

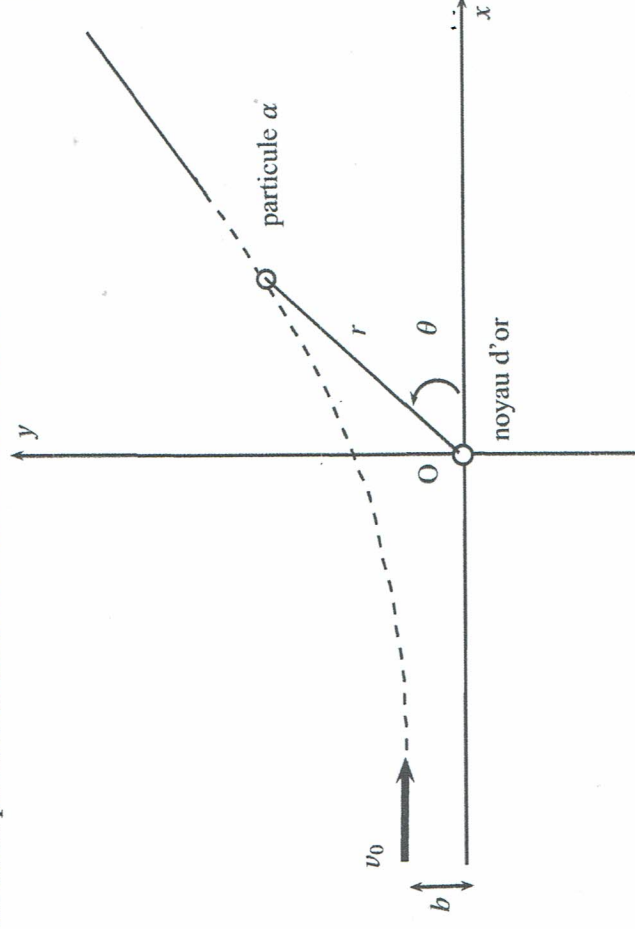
Travail à rendre jeudi 4 octobre

Exercice 1 = diffusion de Rutherford

Lord RUTHERFORD a montré que les particules α sont des noyaux d'hélium et a précisé la loi des transformations radioactives. Il a réalisé la première transmutation d'atome en 1919. En 1911, il réalise la célèbre expérience décrite ci-dessous qui lui permit d'élucider la structure de l'atome.

RUTHERFORD a étudié expérimentalement la déviation d'une particule α (noyau d'hélium de masse m et de charge $q = 2e$) par un noyau d'or (de masse M très grande par rapport à la masse de la particule α , et de charge $Q = Ze$) supposé immobile en O dans le référentiel du laboratoire.

Dans tout le problème, on néglige la force de gravitation entre les deux noyaux et le poids des noyaux, seule la force de COULOMB joue un rôle. La particule α est lancée à une vitesse initiale v_0 vers le noyau cible, avec un paramètre d'impact b , comme le montre la figure ci-dessous.



1. Montrer que le moment cinétique en O de la particule α est constant. Calculer sa valeur à $t = 0$ en fonction de b , m et v_0 . Donner son expression à un instant quelconque en fonction de m , θ et r . Montrer que le mouvement est plan.
2. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_p du système particule α - noyau d'or en fonction de e , Z , $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ et r la distance entre les deux particules. On choisira la constante d'intégration telle que $E_p = 0$ lorsque les deux particules sont à l'infini l'une de l'autre.

3. On note v la vitesse de la particule α dans le référentiel galiléen du laboratoire. Comment s'exprime l'énergie mécanique E_m du système

Exercice 2 : "Freinage" d'un satellite

particule α – noyau d'or ? Pour quelle raison E_m est-elle constante ? Qu'appelle-t-on énergie potentielle effective du système ?

4. Que vaut E_m à $t = 0$ en fonction de m et v_0 (on supposera que la distance r est infiniment grande devant la dimension des particules) ? Sachant qu'à la fin du mouvement la particule α est à nouveau infiniment loin, quelle est sa vitesse ?

5. Au moment de la plus courte approche de la particule α , que vaut l'énergie mécanique E_m ? Que faut l'énergie potentielle effective ? En déduire la valeur minimale de r qu'on notera $r_{\min}$ en fonction de e , Z , $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, m , v_0 et b .

6. Calculer $r_{\min}$ dans le cas $b = 0$. Est-ce conforme ce que l'on attend ? Application numérique : $m = 6,64 \cdot 10^{-27}$ kg, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $v_0 = 1,7 \cdot 10^7$ m.s⁻¹, pour l'or $Z = 79$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ SI. Qu'a pu déduire RUTHERFORD de cette valeur ?

7. Quelle est la nature du mouvement de la particule α loin du noyau d'or ? Rappel sans démonstration quelle est la nature de la trajectoire dans le cas d'un mouvement à force centrale newtonienne ? En déduire la nature de la trajectoire de la particule α .

8. Ecrire la Relation Fondamentale de la Dynamique (RFD). Ecrire la projection de la RFD sur l'axe des x et l'intégrer entre $t = 0$ où $v_x = v_0$ et $\theta \simeq \pi$ et $t \rightarrow \infty$ où $v_x = v_0 \cos D$ et $\theta \simeq D$. D représente la déviation subie par la particule α . On pourra exploiter une relation déduite de la question 1.. En déduire que la déviation est donnée par la relation :

$$\tan\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2 b}$$

On étudie le mouvement d'un satellite artificiel S en orbite autour de la Terre dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. On note M la masse de la Terre, $m \ll M$ la masse du satellite et G la constante de gravitation universelle.

Données : $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg ; rayon terrestre $R = 6,4 \cdot 10^3$ km ; $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ m³ · kg⁻¹ · s⁻².

Dans un premier temps, on néglige les autres interactions que la force de gravitation entre la Terre et le satellite, et on suppose l'orbite circulaire de rayon r parcourue à la vitesse angulaire ω .

1 - Etablir l'expression de la vitesse v du satellite en fonction de G , M et r .

2 - Exprimer successivement l'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite.

Les satellites en orbite basse subissent des frottements de la part des hautes couches de l'atmosphère. Ces frottements limitent la durée du vie des satellites en les faisant lentement chuter sur Terre. Ainsi, un satellite situé sur une orbite à 1000 km d'altitude descend d'environ 2 m par jour. On modélise l'action des hautes couches de l'atmosphère par une force de frottement quadratique proportionnelle à la masse du satellite,

$$\vec{f} = -\lambda m v \vec{v},$$

Cette force est suffisamment faible pour que la trajectoire demeure quasi-circulaire : les expressions obtenues pour une orbite circulaire demeurent valables, mais le rayon r de l'orbite varie lentement au cours du temps.

3 - À l'aide d'un théorème énergétique, établir l'équation différentielle vérifiée par r .

4 - Sans résoudre cette équation, montrer que les frottements font bien descendre le satellite. En déduire un résultat surprenant concernant l'effet des frottements sur la vitesse du satellite.

5 - Déterminer l'évolution de r en fonction du temps. En déduire l'expression et la valeur numérique du coefficient de frottement λ .