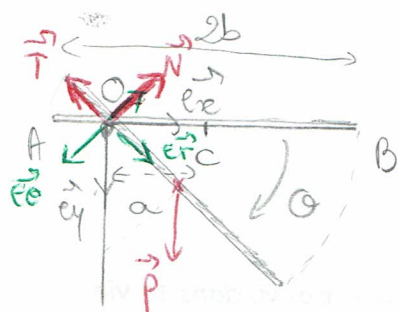




- coef frottement f entre la barre et la tige
- Pas de v initiale, position horizontale.

θ / la barre commence à glisser.

- Pas de glissement tant que $\|\vec{T}\| < f \|\vec{N}\|$
 $\Rightarrow$ expressions à déterminer
 $\Rightarrow$ PFD (car $\vec{v}_{B/O} = \vec{v}_{T/O} = \vec{0}$
 et $\vec{W}_N = \vec{W}_T = \vec{0}$ tant qu'il n'y a pas glissement)

- PFD à la barre: $m \vec{a}_C = \vec{T} + \vec{N} + \vec{P}$
 avec C l'axe central de la barre animé d'un mouvement circulaire de rayon a autour de O.

$$\text{donc } \vec{a}_C = -a\dot{\theta}^2 \vec{e}_r + a\dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\text{PFD} / \vec{e}_r : -ma\dot{\theta}^2 = mg \sin \theta - \|\vec{T}\|$$

$$\text{PFD} / \vec{e}_\theta : ma\ddot{\theta} = +mg \cos \theta - \|\vec{N}\|$$

$$\text{d'où } \|\vec{T}\| = mg \sin \theta + ma\dot{\theta}^2$$

$$\text{et } \|\vec{N}\| = +mg \cos \theta - ma\ddot{\theta}$$

$\Rightarrow$ il faut déterminer les expressions de $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ en fonction de θ

- L'énergie mécanique de la barre est constante car la force de frottement ne travaille pas tant qu'il n'y a pas glissement (vitesse du point de la barre en contact avec l'axe nulle)

$$E_m = \underbrace{E_{pp}(\theta=0)}_{=0(\text{ref})} + \underbrace{E_c(\theta=0)}_{=0 \text{ (cf CI)}} = \underbrace{E_{pp}(\theta)}_{=-mg \sin \theta} + \underbrace{(E_{cc})_{\text{relabo}}}_{\frac{1}{2} m v_c^2} + \underbrace{(E_{c\text{bare}})_{Rc}}_{\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2}$$

$$E_m = 0 = -mg \sin \theta + \frac{1}{2} m a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} m b^2 \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$\text{d'où} \quad \dot{\theta}^2 = \frac{g \sin \theta}{\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{6} b^2}$$

$$\text{et} \quad 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} = \frac{g \cos \theta}{\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{6} b^2} \quad \text{soit} \quad \ddot{\theta} = \frac{g \cos \theta}{a^2 + \frac{1}{3} b^2}$$

- On peut alors réécrire la condition de non glissement en fonction de θ ;

$$\cancel{mg} \sin \theta + \cancel{ma} \frac{g \sin \theta}{\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{6} b^2} \leq f \left(\cancel{mg} \cos \theta - \cancel{ma} \frac{g \cos \theta}{a^2 + \frac{1}{3} b^2} \right)$$

$$g \sin \theta \times \left(1 + \frac{2a^2}{a^2 + \frac{b^2}{3}} \right) \leq + f g \cos \theta \left(1 + \frac{a^2}{a^2 + \frac{1}{3} b^2} \right)$$

$$\tan \theta \leq \frac{f(a^2 + \frac{b^2}{3} - a^2)}{a^2 + \frac{b^2}{3} + 2a^2}$$

$$\boxed{\tan \theta \leq \frac{f b^2}{g a^2 + b^2}}$$