

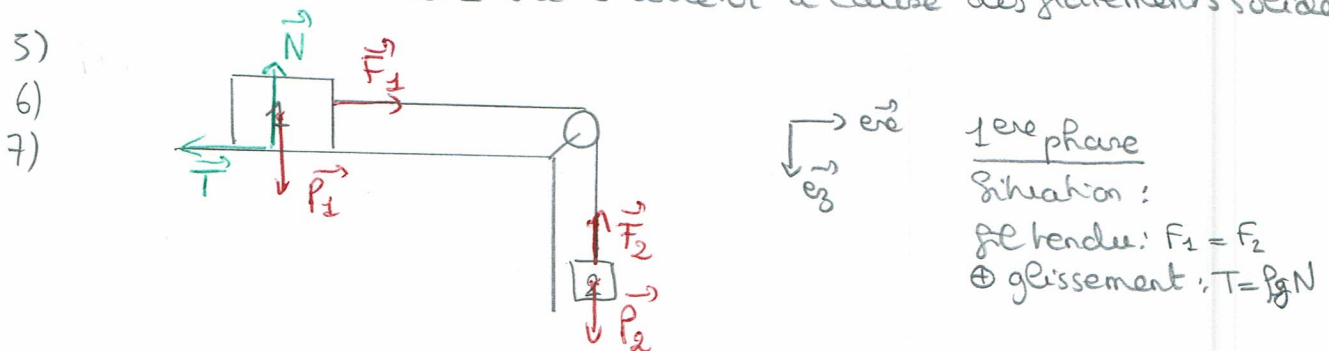
Partie I : Lois de Coulomb relatives au glissement

- 1a) vitesse de glissement $\vec{v}_g =$ vitesse du point de contact du solide étudié avec le support dans le référentiel du support.
- b) Une vitesse dépend toujours du référentiel dans lequel on la calcule.
- 2) On passe de l'adhérence au glissement quand $\|\vec{T}\|$ atteint $\mu_s \|\vec{N}\|$
- 3) On passe du glissement à l'adhérence quand la vitesse s'annule.

Partie II = Mesure d'un coefficient de frottement dynamique

4) 1^{ère} phase : chute du solide 2, fil tendu, il entraîne le solide 1.

2^{ème} phase : le solide 2 est à terre, le fil n'est plus tendu.
Le solide 1 va s'arrêter à cause des frottements solides.



* PFD au solide 1 : $M \vec{a}_1 = \underbrace{\vec{P}_1 + \vec{N}}_{\text{se compensent car mouvement horizontal donc } N = Mg} + \vec{T} + \vec{F}_1$

Projection / axe : $M \ddot{X} = -T + F_1 = -T + F = -\mu_g Mg + F$

* PFD au solide 2 : $\alpha M \vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{P}_2$

Projection sur / oz : $\alpha M \ddot{Z} = \alpha M g - F_2 = \alpha M g - F$

* le fil est tendu donc les 2 masses ont la même vitesse et la même accélération : $\ddot{X} = \ddot{Z}$

On a donc $\begin{cases} M \ddot{X} = -\mu_g Mg + F \\ \alpha M \ddot{X} = \alpha M g - F \end{cases}$

donc $M(1 + \alpha) \ddot{X} = -\mu_g Mg + \alpha Mg$ soit $\boxed{\ddot{X} = \frac{\alpha - \mu_g}{1 + \alpha} g}$

et $\dot{X}(t) = \frac{\alpha - \beta_g}{1 + \alpha} g t$ car $\dot{X}(0) = 0$

Cette phase dure jusqu'à ce que le solide touche le sol donc pour $Z(t_1) = H_0$

On $Z(t) = X(t) - X_0$

et $X(t) = \frac{1}{2} \frac{\alpha - \beta_g}{1 + \alpha} g t^2 + X_0$

donc $Z(t_1) = X(t_1) - X_0 = \frac{1}{2} \frac{\alpha - \beta_g}{1 + \alpha} g t_1^2 = H_0$

soit $t_1 = \sqrt{\frac{2(1 + \alpha) H_0}{(\alpha - \beta_g) g}}$

A cet instant $V_1 = \dot{X}(t_1) = \frac{\alpha - \beta_g}{1 + \alpha} g \sqrt{\frac{2(1 + \alpha) H_0}{(\alpha - \beta_g) g}}$

soit $V_1 = \sqrt{\frac{2 H_0 g (\alpha - \beta_g)}{1 + \alpha}}$

8) 2^e phase : il y a toujours glissement donc $T = \beta_g N = \beta_g M g$

a) mais le fil n'est plus tendu: $T = 0$

d'où $M \ddot{X} = -T = -\beta_g M g$

soit $\ddot{X} = -\beta_g g$

$\dot{X}(t) = -\beta_g g (t - t_1) + \dot{X}(t_1) = -\beta_g g (t - t_1) + V_1$

$X(t) = -\frac{1}{2} \beta_g g (t - t_1)^2 + V_1 (t - t_1) + X(t_1)$

soit $X(t) = -\frac{1}{2} \beta_g g (t - t_1)^2 + V_1 (t - t_1) + X_0 + H_0$

b) La masse s'arrête à l'instant t_2 pour lequel sa vitesse s'annule: $0 = -\beta_g g (t_2 - t_1) + V_1$ soit $t_2 - t_1 = \frac{V_1}{\beta_g g}$

et $X(t_2) = D + X_0 = -\frac{1}{2} \beta_g g \frac{V_1^2}{\beta_g^2 g^2} + \frac{V_1^2}{\beta_g g} + X_0 + H_0$

$D = \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{\beta_g g} + H_0$

$D = \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_g g} \times \frac{2 \times H_0 (\alpha - \beta_g) g}{1 + \alpha} + H_0$

$$(D - H_0) \rho_g (1 + \alpha) = H_0 (\alpha - \rho_g) \quad (3)$$

$$\rho_g = \frac{H_0 \alpha}{(D - H_0) (1 + \alpha) + H_0}$$

$$\boxed{\rho_g = \frac{H_0 \alpha}{D(1 + \alpha) - \alpha H_0}}$$

9) 1^{ère} phase :

* Solide 2 : $\frac{1}{2} \alpha M (V_1^2 - 0) = W_{\vec{P}_2} + W_{\vec{F}_2}$ + travaux opposés.

* Solide 1 : $\frac{1}{2} M (V_1^2 - 0) = W_{\vec{T}} + W_{\vec{F}_1}$ $\vec{F}_1$ est motrice
 $\vec{F}_2$ est résistante

donc $\frac{1}{2} (\alpha + 1) M V_1^2 = W_{\vec{P}_2} + W_{\vec{T}}$

$$\frac{1}{2} (\alpha + 1) M V_1^2 = \alpha M g \times H_0 - \rho_g M g \times H_0$$

$$\boxed{V_1^2 = \sqrt{\frac{2g(\alpha - \rho_g)H_0}{(\alpha + 1)}}$$

2^e phase

* Solide 1 : $\frac{1}{2} M (0 - V_1^2) = W_{\vec{T}} = -\rho_g M g \times (D - H_0)$

$$-\frac{1}{2} M \times \frac{2g(\alpha - \rho_g)H_0}{\alpha + 1} = -\rho_g M g (D - H_0)$$

$$(\alpha - \rho_g) H_0 = +\rho_g (D - H_0) (\alpha + 1)$$

$$\rho_g = \frac{\alpha H_0}{H_0 + (D - H_0) (\alpha + 1)}$$

$$\boxed{\rho_g = \frac{\alpha H_0}{-\alpha H_0 + D(\alpha + 1)}}$$

10) AN * $\alpha M = 60 \text{ g}$

$$\alpha = \frac{60}{M} = \frac{60}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$* \rho_g = \frac{1,2 \times 0,4}{-1,2 \times 0,4 + 1,5 \times 2,2} = 0,17$$

Partie III - Mesure du coefficient de frottement statique

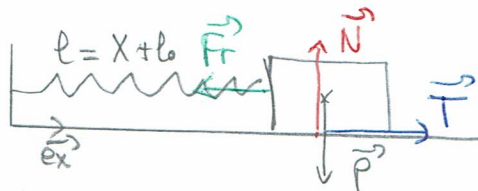
④

11) A la limite du glissement $\tan \alpha_{\text{lim}} = f_s$ (cf TP et application du cours)

12) AN $f_s = \tan(\alpha_{\text{lim}}) = 0,57$

Partie IV - Phénomène de stick-slip

13)



Note * $X = l - l_0$

- * le référentiel du tapis est en - translation
 - rectiligne
 - uniforme
 dans $RLabo$
- $\Rightarrow$ R_{tapis} galiléen.

* Pas de mouvement vertical: $N = Mg$

* Le ressort est étiré dans la 1^{ère} phase.

Tant que le solide ne glisse pas, il est immobile dans R_{tapis} donc $\vec{F}_r$ est compensée par $\vec{T}$ d'où $\vec{T} = -\vec{F}_r = + kX \vec{e}_x$

La phase collée perdure tant que $T < f_s N$

soit $kX < f_s Mg$

ou $X < X_1 = \frac{f_s Mg}{k}$

Or $X(t) = X_0 + Vt$ donc $X_0 + Vt < \frac{f_s Mg}{k}$

soit $t < t_1 = \frac{1}{V} \left(\frac{f_s Mg}{k} - X_0 \right)$

14) a) A partir de t_1 , la masse glisse sur le tapis selon $-\vec{e}_x$ mais tant que sa vitesse par rapport au tapis est plus petite que V , le ressort continue à s'allonger.

b) L'allongement maximal X_m est obtenu pour $\dot{X}(t) = 0$

Lors de cette phase de glissement: $M \vec{a} = \underbrace{\vec{P} + \vec{N}}_{\text{se compensent}} + \vec{T} + \vec{F}_r$

Au cours de cette phase, la masse glisse selon $-\vec{e}_x$ sur le tapis donc $\vec{T}$ est selon $+\vec{e}_x$ et $T = \mu_d N = 0 \dots (\mu_d = 0)$.

donc $M \vec{a} = -kX \vec{e}_x$ avec $\vec{a} = \ddot{X} \vec{e}_x$

d'où l'ore: $\ddot{X} + \frac{k}{M} X(t) = 0$

Gn peut poser $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$: $X(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ (5)

Gn a $X(0) = X_1 = A$
 $\dot{X}(0) = V = B \omega_0$ } en prenant une nouvelle origine des temps en t_1 .

donc $X(t) = X_1 \cos(\omega_0 t) + \frac{V}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

ou $X(t) = \sqrt{X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow X_m = \sqrt{X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}}$ allongement maximal.

OU par une méthode énergétique: pas de force non conservative puisque $T=0$ pendant le glissement $\Rightarrow E_m = \text{cte}$

d'où $\frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} k X_1^2 = \frac{1}{2} m \dot{X}^2 + \frac{1}{2} k X_m^2$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Em au début du glissement}} \quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{car } \dot{X} = \dot{X}_m \\ \text{Maximal.}}}$

donc $X_m^2 = X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}$ soit $X_m = \sqrt{X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}}$

15) D'après la question 14) $X(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

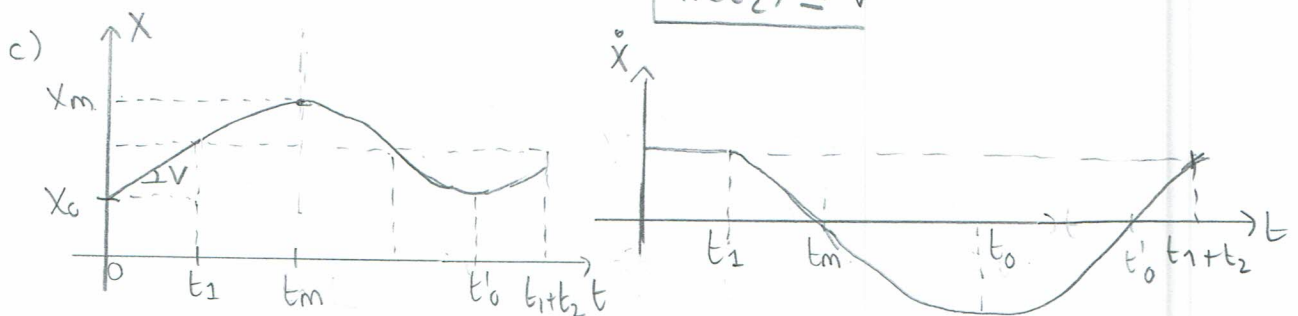
a) or $X(0) = X_m \cos \varphi = X_1$
 et $\dot{X}(0) = V = -X_m \omega_0 \sin \varphi$ } $\tan \varphi = \frac{-V \times X_m}{X_m \omega_0 X_1} = \frac{-V}{\omega_0 X_1}$

donc $X(t) = X_m \cos(\omega_0 t - \arctan(\frac{V}{\omega_0 X_1}))$

et $\dot{X}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t - \arctan(\frac{V}{\omega_0 X_1}))$

b) La phase de glissement prend fin quand la vitesse de glissement s'annule avec $v_{\text{glissement}} = \dot{X} - V$

donc pour $0 = \dot{X} - V$ soit $\dot{X}(t_2) = V$



$$16) X_m = \sqrt{X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}} = X_1 \left(1 + \frac{V}{\omega_0 X_1}\right)^{1/2} \simeq X_1 \text{ si } \frac{V}{\omega_0 X_1} \ll 1$$

$$\text{soit } \frac{V \tau_0}{2\pi X_1} \ll 1$$

$$\text{ou } \tau_0 \ll \frac{X_1}{V}$$

17) La durée de la phase de glissement est t_2 (nouvelle origine des temps à t_2)

$$\text{On a } \arcsin\left(\frac{V}{\omega_0 X_1}\right) \simeq 0 \Rightarrow X(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t) \simeq -X_1 \omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

$$\text{et } \dot{X}(t_2) = V = -X_1 \omega_0 \sin(\omega_0 t_2)$$

$$\text{donc } \omega_0 t_2 = \arcsin\left(-\frac{V}{X_1 \omega_0}\right) + p\pi$$

$$\text{soit } \frac{2\pi}{\tau_0} t_2 \simeq 0 + p\pi \quad p \in \mathbb{N}$$

$$\tau_2 = p \times \frac{\tau_0}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{\tau_0}{2}$$

1^{ère} valeur de l'annulation de la vitesse de glissement.

$$* \text{ A } t_2 = \frac{\tau_0}{2} : X(t_2) \simeq X_m \cos(\omega_0 \frac{\tau_0}{2}) = X_m \cos(\pi) \simeq -X_1$$

* Il faut une durée $t_3 = \frac{X_1 - (-X_1)}{V} = \frac{2X_1}{V}$ pour que l'allongement soit suffisant pour que le glissement reprenne.

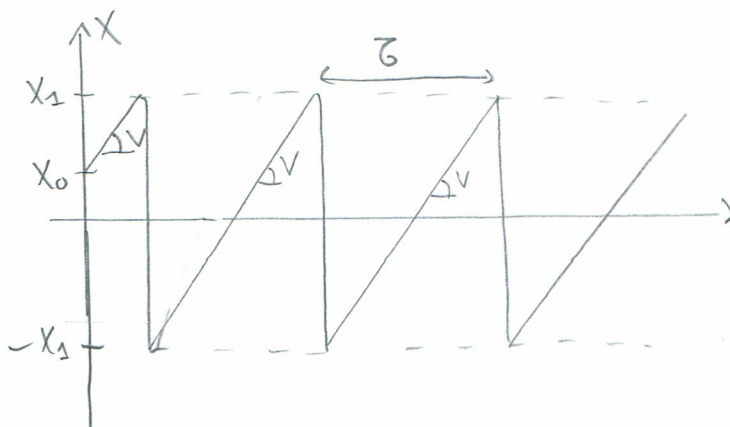
$$\Rightarrow \tau = t_2 + t_3 = \frac{\tau_0}{2} + \frac{2X_1}{V} = \frac{2X_1}{V} \left(1 + \frac{V}{2X_1} \times \frac{\tau_0}{2}\right) \simeq \frac{2X_1}{V}$$

$$\text{donc } \tau \simeq \frac{2}{V} f_s \frac{Mg}{f_e}$$

$$\text{et } \gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{f_e V}{2 f_s M g} = \frac{\omega_0^2 V}{2 f_s g} \quad \text{fréquence du mouvement de collé-glissé}$$

$$\text{AN } \gamma = \frac{4.10^3 \times 6.10^{-2}}{2 \times 0,6 \times 50.10^{-3} \times 10} = 400 \text{ Hz}$$

18) On a $t_2 \ll t_3$:



a) fréquences du stick-slip appartenant au domaine audible.

b) $k = \frac{k_0}{L^3}$ donc si on coupe la crue en 2 parties égales $k' = \frac{8k_0}{L^3} = 8k$

$V = \frac{V}{2\pi f g} \frac{k}{m}$ donc la fréquence est multipliée par 8

On peut donc sortir du domaine audible.

20) La force de frottement est nulle pendant la phase de glissement.

On a donc $W_{\vec{T}} = \int_{-x_1}^{+x_1} \vec{T} \cdot d\vec{x} \vec{e}_x$ pendant la phase d'adhérence

avec $\vec{T} = -\vec{F}_r = kx \vec{e}_x$

donc $W_{\vec{T}} = \int_{-x_1}^{x_1} kx dx = \frac{1}{2} k [x_1^2 - (-x_1)^2] = 0$

$\Rightarrow$ la force de frottement ne travaille pas.