
RECAPITULATIF DE DYNAMIQUE DU POINT MATERIEL

I- Méthode de traitement des exercices de dynamique

- Définir le système sur lequel on travaille.
- Identifier le référentiel dans lequel on étudie le mouvement.
- Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système et les représenter sur un schéma.
- Choisir une base de projection adaptée au problème.
- Appliquer un des théorèmes de dynamique au système.
- Si la relation choisie est vectorielle (PFD ou TMC), la projeter sur chacun des axes choisis.
- Intégrer (ou résoudre) la (ou les) équation(s) différentielle(s) obtenue(s) en tenant compte des conditions initiales (suivant chaque axe si le théorème choisi est sous forme vectorielle).

II- Théorèmes

Soit un point M, de masse m, soumis à un ensemble de forces $\Sigma \vec{F}$ appliquées au point M .
Son mouvement est étudié dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen.

1- PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

$$m(\vec{a}_M)_{\mathcal{R}} = \Sigma \vec{F}_{\text{appliquées au point M}}$$

2- THÉORÈMES ÉNERGÉTIQUES

Ces deux théorèmes permettent de s'affranchir des forces qui ne travaillent pas

a) Théorème de l'énergie cinétique

- Au cours d'un déplacement infinitésimal (ou élémentaire), entre deux instants t et t + dt, le point M passe de la position M à la position M' :

$$dE_C(M) = \delta W(\vec{F}_{\text{appliquées au point M}})$$

avec $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM}$

- Au cours d'un déplacement fini entre deux instants t₁ et t₂, le point M passe de la position M₁ à la position M₂ :

$$\Delta E_C(M) = \Sigma W(\vec{F}_{\text{appliquées au point M}})$$

avec $W(\vec{F}) = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{OM}$ et $\Delta E_C(M) = \int_{M_1}^{M_2} dE_C(M)$

b) Théorème de l'énergie mécanique

C'est une autre forme du théorème de l'énergie cinétique. Ce théorème se déduit du précédent

- Au cours d'un déplacement infinitésimal (ou élémentaire) entre deux instants t et $t + dt$, le point M passe de la position M à la position M' :

$$dE_M(M) = \delta W(\vec{F}_{\text{non conservatives appliquées au point M}})$$

avec une force conservative : une force telle que $\delta W(\vec{F}) = -dE_p(M)$, l'énergie potentielle étant une fonction dépendant de la position du point M .

- Au cours d'un déplacement fini entre deux instants t_1 et t_2 , le point M passe de la position M_1 à la position M_2 :

$$\Delta E_M(M) = \Sigma W(\vec{F}_{\text{non conservatives appliquées au point M}})$$

3- THÉORÈME DU MOMENT CINÉTIQUE

Ce théorème est plus simple à appliquer que le P.F.D pour les mouvements circulaires. Il permet de s'affranchir des forces dont le moment est nul.

$$\left(\frac{d(\vec{\sigma}_{OM})_R}{dt} \right)_R = \Sigma \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{appliquées au point M}}) \quad \text{avec } \underline{O \text{ un point fixe}} \text{ du référentiel } \mathcal{R}$$

Attention à **ne pas confondre** :

$(\vec{\sigma}_{OM})_{\mathcal{R}} = \vec{OM} \wedge m(\vec{v}_M)_{\mathcal{R}}$: **moment cinétique** du point M par rapport à O .

$\vec{M}_{O\vec{F}} = \vec{OM} \wedge \vec{F}$: **moment de la force** $\vec{F}$ par rapport à O .

III- Expressions de quelques forces courantes et énergies potentielles associées

Force	Expression de la force	Energie potentielle (si force conservative)
Poids	$\vec{P} = m\vec{g}$ vertical descendant	$E_p = +mgz + \text{cste}$ si axe vertical orienté vers le haut. $E_p = -mgz + \text{cste}$ si axe vertical orienté vers le bas.
Poussée d'Archimède	$\vec{\Pi}_A = -m_{\text{fluidedéplacé}}\vec{g}$ Vertical ascendant	$E_p = -m_{\text{déplacé}}gz + \text{cste}$ si axe vertical orienté vers le haut. $E_p = +m_{\text{déplacé}}gz + \text{cste}$ si axe vertical orienté vers le bas.
Force de rappel élastique	$\ \vec{F}_r\ = k \ell - \ell_0 $ dans la direction du ressort k : cste de raideur du ressort ℓ : longueur du ressort à t. ℓ_0 : longueur propre du ressort (ou longueur au repos ou longueur à vide)	$E_p = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + \text{cste}$
Contact sans frottement	$\vec{R}$ perpendiculaire au support.	Ne travaille pas
Contact avec frottement (lois de Coulomb)	$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ $\vec{N}$ composante de $\vec{R}$ normale au support $\vec{T}$ composante de $\vec{R}$ tangente au support Si pas de glissement : $\ \vec{T}\ < f\ \vec{N}\ $ Si glissement : $\ \vec{T}\ = f\ \vec{N}\ $ Avec f coefficient de frottement	$\vec{N}$ ne travaille pas $\vec{T}$ travaille, force non conservative
Force de frottement fluide	Force s'exerçant dans la direction de $(\vec{v}_M)_{\mathcal{R}_{\text{fluide}}}$ mais en sens opposé. $\vec{F}_f = -h(\vec{v}_M)_{\mathcal{R}_{\text{fluide}}}$ expression linéaire, h coeff de frottement. $\ \vec{F}_f\ = \lambda \left((\vec{v}_M)_{\mathcal{R}_{\text{fluide}}} \right)^2$ expression quadratique, λ coeff de frottement	Force non conservative. Contribue à diminuer l'énergie du point M.

Force	Expression de la force	Energie potentielle (si force conservative)
Force électrostatique	$\vec{F}_e = q\vec{E}$ Champ créé un condensateur plan : $\ \vec{E}_c\ = \frac{U}{d} \text{ et } \vec{E}_c \perp \text{ plaques}$ Champ créé par une charge ponctuelle Q : $\vec{E}_Q = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$	$E_{pe} = -q\ \vec{E}_c\ x + \text{cste}$ avec x la position entre les plaques $E_{pe} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} + \text{cste}$
Force magnétostatique	$\vec{F}_m = q\vec{v}_M \wedge \vec{B}$ Champ créé par un solénoïde infini : $\ \vec{B}\ = \mu_0 nI$	Ne travaille pas
Force de gravitation	$\vec{F}_g = \frac{-GmM}{r^2} \vec{u}_r$ Exercée par une masse M en O sur une masse m à la distance r de O	$E_p = -\frac{GmM}{r} + \text{cste}$

IV- Equilibre et stabilité

Lorsqu'un point M est en équilibre :

- Les forces qui s'exercent sur M se compensent : pas de mouvement de translation
- Les moments des forces qui s'exercent sur M se compensent : pas de mouvement de rotation
- L'énergie potentielle de M est extrémale (maximale ou minimale).
 - Si l'équilibre est stable, l'énergie potentielle est minimale.
 - Si l'équilibre est instable, l'énergie potentielle est maximale.

V- Oscillateur harmonique

Au voisinage d'une position d'équilibre stable, un système dont l'énergie mécanique est constante se comporte comme un oscillateur harmonique (c'est-à-dire un système soumis à une force de rappel proportionnelle à l'élongation).

L'équation différentielle régissant le mouvement d'un oscillateur harmonique peut se mettre sous la forme canonique suivante : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{es}$ où ω_0 , appelée pulsation propre, représente la pulsation des oscillations. Elle ne dépend que des caractéristiques propres du système indépendamment des conditions initiales. On parle d'**isochronisme** des oscillations.