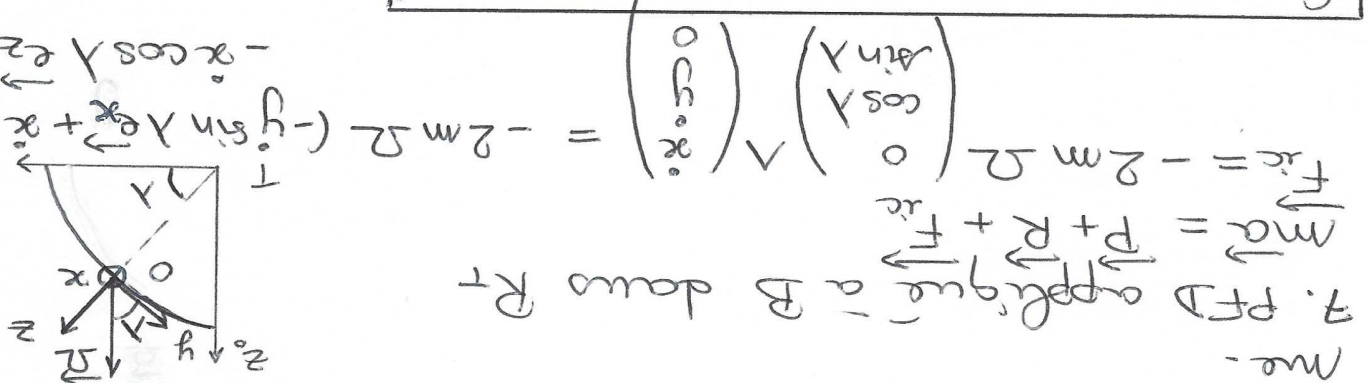


Problème 1: Trajectoire d'une balle

1. Latitude λ : angle entre le plan équatorial et (To)
2. $\vec{F}_g = -G \frac{m M_T}{R_T^2} \vec{e}_z = -G \frac{m M_T}{R_T^2} \vec{e}_z$
3. $\vec{F}_{ie} = -m \vec{a}_e = m \Omega^2 \overrightarrow{HB}$ où H est le projeté orthogonal de B sur l'axe Tz_0
4. Définition du poids: $\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{ie}$ avec $\|\vec{F}_g\| \gg \|\vec{F}_{ie}\|$. Dans la suite, on considère $\vec{P}$ dirigé selon $-\vec{e}_z$.
5. Bilan des forces: $\vec{F}_g, \vec{R}, \vec{F}_{ie}, \vec{F}_{ic}$ (force d'inertie de Coriolis)
6. $\vec{F}_g + \vec{F}_{ie} = \vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{F}_{ic} = -2m\Omega \wedge \vec{v}$
7. $\vec{F}_{ic} \perp \vec{v} \Rightarrow$ ne travaille pas
- De même pour $\vec{P}$ et $\vec{R}$ (forces verticales $\perp$ au mouvement horizontal)
- Par application du théorème de l'énergie cinétique: $\Delta E_c = W = 0 \Rightarrow$ l' E_c se conserve, le mouvement est uniforme.



$$\begin{cases} m\ddot{x} = 2m\Omega \sin \lambda \dot{y} \\ m\ddot{y} = -2m\Omega \sin \lambda \dot{x} \\ m\ddot{z} = -mg + R + 2m\Omega \cos \lambda \dot{x} = 0 \end{cases}$$

8. $\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega \sin \lambda \dot{y} & (1) \\ \ddot{y} = -2\Omega \sin \lambda \dot{x} & (2) \end{cases}$ On pose $u = x + iy$

$(1) + i(2) \Rightarrow \ddot{u} = 2\Omega \sin \lambda (\dot{y} - i\dot{x}) = -2i\Omega \sin \lambda (\dot{x} + i\dot{y})$ soit $\ddot{u} = 2i\Omega \sin \lambda \dot{u}$

On intègre l'équation précédente :

$$\dot{u} = -2i\Omega \sin \lambda u + cte$$

$$A t = 0 : \begin{cases} x=0, y=0 \Rightarrow u=0 \\ \dot{x}=\dot{y}=0 \Rightarrow \dot{u}=\dot{u}_0 \end{cases} \Rightarrow cte = \dot{u}_0$$

$$\dot{u} + 2i\Omega \sin \lambda u = \dot{u}_0$$

$$A t = 0, u = 0 \Rightarrow A = -\frac{2i\Omega \sin \lambda}{\dot{u}_0}$$

$$u(t) = \frac{i\dot{u}_0}{2\Omega \sin \lambda} \left[e^{-2i\Omega \sin \lambda t} - 1 \right]$$

$$= \frac{\dot{u}_0}{2\Omega \sin \lambda} \left[\sin(2\Omega \sin \lambda t) + i(\cos(2\Omega \sin \lambda t) - 1) \right]$$

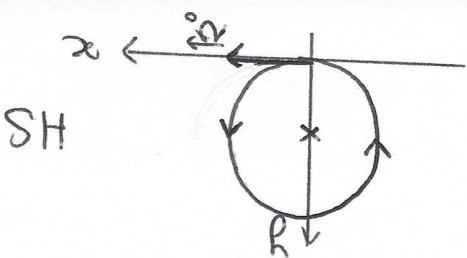
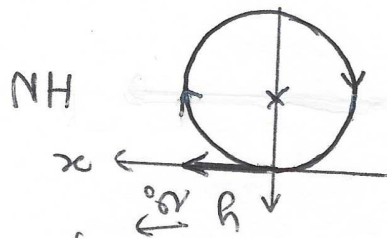
$$\begin{cases} x(t) = \operatorname{Re}(u(t)) = \frac{\dot{u}_0}{2\Omega \sin \lambda} \sin(2\Omega \sin \lambda t) \\ y(t) = \operatorname{Im}(u(t)) = \frac{\dot{u}_0}{2\Omega \sin \lambda} [\cos(2\Omega \sin \lambda t) - 1] \end{cases}$$

$$9. \quad x^2 + (y + \dot{u}_0 \sin \lambda)^2 = \frac{\dot{u}_0^2}{4\Omega^2 \sin^2 \lambda} (\sin^2(2\Omega \sin \lambda t) + \cos^2(2\Omega \sin \lambda t)) = \frac{\dot{u}_0^2}{4\Omega^2 \sin^2 \lambda}$$

$\Rightarrow$ équation d'un cercle de centre $(0, -\frac{\dot{u}_0}{2\Omega \sin \lambda})$ et de rayon $\frac{\dot{u}_0}{2\Omega |\sin \lambda|}$

D'après la question 6, le mouvement est circulaire uniforme.

10. Le mouvement est identique dans l'hémisphère Sud (circulaire uniforme) mais parcourt en sens inverse.



(2)