

Amortisseur d'automobile

Système M(m)

BDF $\vec{P}$, $\vec{F}_{\text{rappe}}$, $\vec{f}$

Remarques

- Rm 1 : La masse appuyée sur le ressort $\Rightarrow$ à l'équilibre $l_{eq} < l_0$.
Le ressort est comprimé à l'équilibre.
- Rm 2 : $\vec{f} = -\alpha(v - v_1)\vec{u}_0$
Il s'agit de la force exercée par l'huile de l'amortisseur sur un piston lié rigidement à M.
La vitesse à prendre en compte dans la force $\vec{f}$ est donc la vitesse du piston (ou de M) par rapport au fluide cad $(v - v_1)\vec{u}_0$.

1 - Déplacement sur route horizontale

PFD / Ox : $m\ddot{x} = -k(l - l_0) - mg - \alpha\dot{x}$ (car $v_1 = 0$
car $x_1 = \text{cte}$)

$$\ddot{x} + \left(\frac{\alpha}{m}\right)\dot{x} + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = \left(\frac{k}{m}\right)\left(l_0 - \frac{mg}{k}\right)$$

Soit sous forme canonique : $\ddot{x} + \left(\frac{\omega_0}{\alpha}\right)\dot{x}(t) + \left(\omega_0^2\right)x(t) = \left(\omega_0^2\right)x_{eq}$

À l'équilibre : $\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$ donc $\boxed{x_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k}}$

Si $\alpha = \alpha_c = 2\sqrt{mk}$ alors Δ , discriminant du polynôme caractéristique associé à l'équation homogène s'écrit :

$$\Delta = \frac{\alpha_c^2}{m^2} - 4\frac{k}{m} = \frac{4mk}{m^2} - 4\frac{k}{m} = \frac{4k}{m} - \frac{4k}{m} = 0$$

Le système, après une perturbation, évolue jusqu'à atteindre un état d'équilibre avec $x(t) = (At+B)e^{-\frac{\alpha}{2m}t} + x_{eq}$

Ce régime est celui qui permet d'atteindre l'équilibre le plus rapidement.

2. Déplacement sur route ondulée.

Soit $X(t) = x(t) - x_e$ l'élongation (écartement par rapport à l'équilibre)
donc $\dot{X}(t) = \dot{x}(t)$ et $\ddot{X}(t) = \ddot{x}(t)$

PPD / Ose : $m\ddot{x} = -k(x - x_e) - mg - \alpha(x - x_1)$

avec $x_e = x - x_1$

donc $m\ddot{x} + \alpha \dot{x} + kx(t) = kx_{eq} + kx_1(t) + \alpha \dot{x}_1$

ou $m\ddot{X} + \alpha \dot{X} + kX(t) = kx_1(t) + \alpha \dot{x}_1 = F(t)$

3. Déplacement sur une route de profil sinusoïdal

Le second membre de l'équation est sinusoïdal de pulsation ω .
 $\Rightarrow$ en régime établi : $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

En passant en notation complexe =

$$-m\omega^2 \underline{X} + \alpha j\omega \underline{X} + k\underline{X} = k\underline{x}_1 + \alpha j\omega \underline{x}_1$$

$$\underline{X} = \frac{k + \alpha j\omega}{-m\omega^2 + \alpha j\omega + k} \underline{x}_1$$

avec $\alpha = \alpha_c = 2\sqrt{mk}$: $|\underline{X}| = X_m = \sqrt{\frac{k^2 + 4mk\omega^2}{(k^2 - m\omega^2)^2 + 4mk\omega^2}} X_1$

soit $X_m = \sqrt{\frac{\omega_0^4 + 4\omega^2\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_0^2}} X_1$

En posant $\omega = \frac{\omega}{\omega_0}$: $X_m = \sqrt{\frac{1 + 4\omega^2}{(1 - \omega^2)^2 + 4\omega^2}} X_1$

$$X_m = \frac{\sqrt{1 + 4\omega^2}}{(1 + \omega^2)} X_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \varpi \ll 1 : X_m \simeq X_1 \\ \bullet \varpi \gg 1 : X_m \rightarrow 0 \\ \bullet \varpi = 1 : X_m = \frac{\sqrt{5}}{2} X_1 = 1,1 X_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{il existe une résonance pour une pulsation réduite } \varpi_r.$$

Rappel :   la résonance, l'amplitude des oscillations est maximale.

$$\varpi_r = ?$$

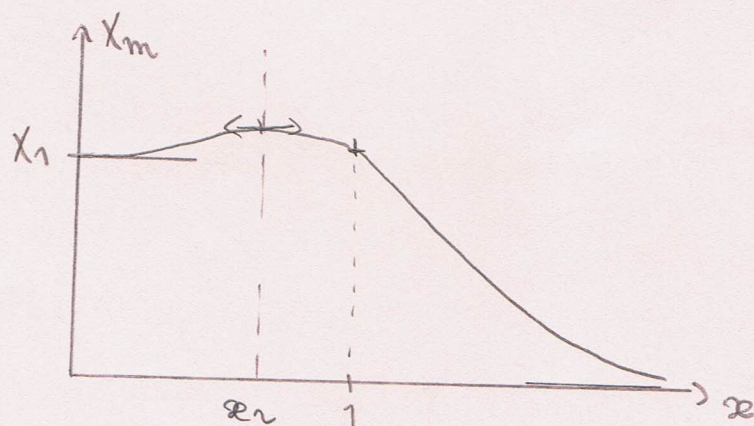
$$\left(\frac{dX_m}{d\varpi} \right)_{\varpi_r} = 0$$

$$\text{On } \frac{dX_m}{d\varpi} = X_1 \cdot \frac{\frac{1}{2} \times 8\varpi (1+4\varpi^2)^{-1/2} (1+\varpi^2) - (1+4\varpi^2)^{1/2} \times 2\varpi}{(1+\varpi^2)^2}$$

$$\text{Donc : } 2(1+\varpi_r^2) - (1+4\varpi_r^2) = 0$$

$$\text{soit } 1 = 2\varpi_r^2$$

$$\text{ou } \varpi_r = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7 \quad \text{et } X_m(\varpi_r) = \frac{2}{\sqrt{3}} X_1 = 1,2 X_1$$



Lorsque la pulsation est faible (la voiture roule lentement ou les bosses sont  cart es), le chassis suit les ondulations de la route

Lorsqu'elle est plus  lev e, l'amplitude des oscillations du chassis tend vers 0. L'excitation (ondulations du sol) est trop rapide pour que le système ait le temps de suivre.