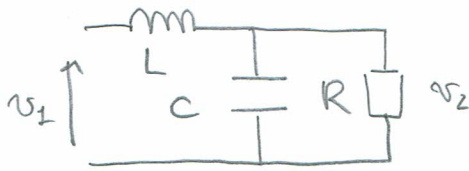


Etude d'une cellule de filtrage.

①

1) Nature du filtre



$$\text{ABF: } |Z_c| = \frac{1}{C\omega} \rightarrow \infty$$

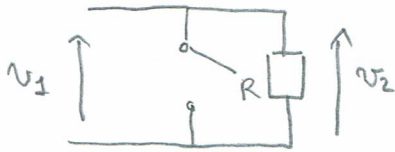
$$\text{donc } \text{---} \parallel \text{---} \Leftrightarrow \text{---} \text{---}$$

$$\text{AHF: } |Z_c| \simeq 0$$

$$\text{donc } \text{---} \parallel \text{---} \Leftrightarrow \text{---}$$

Pour la bobine, comportement inverse du condensateur.
D'où ces schémas équivalents du montage:

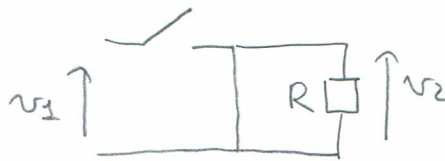
ABF



$$v_2 = v_1$$

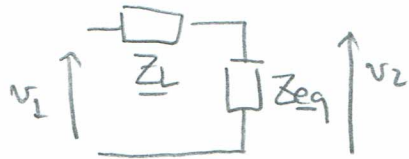
$\Rightarrow$ filtre passe bas

AHF



$$v_2 = 0$$

2. On peut simplifier le circuit:



$$\text{avec } Z_{eg} = \frac{R}{1+jRC\omega}$$

$\hookrightarrow$ association parallèle de R et C

Avec un diviseur de tension on peut écrire:

$$\underline{v_2} = \frac{Z_{eg}}{Z_{eg} + Z_L} \underline{v_1} = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega} + jL\omega} \underline{v_1}$$

$$\underline{v_2} = \frac{R}{R + jL\omega - RLC\omega^2} \underline{v_1}$$

$$\text{d'où } \underline{H} = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}$$

$$\text{On pose } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{R}{L\omega_0} \text{ donc } \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 Q}$$

$$\text{d'où } \underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{Q}{\omega_0} - \omega^2} \text{ avec } \omega = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$3. * |H| = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = G$$

$$* \frac{dG}{dx} = 0 \quad \text{pour} \quad \left((1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \right)' = 0$$

$$\text{soit pour} \quad 2(1-x^2)(-2x) + \frac{2x}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \left(\frac{1}{Q^2} - 2(1-x^2) \right) = 0$$

$$\text{donc } x=0 \quad \text{ou} \quad 2(1-x^2) = \frac{1}{Q^2}$$

$$\Leftrightarrow 1-x^2 = \frac{1}{2Q^2}$$

$$x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} > 0$$

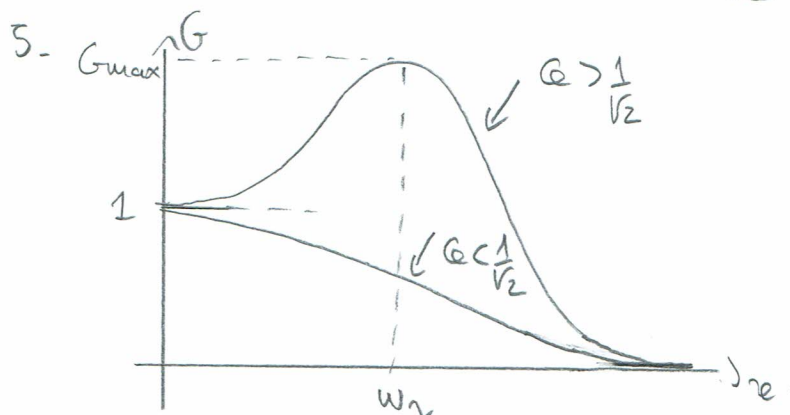
$\rightarrow$ existe si $1 - \frac{1}{2Q^2} > 0$ soit $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

dans ce cas $G(x)$ passe par un extremum. Il y a résonance.

$$4. \omega_r = x_r \times \omega_0$$

$$x_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \omega_0 \quad \text{et} \quad G_{\max} = G(x = x_r)$$

$$\text{donc } G_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4Q^4} + \frac{1}{Q^2} - \frac{1}{2Q^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{1}{4Q^4}}}$$



$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} G(x) = 1 \end{array} \right\} \forall Q$$

(3)

$$\begin{aligned}
 6. \text{ Valeur moyenne: } V_{1\text{ moy}} &= \frac{1}{T} \int_0^T v_1(t) dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^{T_H} V_0 dt \\
 &= \frac{V_0 T_H}{T}
 \end{aligned}$$

$$V_{1\text{ moy}} = V_0 \alpha$$

7. a) fondamental de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$

b) amplitude V_{fond} de la composante fondamentale $u_1(t)$

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \frac{V_0}{\pi} \left[\sin(2\pi\alpha) \cos(\omega t) + 2 \sin^2(\pi\alpha) \sin(\omega t) \right] \\
 &= V_{\text{fond}} \cos(\omega t + \varphi_1)
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } V_{\text{fond}}^2 = \frac{V_0^2}{\pi^2} \left[\sin^2(2\pi\alpha) + 4 \sin^4(\pi\alpha) \right]$$

c) Harmonique de rang 2 de pulsation $2\omega = \frac{4\pi}{T}$

d) amplitude V_2 de l'harmonique de rang 2 $u_2(t)$

$$\begin{aligned}
 u_2(t) &= \frac{V_0}{\pi} \left[\frac{\sin(4\pi\alpha)}{2} \cos(2\omega t) + \frac{\sin^2(2\pi\alpha)}{2} \sin(2\omega t) \right] \\
 &= V_{\text{harm}} \cos(2\omega t + \varphi_2)
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } V_{\text{harm}}^2 = \frac{V_0^2}{\pi^2} \left[\frac{\sin^2(4\pi\alpha)}{4} + \sin^4(2\pi\alpha) \right]$$

8. La valeur moyenne du signal de sortie correspond à sa composante continue qui est transmise sans atténuation en sortie du filtre donc $V_{\text{moy}} = V_{1\text{ moy}}$.

$$\begin{aligned}
 9. * f_0 &= \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-5}}} = \frac{10^3}{2\pi\sqrt{2}} \\
 f_0 &= 113 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

$$* Q = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{100}{2 \cdot 10^{-1} \times 2\pi \times 113} = 0,7 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{limite entre} \\ \text{résonance et} \\ \text{pas de} \\ \text{résonance} \end{array} \right\}$$

$$* V_{\text{moy}} = V_0 \alpha = 15 \times \frac{1}{3} = 5 \text{ V.}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad & \left. \begin{array}{l} V_{\text{fond}} = 8,3 \text{ V.} \\ V_{\text{harm}} = 4,1 \text{ V} \end{array} \right\} \text{ en entrée du filtre}
 \end{aligned}$$

Correspond à la réponse la plus plate possible dans la bande passante.

$$f = 5 \text{ kHz} \gg f_0 = 113 \text{ Hz}$$

$$\text{donc } H \approx -\frac{1}{e^2} = -\frac{f_0^2}{g^2}$$

$$\text{d'où en série : } V_{\text{fond},s} = +\left(\frac{f_0}{g}\right)^2 V_{\text{fond}} = \left(\frac{113}{5000}\right)^2 \times 8,3 = 4,2 \text{ mV}$$

$$\text{et } V_{\text{Rarm},s} = \left(\frac{f_0}{2g}\right)^2 V_{\text{Rarm}} = 0,5 \text{ mV.}$$

$$11- \text{a, b) } V_{\text{eact}} \approx V_{\text{fond},s} \quad \text{car } V_{\text{fond},s} \gg V_{\text{Rarm},s}$$

$$\text{c) Taux d'ondulation } \zeta = \frac{(\Delta V_2/2)}{V_{2\text{moy}}} = \frac{V_{\text{eact}}}{V_{2\text{moy}}} = \frac{4,2 \cdot 10^{-3}}{5} = 0,08\%$$

$\Rightarrow$ on obtient un signal quasiment continu.