tab[p,i-1,j] + tab[p,i,j-1])*0.5)
137
138 if k == 4: # Upwind
139     for p in range (0,nt-1):
140         for i in range (1,nx):
141             for j in range (1,nx):
142                 tab[p+1,i,j] = max(0,tab[p,i,j] - A*(2*tab[p,i,j] - tab[p,i-1,j] - tab[p,i,j-1]))
143
144 print (A)                # Schémas théoriquement stable si A < 1
145
146 plt.contourf(abscisse_x,abscisse_x,tab[-1],[0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1], cmap = 'rainbow')
147 plt.clim(0,1)
148 plt.colorbar()
149 plt.show()
150
151 ## Diffusion en 1 dimension (renvoie la répartition initiale et la répartition après un certain temps OU l'évolution de la répartition à différents
instants t)
152 def tridiag(n,cdiag,ctrih,ctrib):
153     M = [[0 for _ in range (n)] for _ in range (n)]
154     M[n-1][n-1] = cdiag
155     for i in range (n-1):
156         M[i][i] = cdiag
157         M[i][i+1] = ctri
158         M[i+1][i] = ctrib
159     return np.array(M)
```

ANNEXE

```
160
161 def diffusion_1D(k,D,l,nx,t,nt,nc):
162     dx = l/nx # Pas en longueur
163     dt = t/nt # Pas en temps
164     m = (nx//2)*dx
165     c = D*dt/(dx**2)
166     print (c)
167
168     abscisse_x = [] # Création liste de positions
169     for i in range (nx):
170         abscisse_x.append(i*dx)
171
172     init = [] # Répartition initiale sous la forme d'une courbe de Gauss
173     for i in range (nx):
174         init.append(exp(-(i*dx-m)**2))
175
176     if k == 1: # Explicite ordre 2
177         tab = [[0 for _ in range (nx)] for _ in range (nt)]
178         tab[0] = init
179
180         for i in range (nt-1):
181             for k in range (1,nx-1):
182                 tab[i+1][k] = tab[i][k] + c*(tab[i][k+1] - 2*tab[i][k] + tab[i][k-1])
183
184         plt.plot(abscisse_x,tab[0],label = "t = " + str(0) + " s")
185         pas = nt//nc
186         # for j in range (1,nc): # Affichage d'une succession de courbes à différents instants t
187         #     plt.plot(abscisse_x,tab[j*pas],label = "t = " + str(round(j*t/nc)) + " s")
188         plt.plot(abscisse_x,tab[-1],label = "t = " + str(t) + " s")
189         plt.text(0,1,'A(t=' + str(0) + ') = ' + str(round(integrate(tab[0]),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
190         plt.text(0,0.9,'A(t=' + str(t) + ') = ' + str(round(integrate(tab[-1]),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
191         plt.legend()
192
```

ANNEXE

```
193 if k == 2 : # Méthode de Crank-Nicolson
194     A = tridiag(nx-2,1+c,-c/2,-c/2)
195     B = tridiag(nx-2,1-c,c/2,c/2)
196     b = np.zeros(nx-2)
197     u = init
198     bb = B.dot(u[1:-1])
199     pas = nt//nc
200
201     plt.plot(abscisse_x,u,label = "t = " + str(0) + " s")
202     plt.text(0,1,'A(t=' + str(0) + ') = ' + str(round(integrate(init),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
203
204     for i in range (1,nt):
205         # if (i%pas == 0): # Affichage d'une succession de courbes à différents instants t
206             # plt.plot(abscisse_x,u,label = "t = " + str(round(i*dt)) + " s")
207             u[1:-1] = np.linalg.solve(A,bb)
208             bb = B.dot(u[1:-1]) + b
209
210     plt.plot(abscisse_x,u,label = "t = " + str(round(t)) + " s")
211     plt.text(0,0.9,'A(t=' + str(t) + ') = ' + str(round(integrate(u),4))) # Vérification de la constance de l'aire sous la courbe
212     plt.legend()
213
214 ## Champs (= courants marins)
215 def champ(i,x,y):
216     if i == 1 : # Champ 1
217         x -= 10
218         y -= 10
219         r = (x**2 + y**2)**0.5
220         if r < 1:
221             return (0,0)
222         return (x/(r**2),-y/(r**2))
223
```


ANNEXE

```
224 if i == 2 : # Champ 2
225     if x > y :
226         x -= 15
227         y -= 5
228         r = (x**2 + y**2)**0.5
229         if r < 1:
230             return (0,0)
231         return (y/(r**2), -x/(r**2))
232     else :
233         x -= 5
234         y -= 15
235         r = (x**2 + y**2)**0.5
236         if r < 1:
237             return (0,0)
238         return (y/(r**2), -x/(r**2))
239
240 if i == 3 : # Champ 3
241     x -= 7
242     y -= 7
243     r = (x**2+y**2)**0.5
244     if r < 2:
245         return (0,0)
246     return (-y*5/(r**2), x*5/(r**2))
247
248 ## Advection et diffusion en 2 dimensions avec courants marins
249 def advection_diffusion_2D(k, kc, nc, D, l, nx, t, nt):
250     dx = l/nx # Pas en longueur
251     dt = t/nt # Pas en temps
252     m = (nx//2)*dx
253     c = D*dt/(dx**2)
254
```

ANNEXE

```
255 abscisse_x=[] # Création liste de positions
256 for i in range(nx):
257     abscisse_x.append(i*dx)
258
259 abscisse_t=[] # Création liste de temps
260 for i in range(nt):
261     abscisse_t.append(i*dt)
262
263 tab = np.zeros((nt,nx,nx)) # Espace de résolution sous forme d'un carré
264
265 for i in range(nx): # Répartition initiale sous la forme d'une courbe de Gauss
266     for j in range(nx):
267         x = i*dx - m
268         y = j*dx - m
269         tab[0,i,j] = exp(-(x**2 + y**2))
270
271 if k == 3: # Lax-Wendroff + explicite
272     for t in range (0,nt-1):
273         for i in range (1,nx-1):
274             for j in range (1,nx-1):
275                 vx,vy = champ(kc,i*dx,j*dx)
276                 Ax = vx * dt/dx
277                 Ay = vy * dt/dx
278                 tab[t+1,i,j] = max(0,tab[t,i,j] - Ax*(tab[t,i+1,j]-tab[t,i-1,j])*0.5 - Ay*(tab[t,i,j+1]-tab[t,i,j-1])*0.5 +
Ax**2*(tab[t,i+1,j] - 2*tab[t,i,j] + tab[t,i-1,j])*0.5 + Ay**2*(tab[t,i,j+1] - 2*tab[t,i,j] + tab[t,i,j-1])*0.5 + c*(tab[t,i+1,j] + tab[t,i,j+1] -
4*tab[t,i,j] + tab[t,i-1,j] + tab[t,i,j-1]))
279
```

ANNEXE

```
280     if k == 4: # Upwind + explicite
281         for t in range(0,nt-1):
282             for i in range(1,nx-1):
283                 for j in range(1,nx-1):
284                     vx,vy = champ(kc,i*dx,j*dx)
285                     Ax = vx * dt/dx
286                     Ay = vy * dt/dx
287                     tab[t+1,i,j] = max(0,tab[t,i,j] - Ax*(tab[t,i,j]-tab[t,i-1,j]) - Ay*(tab[t,i,j]-tab[t,i,j-1]) + c*(tab[t,i+1,j] + tab[t,i,j+1]
- 4*tab[t,i,j] + tab[t,i-1,j] + tab[t,i,j-1]))
288
289     pas = nt/nc
290     for i in range(nc-1): # Évolution de la répartition dans le plan au cours du temps
291         plt.clf()
292         plt.contourf(abscisse_x,abscisse_x,tab[i*pas],[0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1],cmap = 'rainbow')
293         plt.clim(0, 1)
294         plt.colorbar()
295         plt.pause(0.01)
296         # plt.savefig("test{}".format(i)) # Pour enregistrer chaque répartition affichée
297
298 ## Variables et affichage
299 vitesse = ? # Vitesse d'advection
300 coefficient_de_diffusion = ? # Ordre de grandeur
301 longueur = ?
302 nombre_de_points_longueur = ?
303 temps = ?
304 nombre_de_points_temps = ?
305 nombre_de_captures = ?
306 k_méthode = ? # Choix de la méthode choisie pour les différents programmes (Advection : 1) Explicite, 2) L-F, 3) L-W, 4) Upwind, 5) Explicite ordre 4,
6) Référence ; Diffusion : 1) Explicite, 2) C-N)
307 k_champ = ? # Choix du champ choisi pour advection_diffusion2D
308
```

ANNEXE

```
309 # Affichage des champs
310 for i in range (0,20):
311     for j in range (0,20):
312         (fx,fy) = champ(?,i,j) # Champ affiché à choisir
313         plt.arrow(i,j,fx,fy)
314
315 advection_1D(k_méthode,vitesse,longueur,nombre_de_points_longueur,temps,nombre_de_points_temps,nombre_de_captures)
316 advection_2D(k_méthode,vitesse,longueur,nombre_de_points_longueur,temps,nombre_de_points_temps)
317 diffusion_1D(k_méthode,coefficient_de_diffusion,longueur,nombre_de_points_longueur,temps,nombre_de_points_temps,nombre_de_captures)
318 advection_diffusion_2D(k_méthode,k_champ,nombre_de_captures,coefficient_de_diffusion,longueur,nombre_de_points_longueur,temps,nombre_de_points_temps)
319
320 plt.show()
```