
LOIS DU FROTTEMENT SOLIDE

Exercice 1 : Equilibre sur une échelle

Une échelle, de masse m et de longueur $2L$, repose d'une part sur le sol en B (coefficient de frottement f) et d'autre part contre un mur vertical en A (coefficient de frottement nul pour ce point de contact). Elle est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.

A quelle distance maximale de B un homme de masse M peut-il se trouver sans que l'échelle ne glisse ?

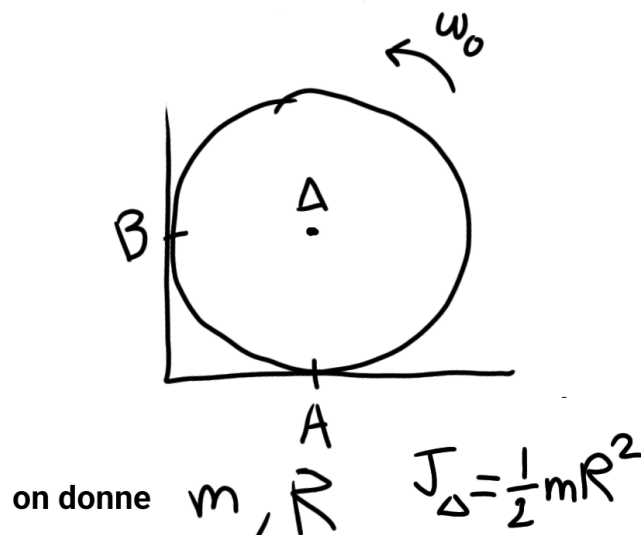
Exercice 2 : Roue qui frotte contre un mur et le sol (Oral Mines-Ponts MPI 2025)

Un cylindre de masse m et de rayon R tourne autour d'un axe Δ horizontal en frottant contre le sol en A et contre un mur en B avec le même coefficient de frottement f .

Son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ a pour expression : $J_{\Delta} = \frac{1}{2}mR^2$.

Sa vitesse de rotation initiale est notée ω_0 .

Déterminer le nombre de tours que fait le cylindre avant de s'arrêter.



Exercice 3 : *Masses reliées, condition de glissement*

Une brique de masse m_1 peut glisser sur un plan incliné faisant un angle φ avec l'horizontale avec un coefficient de frottement f . La brique est retenue par un fil passant par une poulie d'inertie négligeable tendue par une masse m^2 . On appelle α le rapport m_2/m_1 .

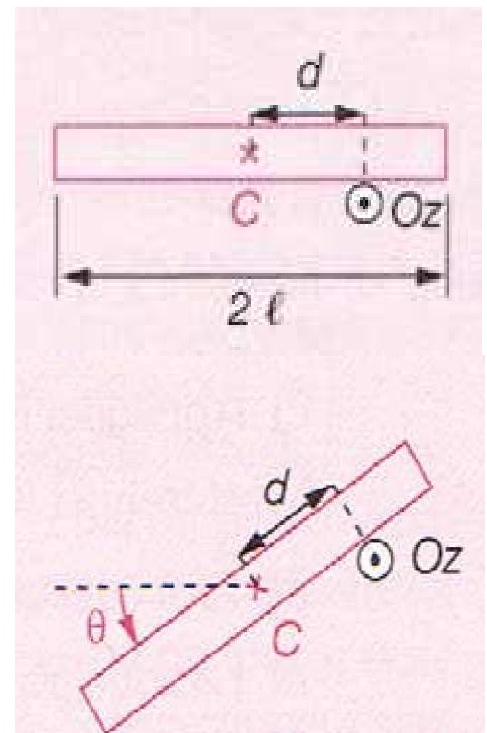
Montrer que pour $\alpha^2 - 1 < f^2$ le système est en équilibre si $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$.

Exercice 4 : *Basculement d'une planche*

Une planche carrée de côté $2L$ et de très faible épaisseur, homogène de masse m , est initialement posée horizontalement, sans vitesse initiale, sur une barre cylindrique fixe et de faible rayon. Son centre de masse C est alors distant de d de la barre cylindrique notée Oz . Le coefficient de frottement tige/planche est noté f . On suppose que la planche tourne autour de Oz sans glisser. La position de la planche est repérée par θ , angle par rapport à l'horizontale.

Le moment d'inertie I par rapport à Oz de la planche a

pour expression : $I = md^2 + \frac{1}{3}mL^2$.



- 1) Quelle est la trajectoire du centre de masse C de la planche ?
- 2) Déterminer l'expression de $\vec{a}_C$.
- 3) Déterminer les expressions des composantes normale et tangentielle de la réaction exercée par la barre sur la planche en fonction de la position angulaire θ .
- 4) Pour quel angle θ_0 la planche commence-t-elle à glisser ?

Exercice 5 : *Lancer de jeton, condition de glissement*

On dépose un jeton sur un plateau horizontal en rotation uniforme autour d'un axe fixe vertical à la vitesse angulaire ω .

On note f le coefficient de frottement statique entre le jeton et le plateau.

Sachant que le jeton est déposé sans vitesse initiale à la distance r de l'axe de rotation, à quelle condition le jeton se met-il à glisser ?

Exercice 6: Etude d'un mouvement de collé-glissé

Il existe de nombreuses situations relevant du modèle développé dans cet exercice : excitation d'une corde de violon par un archet, mise en vibration d'un verre de cristal par le pincement d'un doigt humecté sur son rebord, crissement d'une craie sur la tableau, freinage d'une bicyclette, etc ...

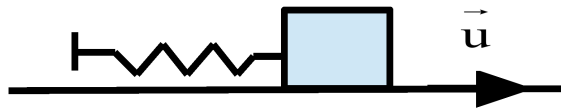
On étudie un solide en mouvement qui entraîne un autre, lequel est retenu par une force élastique et il y a tantôt glissement, tantôt non.

On modélise l'action de l'archet sur la corde du violon par le modèle du "collé-glissé".

Un solide de masse m est accroché à un ressort de raideur k dont l'autre extrémité est fixe. Ce solide est posé sur un support animé d'une vitesse uniforme de norme u .

A l'instant initial, le ressort n'est ni tendu ni comprimé et le solide est solidaire du support mobile.

On appelle f_s le coefficient de frottement statique et $f_d < f_s$ le coefficient de frottement dynamique.



- 1) On considère dans un premier temps que le solide est entraîné à la vitesse u par le support. Représenter sur un schéma les forces appliquées à la masse m .
- 2) Déterminer l'expression de l'élongation $x(t)$ (écart entre la longueur du ressort à un instant t et sa longueur à vie l_0) au cours de cette phase du mouvement.
- 3) Déterminer l'expression de l'instant t_1 pour lequel le solide commence à glisser.
- 4) Représenter la phase du mouvement avant glissement (de $t = 0$ à t_1) dans l'espace des phases.
- 5) Déterminer l'expression de $x(t)$ lors de la phase de glissement en prenant une nouvelle origine des temps à l'instant t_1 . Préciser les expressions des constantes d'intégration.
- 6) Déterminer l'équation de la trajectoire de phase pour cette deuxième phase du mouvement.
- 7) La représenter dans l'espace des phases.
- 8) Montrer, en utilisant la trajectoire de phase, que le glissement cesse à son tour.
- 9) Que se passe-t-il ensuite ?

Quelques résultats :

Exercice 1 : Equilibre tant que l'homme est à une distance d de B inférieure à

$$d_0 = \frac{f(M+m)2L \tan \alpha - mL}{M}$$

Exercice 5 : $r \leq \frac{fg}{\omega^2}$

Exercice 6 : 3) $t_1 = \frac{f_s mg}{ku}$; 6) $\frac{(x-x_2)^2}{C^2} + \frac{\dot{x}^2}{C^2 \omega_0^2} = 1$ avec $C^2 = (x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{u}{\omega_0}\right)^2$