

Accéléromètre

- 1) Le référentiel du bâti est en translation rectiligne non uniforme dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le référentiel du bâti est non galiléen.
Son accélération par rapport au sol est notée $\vec{a}_B$.

Syst = masse

Forces appliquées dans le référentiel du bâti =

- $\vec{F}_{\text{gauche}} = -k(l_{\text{gauche}} - l_0) \vec{u}_x$

- $\vec{F}_{\text{droite}} = +k(l_{\text{droite}} - l_0) \vec{u}_x$

- $\vec{F}_g \text{ gauche} = -g(x_c - x_b) \vec{u}_x$

- $\vec{F}_g \text{ droite} = -g(x_c - x_b) \vec{u}_x$

- $\vec{P}$
- $\vec{N}$

$\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$ car mouvement horizontal.

- $\vec{F}_u = -m \vec{a}_B = -m a \vec{u}_x$

Rm $\vec{F}_{ic} = \vec{0}$ car Bâti en translation dans R terrestre

PFD / Oe $m \ddot{L} = -k(l_{\text{gauche}} - l_0) + k(l_{\text{droite}} - l_0) + 2x(-g)(x_c - x_b) - m a \vec{u}_x$

On, si on considère qu'à l'équilibre: $\begin{cases} l_{\text{gauche}_{eq}} = l_0 \\ l_{\text{droite}_{eq}} = l_0 \end{cases}$

alors $\begin{cases} l_{\text{gauche}} - l_0 = x_c - x_b \\ l_0 - l_{\text{droite}} = x_c - x_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_{\text{gauche}} - l_0 + l_{\text{droite}} - l_0 = -2(x_c - x_b) \\ = -2L \end{cases}$

On obtient: $m \ddot{L} = -k 2L - 2g \dot{L} - m a$

soit $\left| \ddot{L} + \frac{2g}{m} \dot{L} + \frac{2k}{m} L(t) = -a \right|$

2) On pose $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{2g}{m}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ donc $Q = \frac{m \omega_0}{2g} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$3) \quad \ddot{L} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{L} + \omega_0^2 L(t) = -a$$

Si le boîtier est animé d'un mouvement sinusoïdal alors l'accélération $a_B(t)$ est sinusoïdale de même pulsation : $a_B(t) = -A_B \cos(\omega t)$

En notation complexe : $\underline{L}(-\omega^2 + j\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2) = -a_B$

en posant $\omega = \frac{\omega}{\omega_0}$;

$$\left| \frac{\underline{L}}{\underline{a}_B} = -\frac{1/\omega_0^2}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \omega^2} \right|$$

4) On obtient un filtre mécanique passe-bas.

En effet : $\omega \ll \omega_0$; $\left| \frac{\underline{L}}{\underline{a}_B} \right| = +\frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow |\underline{L}| = \frac{|a_B|}{\omega_0^2}$
ou $\omega \ll 1$

L'amplitude du mouvement de la masse dans le référentiel du boîtier est proportionnelle à l'amplitude de l'accélération du boîtier.

$\omega \gg \omega_0$; $\left| \frac{\underline{L}}{\underline{a}_B} \right| \rightarrow 0$
ou $\omega \gg 1$

La masse n'oscille pas
 $\Rightarrow$ l'accélération du boîtier n'est pas détectée.

5) D'après 4) : accéléromètre pour $\omega \ll \omega_0$.

$$6) \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d+L} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d-L}$$

$$7) \quad d+L = \frac{\epsilon_0 S}{C_1} \quad \text{et} \quad d-L = \frac{\epsilon_0 S}{C_2} \Rightarrow 2L = \epsilon_0 S \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\left| L = \frac{\epsilon_0 S}{2} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right) \right|$$

$\Rightarrow$ la mesure des capacités permet d'accéder à L et donc à l'accélération du boîtier pour $\omega \ll \omega_0$.