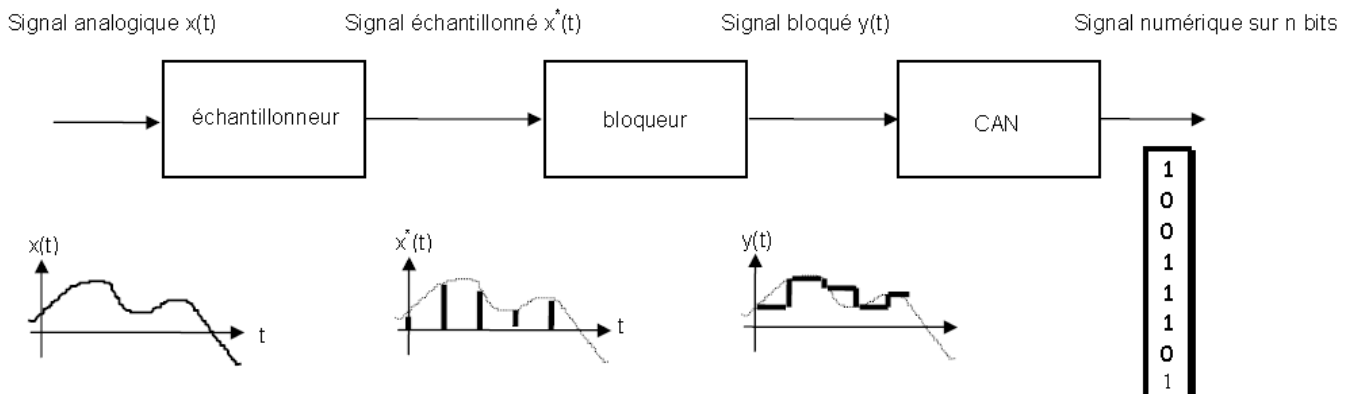


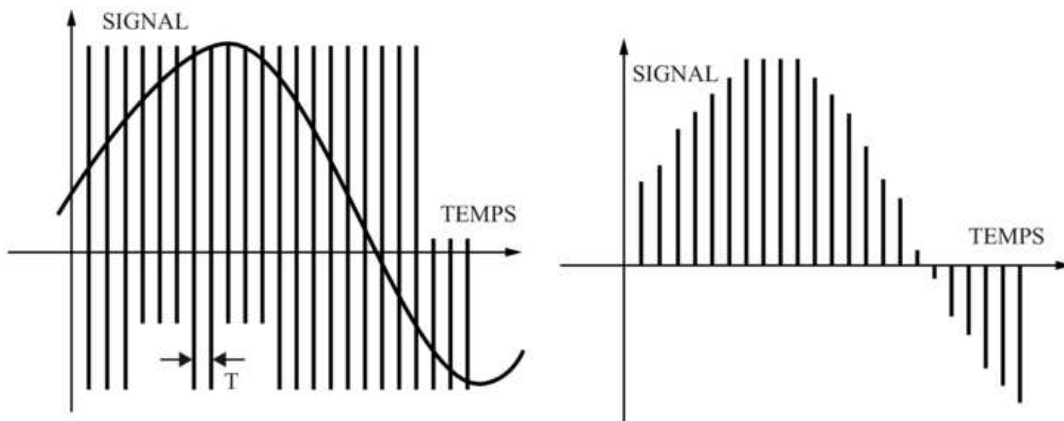
ECHANTILLONNAGE ET NUMERISATION D'UN SIGNAL

La tension dont on souhaite faire l'acquisition à l'aide d'un oscilloscope ou d'une carte d'acquisition est un signal analogique c'est-à-dire un signal qui varie de façon continue au cours du temps.

Le principe de la chaîne étudiée dans le chapitre est présentée sur le schéma ci-dessous :



I- ECHANTILLONNAGE



L'échantillonnage modifie la forme du signal (représentation temporelle) et donc son spectre (représentation fréquentielle).

II-1- Influence de la fréquence d'échantillonnage sur la représentation temporelle du signal

Intuitivement, on comprend que la qualité de la reproduction temporelle du signal augmente avec la fréquence d'échantillonnage f_e .

Malheureusement, cette augmentation se paie par une plus grande place occupée en mémoire donc sera limitée par la mémoire disponible (le nombre N de points d'acquisition est limité : 10 000 sur Latis Pro par exemple).

La durée d'acquisition vérifie $\tau_{acq} = NT_e$ où $T_e = 1/f_e$ est la période d'échantillonnage.

Pour la simple représentation temporelle d'un signal $s(t)$, la durée d'acquisition τ_{acq} peut-être choisie comme la durée sur laquelle on veut observer le signal :

- dans le cas d'un régime transitoire : quelques τ avec τ la durée caractéristique de l'établissement du régime permanent ;
- dans le cas d'un phénomène périodique : quelques périodes T .

Compte-tenu du nombre de points disponibles, on prendra la fréquence d'échantillonnage la plus élevée possible, pour mieux représenter le signal.

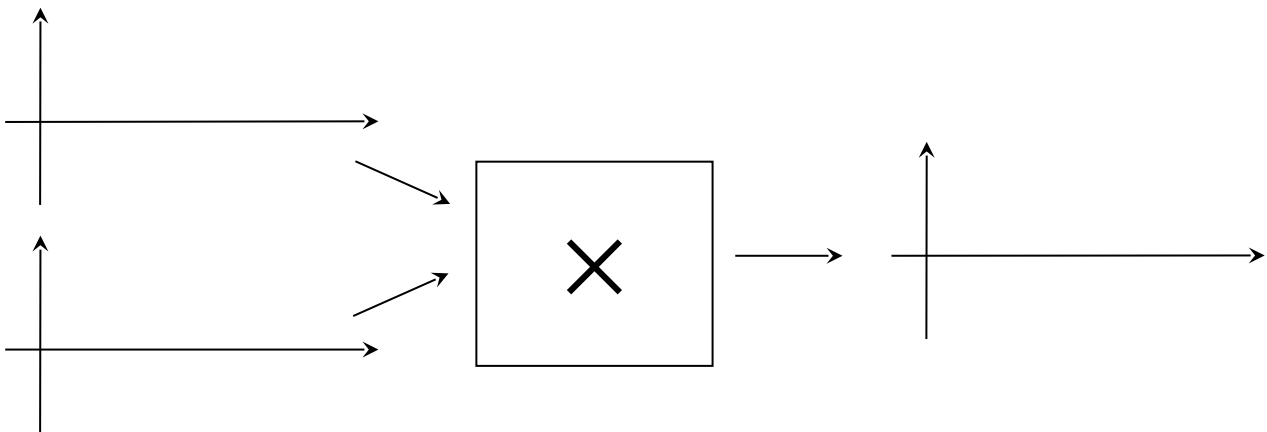
Note : Fréquence d'échantillonnage maximale des oscilloscopes utilisés en TP : 50 MHz, de la carte d'acquisition SYSAM-SP5 : 10 MHz.

I-2- Influence de la fréquence d'échantillonnage sur la représentation spectrale du signal

a- Spectre du signal échantillonné

On peut considérer que le signal échantillonné $x^*(t)$ peut être obtenu à partir du signal analogique $x(t)$ en le multipliant par le signal d'échantillonnage $f(t)$ suivant :

Application au cas d'un signal analogique sinusoïdal : $x(t) = X_0 \sin(\omega_0 t)$



Le signal échantillonné n'est plus une sinusoïde : il y a donc apparition de nouvelles fréquences dans le spectre (la multiplication n'est pas une opération linéaire).

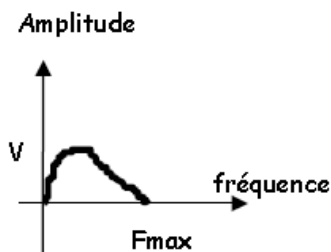
Détermination des fréquences contenues dans le signal échantillonné :

Représentation du spectre de la sinusoïde échantillonnée :

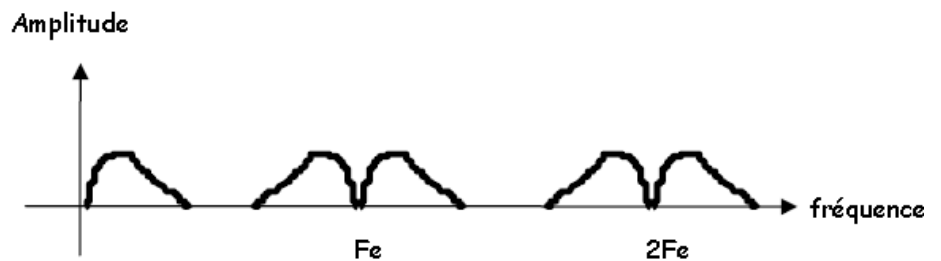


Le spectre de la sinusoïde échantillonnée est obtenu en reproduisant le spectre de la sinusoïde autour de chaque multiple de la fréquence d'échantillonnage F_e .

Généralisation à un signal périodique de forme quelconque et d'étendue spectrale $[0, f_{\max}]$:

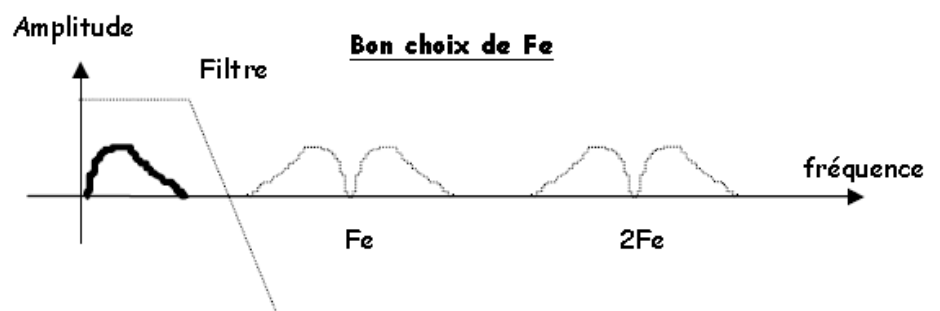
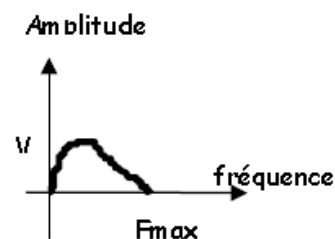


Spectre du signal continu $x(t)$



Spectre du signal échantillonné $x^*(t)$

Le signal échantillonné a un spectre extrêmement riche, ce qui était évident à priori puisqu'il s'agit d'un train d'impulsions très fines.



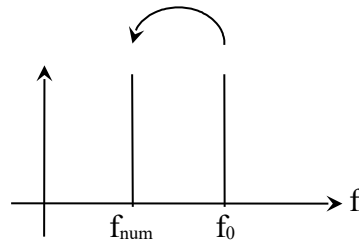
Le spectre contient un grand nombre de fois la même information : un filtrage passe-bas en fin de la chaîne de traitement permet de retrouver le signal de départ.

b- Repliement du spectre

Signal sinusoïdal :

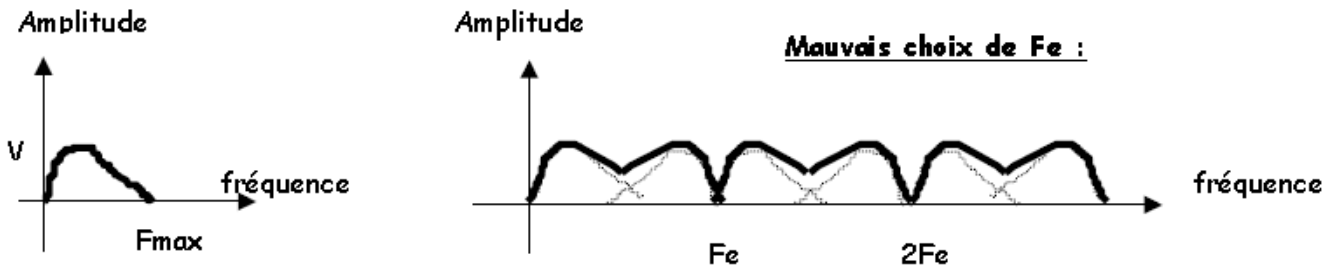
Lorsque $f_0 > F_e - f_0$, la fréquence la plus basse du signal échantillonné correspondant $f_{\text{num}} = F_e - f_0$. Elle ne correspond pas à la fréquence f_0 .

On observe dans ce cas que $f_{\text{num}} < f_0$: on parle de repliement du spectre.



Dans le cas où $F_e < 2 f_0$, un filtrage passe-bas ne permet pas de reconstituer le signal d'origine.

Généralisation à un signal périodique de forme quelconque et d'étendue spectrale $[0, f_{\text{max}}]$:



Dans le cas où $F_e < 2 f_{\text{max}}$, un filtrage passe-bas ne permet pas de reconstituer le signal d'origine.

I-3- Théorème de Nyquist-Shannon

a- Cas d'un signal sinusoïdal

Théorème de Nyquist-Shannon : Pour que l'échantillonnage d'un **signal sinusoïdal** ne modifie pas son spectre, la fréquence d'échantillonnage F_e doit-être au moins deux fois supérieure à la fréquence du signal f_0 :

$$F_e \geq 2f_0$$

b- Cas d'un signal quelconque à spectre limité

Toutes les fréquences du signal à échantillonner appartiennent à un intervalle $[f_{\text{min}}; f_{\text{max}}]$. On doit donc avoir : $F_e \geq 2f \forall f \in [f_{\text{min}}; f_{\text{max}}]$.

D'où le théorème généralisé :

Théorème de Nyquist-Shannon : Pour que l'échantillonnage d'un **signal quelconque** ne modifie pas son spectre, la fréquence d'échantillonnage f_e doit-être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale du signal f_{max} :

$$F_e \geq 2f_{\text{max}}$$

Note : Fréquence d'échantillonnage maximale des oscilloscopes utilisés en TP : 50 MHz, de la carte d'acquisition SYSAM-SP5 : 10 MHz.

I-4- Filtre anti-repliement

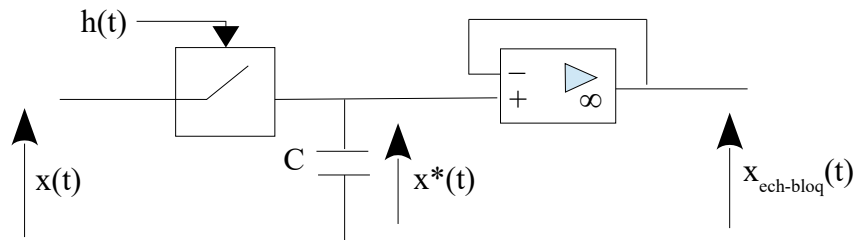
Dans le cas d'une conversion analogique-numérique, par exemple lors de la numérisation du son, la fréquence maximale $f_{\max}$ du signal peut être assez grande, alors que la fréquence d'échantillonnage f_e est limitée par la cadence de travail du circuit électronique de numérisation.

Si la fréquence d'échantillonnage maximale praticable est inférieure à $2f_{\max}$, une solution consiste à effectuer un filtrage passe-bas analogique du signal avant son échantillonnage, de manière à enlever de son spectre les fréquences supérieures à $f_e/2$. Ce type de filtre est appelé filtre anti-repliement.

Idéalement, un filtre anti-repliement doit avoir un gain de 1 dans la bande passante $[0, f_e/2]$, nul en dehors.

II- ECHANTILLONNAGE-BLOCAGE

Le montage ci-dessous est un montage échantillonneur-bloqueur (sera réalisé en T.P.) :



L'interrupteur est un interrupteur commandé par un signal d'horloge $h(t)$ qui ouvre et ferme l'interrupteur avec une fréquence f_e grande devant la fréquence du signal $x(t)$ que l'on veut échantillonner.

On modélise l'interrupteur fermé par un fil et l'interrupteur ouvert par une résistance infinie.

- Lorsque l'interrupteur est fermé, C se charge sous la tension $x(t)$;
- lorsqu'il est ouvert le condensateur ne peut pas se décharger car l'impédance d'entrée de l'A.O. est infinie. La tension du condensateur est donc bloquée.



III- NUMÉRISATION D'UN SIGNAL ANALOGIQUE

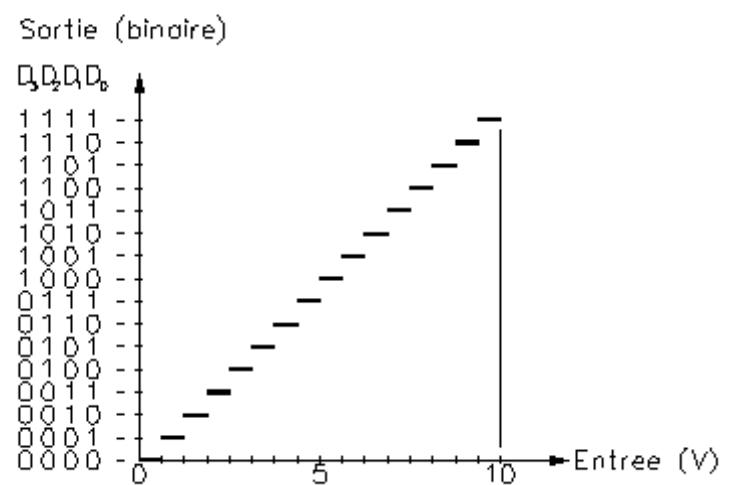
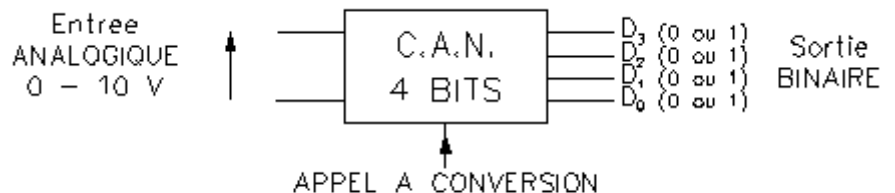
II-1- Principe de la numérisation

Le signal analogique échantillonné puis bloqué est ensuite numérisé.

On associe à un intervalle de tensions l'état de N sorties (-5V ou 5V par exemple) pour un convertisseur N bits correspondant à un nombre p codé en binaire.

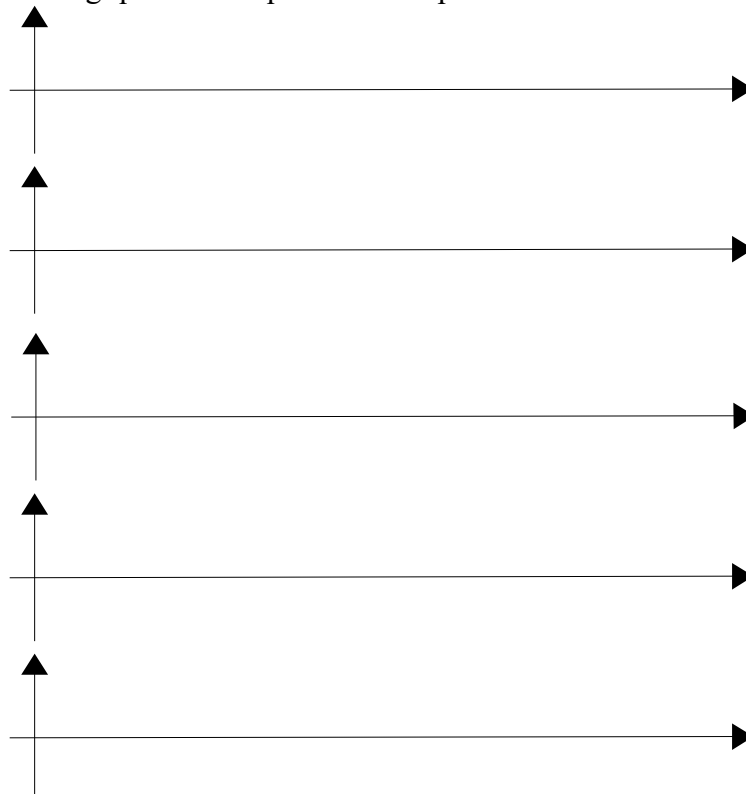
L'intervalle de tensions considéré est alors représenté par une tension pq où « q » est le saut minimal entre deux valeurs numériques consécutives. « q » est appelé pas de quantification. Il est égal à la plage de tensions convertibles ΔV divisé par le nombre de valeurs numériques possibles :
 $q = \Delta V / (2^N - 1)$.

On comprend que plus les pas de quantification sont petits, plus ils sont nombreux sur une plage donnée et donc que plus la précision du signal quantifié est importante.



Loi de conversion du convertisseur

Exemple : conversion analogique-numérique d'une rampe de tension sur 4 bits :



II-2- Codage en binaire

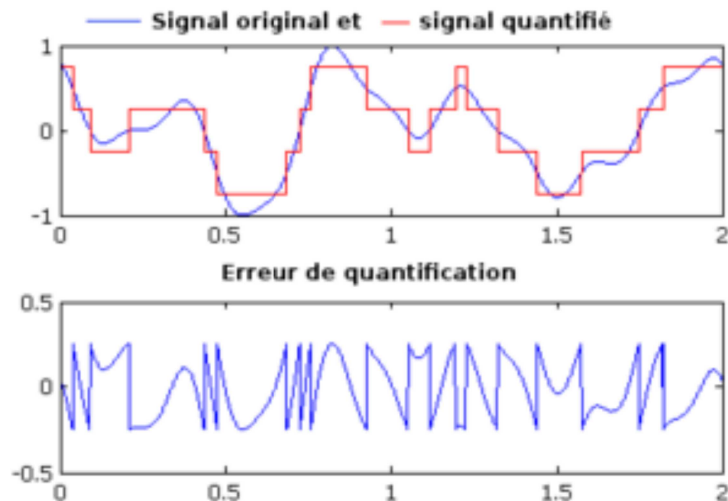
Soit p un nombre codé en binaire sur N bits :
$$p = \sum_{k=0}^{N-1} a_k 2^k$$

La tension numérisée correspondante vaut pq .

Exemple de la carte d'acquisition SYSAM-SP5 d'Eursomart (12 bits)

- Combien y-a-t-il de valeurs numériques possibles de tensions ?
- Si la plage de tension convertible en numérique est de 20,48 V (dépend du calibre choisi), quelle est la valeur du pas de quantification ?
- Quel sera le codage binaire associé à une tension de 50 mV ?
- Quel sera le codage binaire associé à une tension de 52 mV ?

Conclusion : La conversion analogique-numérique introduit une erreur de quantification.



Cette erreur diminue lorsque l'on augmente :

- le nombre de bits du convertisseur analogique numérique
- la fréquence d'échantillonnage

mais cela se fait au prix d'une augmentation du poids des données stockées.

Extrait du programme associé à ce chapitre :

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2. Électronique numérique	
Échantillonnage : fréquence d'échantillonnage. Conséquences expérimentales du théorème de Nyquist-Shannon.	Réaliser l'échantillonnage d'un signal. Choisir la fréquence d'échantillonnage afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon. Commenter la structure du spectre du signal obtenu après échantillonnage. Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'un logiciel de calcul numérique. <u>Capacité numérique</u> : calculer, à l'aide d'un langage de programmation, la transformée de Fourier discrète d'un signal numérique.
Filtrage numérique.	Mettre en œuvre un convertisseur analogique/numérique et un traitement numérique afin de réaliser un filtre passe-bas ; utiliser un convertisseur numérique/analogique pour restituer un signal analogique. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, simuler un filtrage numérique et visualiser son action sur un signal périodique.