
DYNAMIQUE DU POINT MATERIEL EN REFERENTIEL NON GALILEEN

I- REPÈRES ET RÉFÉRENTIELS

I-1- Repères

Pour décrire le mouvement d'un point matériel, il faut le repérer :

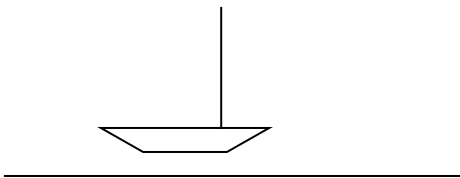
- dans l'espace. Il faut choisir un repère, c'est-à-dire un point pris comme origine de l'espace associé à une base de vecteurs ;
- dans le temps. Il faut donc choisir une origine des temps.

I-2- Référentiels

Un référentiel est un espace fixe par rapport à un observateur dans lequel il décrit le mouvement d'un système à l'aide de repères spatial et temporel.

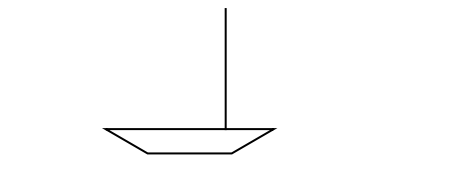
Exemple : balle lâchée du haut du mât d'un bateau en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai

- Mouvement de la balle dans le référentiel lié au bateau :



Attention !!! : Ne pas confondre les notions de repère et de référentiel.
On peut choisir différents repères pour un même référentiel.

- Mouvement de la balle dans le référentiel lié au quai :



Conclusion : Dans les deux exemples , l'équation différentielle du mouvement est la même.

Les mouvements ne sont cependant pas identiques car les conditions initiales étant différentes, les constantes qui interviennent lors de la résolution de l'équation différentielle du mouvement sont différentes.

C'est ce qui explique la différence de nature entre les trajectoires dans chacun des deux référentiels.

Les notions de trajectoire, de vitesse et d'accélération n'ont de sens que si on précise le référentiel dans lequel elles sont définies.

II- CHANGEMENTS DE RÉFÉRENTIELS

On peut étudier le mouvement d'un point matériel dans des référentiels différents.

Par exemple, la chute d'une balle, lâchée du haut du mât d'un bateau animé d'un mouvement rectiligne uniforme, peut être étudiée :

- dans le référentiel du quai : trajectoire parabolique
- dans le référentiel du bateau : trajectoire rectiligne plus simple à étudier

Le mouvement de la balle dans le référentiel du quai, plus complexe, résulte de la superposition de son mouvement dans le référentiel du bateau et du mouvement du bateau dans le référentiel du quai : on parle de composition des mouvements.

Pour la suite du chapitre, on considèrera deux référentiels :

- un référentiel de référence noté R_0 muni d'un repère d'origine O ;
- un référentiel noté R_1 muni d'un repère d'origine O_1 . R_1 est en mouvement par rapport à R_0 .

II-1- Translation et rotation d'un référentiel par rapport à un autre

En mécanique, un mouvement de translation est un mouvement pour lequel, à tout instant, un solide garde la même orientation dans l'espace.

Dans le cas d'un référentiel R_1 en translation dans R_0 , cela signifie qu'une base cartésienne de R_1 (donc fixe dans R_1) garde toujours la même orientation dans une base cartésienne de R_0 .

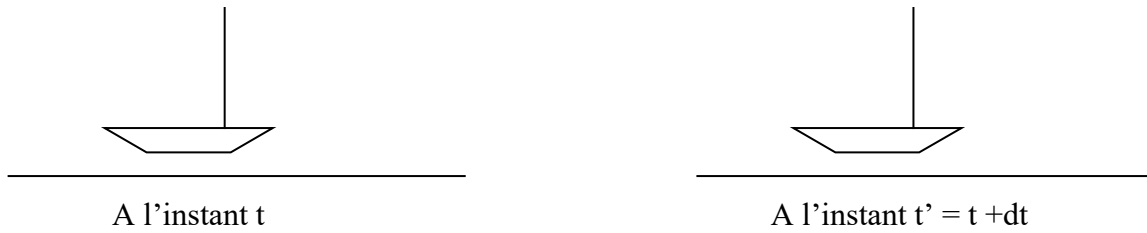
Remarque : Cela ne veut pas dire que le mouvement de O_1 dans R_0 est rectiligne.

Exemple : Le mouvement d'une nacelle dans la grande roue d'une fête foraine est un mouvement de translation circulaire (la trajectoire de O_1 dans R_0 est circulaire mais la nacelle reste toujours verticale, son orientation ne varie pas).

II-2- Point coïncident, vitesse d'entraînement

Définition : On appelle point coïncident (noté M_C) un point fixe de R_1 coïncident avec le point M à l'instant t . La vitesse du point M_C dans le référentiel R_0 est appelée vitesse d'entraînement du point M .

Exemple 1 : balle lâchée du haut du mât d'un bateau en mouvement rectiligne uniforme



Exemple 2 : homme se déplaçant sur un manège en rotation suivant un rayon du manège



Conclusion : Le mouvement du point coïncidant peut être visualisé en imaginant qu'on donne un coup de pinceau à l'endroit où se trouve le point M à un instant t . Cette trace de peinture, immobile dans R_1 , sera en revanche en mouvement dans R_0 .

La vitesse d'entraînement $(\vec{v}_{M_C})_{R_0}$ correspond à la vitesse à laquelle le point M est entraîné par le référentiel R_1 à un instant t . Elle dépend a priori du point où se trouve M à cet instant, d'où la notion de point coïncidant.

II-3- Lois de composition des vitesses et des accélérations

a- Loi de composition des vitesses

La loi de composition des vitesses est assez intuitive : $(\vec{v}_M)_{R_0} = (\vec{v}_M)_{R_1} + (\vec{v}_{M_C})_{R_0}$

où $(\vec{v}_{M_C})_{R_0}$ vitesse du point coïncidant M_C dans R_0 est appelée vitesse d'entraînement.

Remarque : dans le cas d'un mouvement de translation, tous les points matériels ont la même vitesse d'entraînement, qui est celle de l'origine O_1 du repère lié à R_1 par rapport à R_0 .

b- Loi de composition des accélérations

Les accélérations quant à elles se composent suivant la relation : $(\vec{a}_M)_{R_0} = (\vec{a}_M)_{R_1} + (\vec{a}_{M_C})_{R_0} + \vec{a}_C$

avec : $(\vec{a}_{M_C})_{R_0}$: accélération du point coïncidant dans R_0 (accélération d'entraînement)

et $\vec{a}_C = 2\vec{\omega}_{R_1/R_0} \wedge (\vec{v}_M)_{R_1}$ accélération de Coriolis

Il faut savoir déterminer les expressions des vitesse et accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis dans les deux types de situations suivantes qui seront couramment rencontrées :

Exemple 1 : balle tombant du mat d'un bateau en mouvement rectiligne et uniforme par rapport au quai

Exemple 2 : Contrôleur se déplaçant le long du rayon d'un manège en rotation uniforme par rapport au sol

III- DEFINITION D'UN REFERENTIEL GALILEEN

III-1- Principe d'inertie : définition d'un référentiel galiléen (1^{ère} loi de Newton)

On postule l'existence de référentiels dits galiléens par rapport auxquels le mouvement d'un point matériel isolé est un mouvement rectiligne uniforme. Si le point isolé est initialement au repos, il reste au repos.

Conséquence : Dans un référentiel galiléen, l'accélération d'un point isolé est nulle.

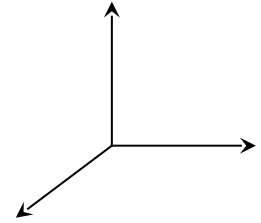
Remarque : Par définition, un point isolé est un point matériel qui n'est soumis à aucune force. C'est une notion théorique car il n'existe pas en réalité de point mécaniquement isolé. On peut par contre rencontrer des systèmes pseudo-isolés. Ces systèmes sont soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle.

III-2- Cas particulier du référentiel de Copernic

Le référentiel de Copernic constitue le meilleur référentiel galiléen identifiable expérimentalement.

On peut associer à ce référentiel un repère cartésien $(C, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$:

- C est le centre de masse du système solaire.
- $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$ définissent les directions de trois étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes.



Remarque : Ce référentiel est aussi appelé référentiel de Képler ou référentiel héliocentrique.

III-3- Généralisation de la définition d'un référentiel galiléen

Le référentiel de Copernic (noté R_C) étant considéré comme galiléen, l'accélération d'un point M isolé y est nulle et son vecteur vitesse y est constant : $(\vec{v}_M)_{R_C} = \text{cste}$

On s'intéresse à un autre référentiel, noté R, en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à R_C .

On peut donc écrire, en utilisant la loi de composition des vitesses : $(\vec{v}_M)_{R_C} = (\vec{v}_M)_R + (\vec{v}_{M_C})_{R_C}$.

On constate que :

$(\vec{v}_{M_C})_{R_C} = \text{cste}$ car le point coïncidant M_C est fixe dans R et donc est en mouvement rectiligne uniforme dans R_C .

Pour un point isolé on a donc : $(\vec{v}_M)_R = \text{constant}$.

Ce point isolé est donc animé dans R d'un mouvement rectiligne uniforme : on peut conclure que R est un référentiel galiléen.

Conséquence : Tout référentiel animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

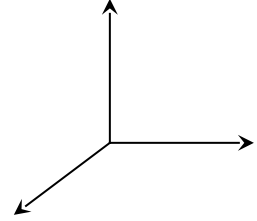
Conclusion : Les référentiels non galiléens sont des référentiels accélérés par rapport à un référentiel galiléen.

III-4- Caractère galiléen des référentiels terrestre et géocentrique

a- Le référentiel géocentrique

On peut associer à ce référentiel un repère cartésien $(T, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$:

- T est le centre de masse de la Terre.
- $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$ définissent les directions de trois étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes (les mêmes que celles définies pour le référentiel de Copernic).



La Terre tourne dans ce référentiel.

Le référentiel géocentrique R_G est galiléen s'il est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport au référentiel de Copernic R_C .

Il faut savoir retrouver le résultat suivant :

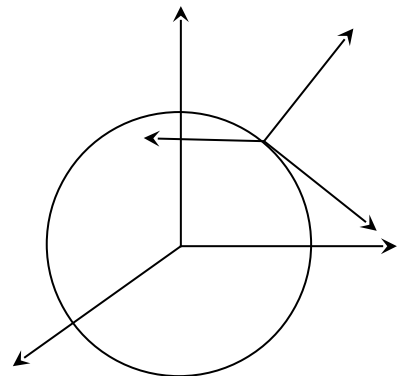
Pour des durées de l'ordre de grandeur de la journée (ou des durées inférieures) le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen.

b- Le référentiel terrestre

On peut associer à ce référentiel un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$:

- T est le centre de masse de la Terre.
- $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$ sont fixes par rapport à la Terre.

C'est en fait le « référentiel du laboratoire ».



La Terre est fixe dans ce référentiel.

Le référentiel terrestre R_T est galiléen s'il est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport au référentiel géocentrique R_G considéré comme galiléen.

Il faut savoir retrouver le résultat suivant :

Pour des durées de l'ordre de grandeur de la minute (ou des durées inférieures) le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen.

Remarque : Les référentiels terrestre et géocentrique peuvent éventuellement être considérés comme galiléens sur des durées un peu plus longues si l'on ne recherche pas une trop grande précision dans les résultats.

IV- RINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

IV-1- Principe fondamental de la dynamique en référentiel galiléen (2^{ème} loi de Newton)

Dans un référentiel galiléen, on peut écrire pour un point matériel M de masse m la relation :

$$m(\vec{a}_M)_{R_{\text{galiléen}}} = \sum \vec{F}_{\text{appliquées sur M}}$$

IV-2- Invariance du P.F.D. par changement de référentiel galiléen

Considérons deux référentiels :

- R galiléen
- R' en translation rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{u}_{R'/R} = u\vec{e}_x$ par rapport à R.

Dans R galiléen, le P.F.D. appliqué à un point M de masse m soumis à des forces de résultante

$$\sum \vec{F}_{\text{appliquées sur M}} \text{ s'écrit : } m(\vec{a}_M)_R = \sum \vec{F}_{\text{appliquées sur M}} .$$

Dans le référentiel R' : $(\vec{a}_M)_{R'} = (\vec{a}_M)_R - (\vec{a}_{M_C})_R - \vec{a}_C$

avec $(\vec{a}_{M_C})_{R_0} = (\vec{a}_{O'})_{R_0} = \vec{0}$ et $\vec{a}_C = \vec{0}$ donc $(\vec{a}_M)_{R'} = (\vec{a}_M)_R$

Le P.F.D. Dans R' galiléen s'écrit donc : $m(\vec{a}_M)_{R'} = \sum \vec{F}_{\text{appliquées sur M}} .$

➤ Le principe fondamental de la dynamique est invariant par changement de référentiel galiléen.

La généralisation de ce résultat s'appelle principe de la relativité restreinte :

Les lois de la mécanique classique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Les origines des temps communes $t = t' = 0$ ont été fixées à l'instant où O et O' coïncidaient.

La position d'un point M est repérée à un instant t par son vecteur position :

$$\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M} = \vec{ut} + \vec{O'M} .$$

On aboutit ainsi à la transformation de Galilée qui permet de passer de R à R' en considérant le temps comme absolu (mesure du temps indépendante du référentiel : $t = t'$) :

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

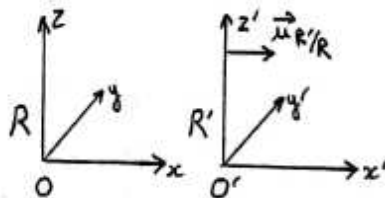
Lors de cette transformation, les forces et le principe fondamental de la dynamique gardent la même forme d'un référentiel à l'autre : ils sont invariants par cette transformation.

Les objets figurant dans ces équations peuvent se transformer (changer de valeur), comme les coordonnées x,y,z mais les relations qui les lient restent inchangées lorsque l'on passe de R à R'.

IV-3- Principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen

a- Introduction : forces d'inertie

On se place dans le cadre d'un référentiel terrestre galiléen.



Exemple 1 : freinage d'une voiture

Le conducteur ressent une force qui le pousse vers l'avant. Cette force n'existe pas lorsque la voiture roule en ligne droite et à vitesse constante. Elle est engendrée par le caractère non galiléen du référentiel lié à la voiture lors du freinage.

Voir l'animation à l'adresse www.imaginascience.com dans le dossier « force centrifuge » à la page 2.

Exemple 2 : Voiture sur un rond-point

Le conducteur ressent une force qui le pousse vers l'extérieur du virage (force centrifuge). Cette force n'existe pas lorsque la voiture roule en ligne droite et à vitesse constante. Elle est engendrée par le caractère non galiléen du référentiel lié à la voiture lors de la rotation sur le rond-point.

Conclusion : Dans les deux exemples, le référentiel de la voiture est non galiléen. Il y a alors apparition de forces supplémentaires qui n'existent pas lorsque le référentiel de la voiture est galiléen (vitesse constante et ligne droite). Ces forces, appelées « forces d'inertie » ne sont pas des forces d'interaction, elles n'ont pas d'origine matérielle. Il faut cependant en tenir compte lors de l'écriture du principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen.

b- Principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen

Soient $R_{\text{galiléen}}$ un référentiel galiléen et $R_{\text{non galiléen}}$ un référentiel non galiléen.

Le point M de masse m est soumis à un ensemble de forces $\sum \overrightarrow{F}_{\text{appliquées sur M}}$.

On peut écrire dans $R_{\text{galiléen}}$: $m(\overrightarrow{a_M})_{R_{\text{galiléen}}} = \sum \overrightarrow{F}_{\text{appliquées sur M}}$.

En utilisant la loi de composition des accélérations, on obtient : $m(\overrightarrow{a_M})_{R_{\text{galiléen}}} = m(\overrightarrow{a_M})_{R_{\text{non galiléen}}} + m\overrightarrow{a_e} + m\overrightarrow{a_c}$

On aboutit alors à l'expression du principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen :

$$m(\vec{a}_M)_{R_{\text{non galiléen}}} = \sum \vec{F}_{\text{appliquées sur M}} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

Avec : $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$ force d'inertie d'entraînement

Et : $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$ force d'inertie de Coriolis.

c- Exemple d'application

On considère une feuille de salade collée au panier d'une essoreuse en rotation à vitesse constante.

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen.

Par contre, le référentiel lié au panier ne l'est pas car il est en rotation par rapport au référentiel terrestre galiléen.

Le bilan des forces appliquées à la feuille de salade dans le référentiel du panier fait donc apparaître des forces d'inertie.

Déterminer l'expression de la force d'inertie de Coriolis et celle de la force d'inertie d'entraînement appliquées à la feuille de salade.

Dans le cas d'un mouvement d'entraînement de rotation, la force centrifuge correspond à la force d'inertie d'entraînement.

V- AUTRES THÉORÈMES

Ils correspondent à d'autres formes d'écriture du P.F.D.

V-1- Théorème du moment cinétique

D'autre part, le P.F.D. appliqué au point M dans R non galiléen s'écrit : $m(\vec{a}_M)_R = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$.

On obtient alors que $\vec{OM} \wedge m(\vec{a}_M)_R = \vec{OM} \wedge \left(\sum_{k=1}^N \vec{F}_k + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic} \right) = \sum_{k=1}^N \vec{OM} \wedge \vec{F}_k + \vec{OM} \wedge \vec{F}_{ie} + \vec{OM} \wedge \vec{F}_{ic}$

On en déduit le théorème du moment cinétique par rapport à un point O fixe dans R non galiléen :

$$\frac{d(\vec{\sigma}_{O(M)})_R}{dt} = \sum_{k=1}^N \vec{M}_{O(F_k)} + \vec{M}_{O(F_{ie})} + \vec{M}_{O(F_{ic})}$$

V-2- Théorèmes énergétiques

On étudie le mouvement de M dans un référentiel R non galiléen.

a- Théorème de l'énergie cinétique

$$\text{Pour un déplacement fini : } \Delta(E_C)_R = (E_{C2})_R - (E_{C1})_R = \sum_{j=1}^N (W_{\vec{F}_j})_R + (W_{\vec{F}_{ie}})_R + (W_{\vec{F}_{ie}})_R$$

b- Théorème de l'énergie mécanique

$$\text{Pour un déplacement fini : } (\Delta E_M)_R = \sum_{k=1}^{N'} (W_{\vec{F}_{\text{non conservatives}}})_R$$

c- Energie potentielle des forces d'inertie

- Force d'inertie de Coriolis

Il faut savoir montrer qu'il n'y a pas d'énergie potentielle associée à la force d'inertie de Coriolis.

- Force d'inertie d'entraînement

Il y a une énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement : la force d'inertie d'entraînement est une force conservative.

Il faut savoir retrouver le résultat suivant dans le cas où le référentiel R_1 est en rotation uniforme à la vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}}$ par rapport au référentiel R_0 galiléen :

Un point M de masse m est soumis dans R_1 à une force d'inertie d'entraînement (force centrifuge) de la forme : $\vec{F}_{ie} = m\omega_{R_1/R_0}^2 \vec{r}_e$ dans le cas d'un mouvement d'entraînement de rotation uniforme.

Attention : Cette expression de la force d'inertie d'entraînement n'est pas générale. Elle est spécifique à ce mouvement d'entraînement.

Il faut également savoir retrouver que :

Dans le cas d'un mouvement d'entraînement de rotation uniforme, l'énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement s'écrit : $E_{\text{entraînement}} = -\frac{1}{2} m \omega_{RNG/RG}^2 r^2$

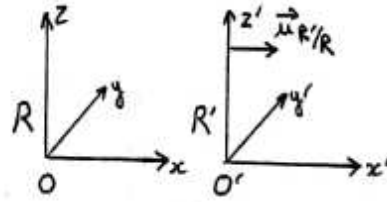
Extrait du programme relatif à ce chapitre :

La partie « **Référentiels non galiléens** » est organisée autour de deux situations : la translation et la rotation uniforme autour d'un axe fixe. L'accent est mis sur la compréhension qualitative des effets observés, l'évaluation des ordres de grandeurs et les conséquences expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Référentiels non galiléens	
Mouvement d'un référentiel par rapport à un autre dans les cas du mouvement de translation et du mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.	Identifier et caractériser un mouvement de translation et un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe d'un référentiel par rapport à un autre.
Vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre.	Exprimer le vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'une translation, et dans le cas d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe : vitesse d'entraînement, accélérations d'entraînement et de Coriolis.	Relier les dérivées d'un vecteur dans des référentiels différents par la relation de la dérivation composée. Citer et utiliser les expressions de la vitesse d'entraînement et des accélérations d'entraînement et de Coriolis.
Dynamique du point en référentiel non galiléen dans le cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Forces d'inertie.	Exprimer les forces d'inerties, dans les seuls cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Décrire et interpréter les effets des forces d'inertie dans des cas concrets : sens de la force d'inertie d'entraînement dans un mouvement de translation ; caractère centrifuge de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où le référentiel est en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Utiliser les lois de la dynamique en référentiel non galiléen dans les seuls cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen.
Caractère galiléen approché d'un référentiel. Exemple du référentiel de Copernic, du référentiel géocentrique et du référentiel terrestre.	Citer quelques manifestations du caractère non galiléen du référentiel terrestre. Estimer, en ordre de grandeur, la contribution de la force d'inertie de Coriolis dans un problème de dynamique terrestre.

Des exemples de manifestations du caractère non galiléen du référentiel terrestre seront développées dans le chapitre suivant.

Annexe : lois de composition des vitesses et des accélérations



1) Loi de composition des vitesses

$$\left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_0} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{R_0} = \left(\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt}\right)_{R_0} + \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{R_0}$$

$$\left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{v_{O1}}\right)_{R_0} + \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{R_1} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

$$\text{Or } \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{R_1} \text{ donc } \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} + \left(\overrightarrow{v_{O1}}\right)_{R_0} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

$$\text{soit : } \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} + \left(\overrightarrow{v_{MC}}\right)_{R_0} \text{ avec } \left(\overrightarrow{v_{MC}}\right)_{R_1} = \overrightarrow{v_e} = \left(\overrightarrow{v_{O1}}\right)_{R_0} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

Cas particulier n°1 : R' en translation dans R : $\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} = \vec{0}$ donc $\left(\overrightarrow{v_{MC}}\right)_{R_1} = \overrightarrow{v_e} = \left(\overrightarrow{v_{O1}}\right)_{R_0}$

Cas particulier n°2 : R' en rotation uniforme dans R autour d'un axe fixe : $\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} = \text{cste}$

2) Loi de composition des accélérations

Cas particulier n°1 : R' en translation dans R : $\left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_1} + \overrightarrow{a_e}$ avec $\overrightarrow{a_e} = \left(\overrightarrow{a_{MC}}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_{O1}}\right)_{R_0}$

Cas particulier n°2 : R' en rotation uniforme dans R autour d'un axe fixe :

$$\left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_1} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} + \left(\overrightarrow{a_{O1}}\right)_{R_0} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{R_1} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

$$\text{soit } \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_1} + 2\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} + \left(\overrightarrow{a_{O1}}\right)_{R_0} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

$$\text{ou } \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_M}\right)_{R_1} + \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_e}$$

$$\text{avec } \overrightarrow{a_C} = 2\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{v_M}\right)_{R_1} \text{ et } \overrightarrow{a_e} = \left(\overrightarrow{a_{MC}}\right)_{R_0} = \left(\overrightarrow{a_{O1}}\right)_{R_0} + \overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \left(\overrightarrow{\omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$