Résumé des règles d'inférence de la déduction naturelle

Règles de la déduction naturelle intuitioniste pour la logique propositionnelle

Symbole	Règle d'introduction	Règle d'élimination
$\top / \bot$	$\dfrac{}{\Gamma \vdash \top}\ \top_{\mathsf{i}}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash \varphi}\ \bot_{\mathsf{é}}$
$\neg$	$\dfrac{\Gamma, \varphi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \neg\varphi}\ \neg_{\mathsf{i}}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \neg\varphi}{\Gamma \vdash \bot}\ \neg_{\mathsf{é}}$
$\wedge$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi_1 \quad \Gamma \vdash \varphi_2}{\Gamma \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2}\ \wedge_{\mathsf{i}}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2}{\Gamma \vdash \varphi_1}\ \wedge_{\mathsf{é,g}}$ $\quad \dfrac{\Gamma \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2}{\Gamma \vdash \varphi_2}\ \wedge_{\mathsf{é,d}}$
$\vee$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi_1}{\Gamma \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2}\ \vee_{\mathsf{i,g}}$ $\quad \dfrac{\Gamma \vdash \varphi_2}{\Gamma \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2}\ \vee_{\mathsf{i,d}}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2 \quad \Gamma, \varphi_1 \vdash \psi \quad \Gamma, \varphi_2 \vdash \psi}{\Gamma \vdash \psi}\ \vee_{\mathsf{é}}$
$\rightarrow$	$\dfrac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi}\ \rightarrow_{\mathsf{i}}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \psi}\ \rightarrow_{\mathsf{é}}$
aucun	$\dfrac{}{\Gamma, G \vdash G}\ \mathsf{ax}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \Delta \vdash \varphi}\ \mathsf{aff}$

Règles additionnelles pour la déduction naturelle classique

Tiers exclu.	Élimination de la double négation.	Raisonnement par l'absurde.
$\dfrac{}{\Gamma \vdash \varphi \vee \neg\varphi}\ \mathsf{te}$	$\dfrac{\Gamma \vdash \neg\neg\varphi}{\Gamma \vdash \varphi}\ \neg\neg_{\mathsf{é}}$	$\dfrac{\Gamma, \neg\varphi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \varphi}\ \mathsf{abs}$

Règles additionnelles pour la logique du premier ordre

Symbole	Règle d'introduction	Règle d'élimination
$\forall$	Si $x \notin \mathsf{FV}(\Gamma)$: $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \forall x, \varphi}\ \forall_{\mathsf{i}}$	Si $\mathsf{vars}(t) \cap \mathsf{BV}(\varphi) = \emptyset$: $\dfrac{\Gamma \vdash \forall x, \varphi}{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}\ \forall_{\mathsf{é}}$
$\exists$	Sans condition : $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}{\Gamma \vdash \exists x, \varphi}\ \exists_{\mathsf{i}}$	Si $x \notin \mathsf{FV}(\Gamma) \cup \mathsf{FV}(\psi)$: $\dfrac{\Gamma \vdash \exists x, \varphi \quad \Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \psi}\ \exists_{\mathsf{é}}$