

1- PFD appliqué à la masse visqueuse dans le référentiel terrestre galiléen:

$$m \vec{a}_G = \vec{P} + \vec{F}_p + \vec{F}_r \quad \text{avec} \quad \vec{P} = -mg \vec{e}_3$$

$$\vec{F}_p = -\lambda \vec{v} \quad (\text{cf énoncé})$$

$$\vec{F}_r = -k(l - l_0) \vec{e}_3$$

$$\vec{a}_G = \ddot{z} \vec{e}_3$$

\* Projection sur  $O_3$ :  $m \ddot{z} = -mg - \lambda \dot{z} - k(l - l_0)$

$$\text{avec } l = z - z_{01} = z - z_1 = z - z_1$$

$$\text{d'où } m \ddot{z} = -mg - \lambda \dot{z} - k(z - z_1 - l_0)$$

$$\text{soit } \left| \ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} z(t) = \frac{k l_0}{m} - g + \frac{k z_1}{m} \right|$$

2- À l'équilibre  $\ddot{z} = 0$  et  $\dot{z} = 0$  donc  $z_{eq} = z_0 = z_1 + \overbrace{l_0 - \frac{mg}{k}}^{< l_0}$   
car la masse comprime le ressort

$$\text{or } | z_{eq} = z_{eq} - z_1 = l_0 - \frac{mg}{k}$$

$$\text{L'équation différentielle s'écrit: } \left| \ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} z(t) = \frac{k}{m} z_{eq} \right|$$

3- Pour que la masse revienne à l'équilibre sans osciller il faut que le régime soit apériodique.

Polynôme associé à l'équation différentielle:

$$x^2 - \frac{\lambda}{m} x + \frac{k}{m} = 0$$

$$\Delta = \frac{\lambda^2}{m^2} - 4 \frac{k}{m} > 0 \quad \text{soit } \lambda^2 > 4km$$

$$|\lambda| > 2\sqrt{km} = \lambda_{\min}$$

4- le déplacement sur la règle est mesuré dans le référentiel non galiléen du bâti (mouvement de translation rectiligne non uniforme)

Au bout d'un temps infini la masse est en équilibre dans le référentiel du bâti.

$$\text{PFD à l'équilibre: } \vec{0} = \vec{P} + \vec{F}_r + \vec{F}_p + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

avec  $\vec{F}_p = \vec{0}$  car masse immobile dans le référentiel du bâti

$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$  car mouvement d'entraînement de translation

$$\vec{F}_{ie} = -m \gamma_1 \vec{e}_3$$

$$\vec{F}_r = -k(l - l_0) \vec{e}_3 = -k(z - z_1 - l_0) \vec{e}_3 = -k(z - l_0) \vec{e}_3$$

avec  $z = z - z_1$  qui représente la position de la masse dans le référentiel du boîtier. ②

Donc en régime établi:

$$/O_3: 0 = -mg - k(z_{eq} - l_0) - m\gamma_1$$

$$\text{soit } z_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k} - \frac{m\gamma_1}{k}$$

Lorsque le boîtier était immobile on avait :  $z_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow \text{L'index s'est déplacé de } \Delta z_{eq} = -\frac{m\gamma_1}{k}$$

$\Rightarrow$  ce déplacement est proportionnel à l'accélération du boîtier.

5- Temps de réponse le plus court pour le régime critique qui correspond à  $\Delta = 0$  - cad à  $\lambda = \lambda_{min}$ .

