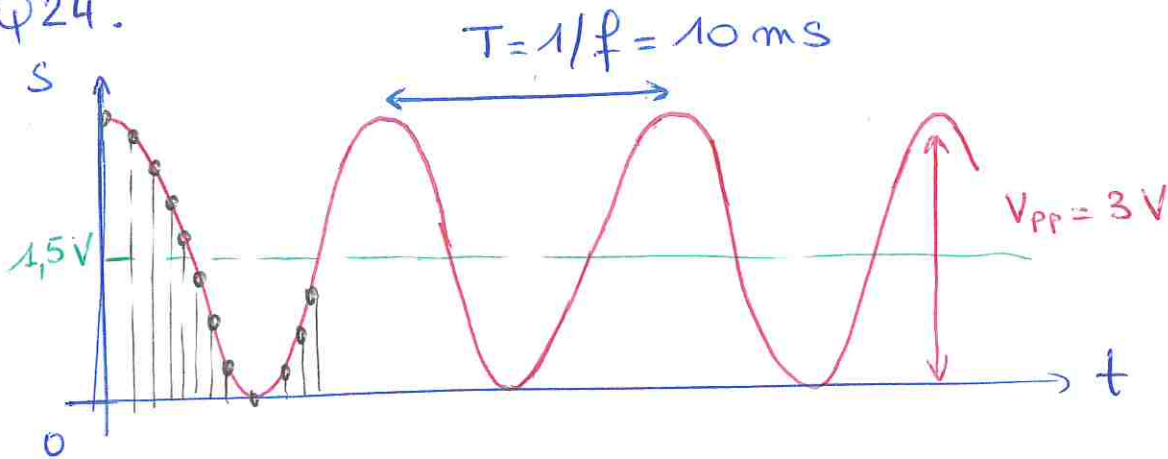


Dictée d'un message: principe de l'échantillonnage (CCS MPI 2023)

A) Échantillonnage par échantillonneur bloqueur

Q24.



Échantillonneur revient à prélever une valeur du signal continu toutes les périodes T_e .

Q25. Le condensateur permet de maintenir le signal $V_{ech}(t)$ constant sur chaque intervalle de durée T_e .

Q26. Durée du pic : $\Delta t = \frac{2}{100} \times T_e = \frac{2}{100} \times \frac{1}{f_e}$

$\Delta t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s} = \underline{20 \mu\text{s}}$

Q27. Le montage proposé permet effectivement de prélever les valeurs de $s(t)$ tous les T_e et ces valeurs sont "bloquées" de nT_e à $(n+1)T_e$. Le choix de f_e permet 10 mesures par période de $s(t)$...

Q28. L'échantillonnage entraîne une duplication du spectre de $s(t)$ autour des fréquences $k f_e$.

On retrouve le pic associé à la sinusoïde $s(t)$ de fréquence 100 Hz mais aussi des pics à :

$$f_e - f = 900 \text{ Hz} \quad (2)$$

$$f_e + f = 1100 \text{ Hz} \quad (3)$$

$$2f_e - f = 1900 \text{ Hz} \quad (4)$$

$$2f_e + f = 2100 \text{ Hz} \quad (5)$$

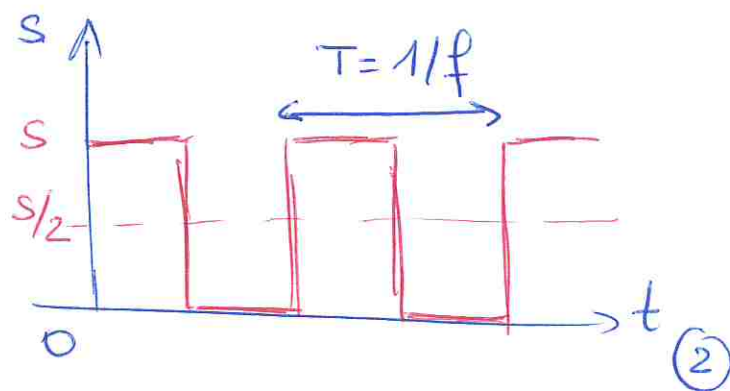
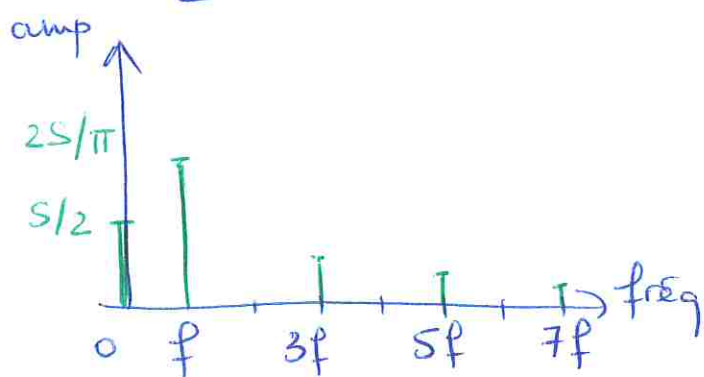
$$3f_e - f = 2900 \text{ Hz} \quad (6)$$

$$3f_e + f = 3100 \text{ Hz} \quad (7)$$

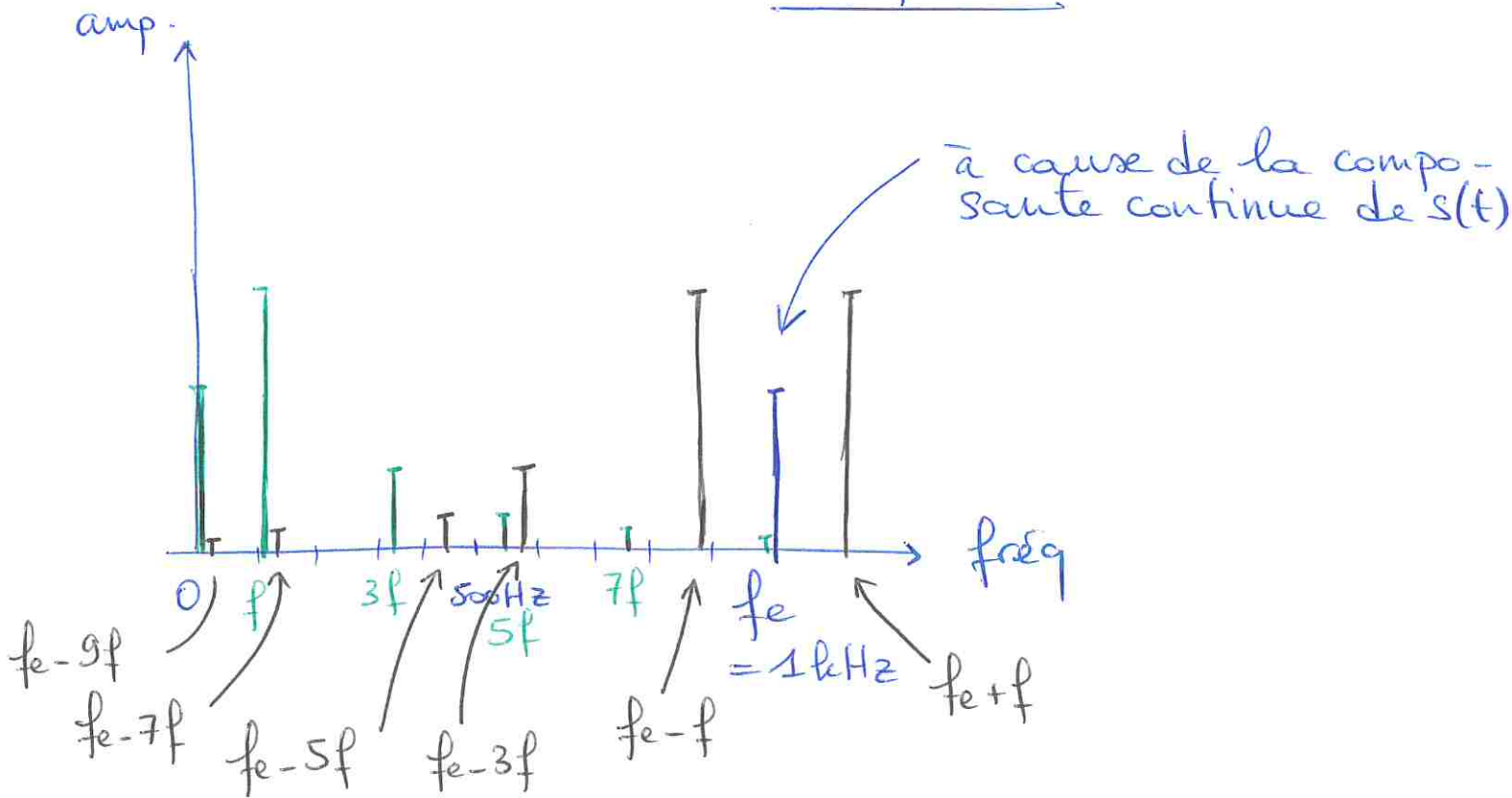
Rem: si $s(t)$ présente effectivement une composante continue, on devrait retrouver le pic correspondant dans le spectre ainsi que des pics à f_e , $2f_e$, $3f_e$...

$$\text{Q29. } s(t) = \frac{S}{2} + \underbrace{\frac{2S}{\pi} \sin(2\pi f t)}_{k=0} + \underbrace{\frac{2S}{3\pi} \sin(6\pi f t)}_{k=1} + \underbrace{\frac{2S}{5\pi} \sin(10\pi f t)}_{k=2} + \underbrace{\frac{2S}{7\pi} \sin(14\pi f t)}_{k=3} + \dots$$

signal de valeur moyenne $\frac{S}{2}$
 fondamental de fréquence f , harmoniques de fréquences les multiples impairs de f
 En utilisant la calculatrice, on reconnaît un signal créneau de fréquence f , de valeur moyenne $\frac{S}{2}$, d'amplitude $\frac{S}{2}$.



Q30. Après échantillonnage: il y a repliement de spectre.



Q31. Repliement de spectre

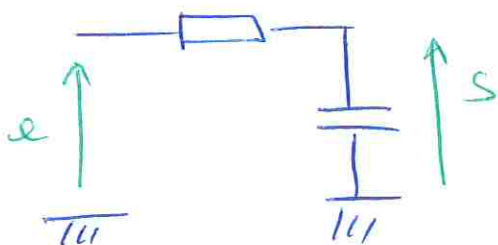
Critère à respecter: critère de Nyquist-Shannon:

$$f_e > 2 f_{\max})$$

$f_{\max}$ est la fréq. maximale présente dans le spectre de $s(t)$ (infinie ici mais on peut considérer que les amplitudes sont négligeables au bout de 99 harmoniques).

B) Filtrage numérique du bruit ambiant

Q32. passe-bas du 1^{er} ordre:



a BF: $\frac{1}{s} \Leftrightarrow \sqrt{-}$, $i=0$
 $s=0$

$\bar{a}$ HF: $\text{---} \Leftrightarrow \text{---}$, $s=0$

Q33.
$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Q34.
$$\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \Rightarrow s(1 + j \frac{\omega}{\omega_c}) = H_0 e$$

$$\underline{s} + \frac{1}{\omega_c} \frac{ds}{dt} = H_0 e$$

en grandeurs réelles:
$$\left[\frac{ds}{dt} + \frac{s}{T} = \frac{H_0 e}{T} \right]$$

avec
$$\left[T = \frac{1}{\omega_c} \right]$$

- Q35. (1) convertisseur analogique-numérique
(2) ——— numérique-analogique

Q36. avantages du filtrage numérique: paramètres faciles à modifier

inconvénients: erreurs d'arrondis

Q37.
$$\left(\frac{ds}{dt} \right)_{t_n} \approx \frac{s_s[n] - s_s[n-1]}{T_e}$$

Q38. l'équation différentielle s'écrit à l'instant t_{n-1} :
$$\frac{s_s[n] - s_s[n-1]}{T_e} + \frac{s_s[n-1]}{T} = \frac{H_0}{T} s_e[n-1]$$

soit
$$\boxed{s_s[n] = \left(1 - \frac{T_e}{T}\right) s_s[n-1] + H_0 \frac{T_e}{T} s_e[n-1]}$$

Q39. Il faut initialiser s_s c'est-à-dire donner la valeur de $s_s[0]$.

Q40. On remarque une bande spectrale supplémentaire entre 2000 et 5000 Hz lorsqu'il y a des cris d'enfants (globalement au-dessus de 2000 Hz).

Ainsi, il faudrait un filtre passe-bas de fréquence de coupure d'environ 1500 Hz pour filtrer les cris d'enfants.

Q41.

$f_c = 1500$ # fréq. de coupure

$N = \text{len}(S_e)$

$S_s = \text{np.zeros}(N)$

for i in range($N-1$):

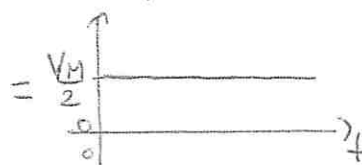
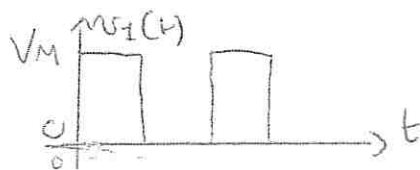
$$S_s[i+1] = (1 - 2 \times \text{np.pi} \times f_c / f_e) \times S_s[i] + 2 \times \text{np.pi} \times f_c / f_e \times S_e[i]$$

Faire en 1h30

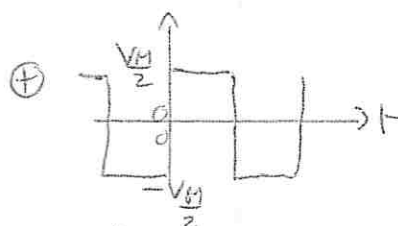
en 1h30
à la fin de la séance

16) $\langle V_1 \rangle = \frac{V_M}{2}$ car le rapport cyclique est de 0,5.

17) $v_1(t)$ est la superposition d'une composante continue et d'une créneau symétrique autour de 0.



composante
continue =
valeur moyenne
du signal



fonction impaire
→ décomposition
en sinus.

En re gardant que la composante fondamentale et la composante continue:

$$v_1(t) = \frac{V_M}{2} + \frac{2V_M}{\pi} \sin \omega t$$

$$v_2(t) = v_1(t - \frac{T}{2}) = \frac{V_M}{2} - \frac{2V_M}{\pi} \sin \omega t$$

avec
 $V_{01} = \frac{2V_M}{\pi}$
et $\omega = \omega_0$
 $= 2\pi f_0$

18) * Loi des mailles: $\underline{V_1(t)} = \frac{1}{jC_1\omega} \underline{i_1} + \underline{V_3(t)}$

$$\underline{i_1} = jC_1\omega (\underline{V_1} - \underline{V_3})$$

* De même $\underline{V_2(t)} = \frac{1}{jC_2\omega} \underline{i_2} + \underline{V_3}$

$$\underline{i_2} = jC_2\omega (\underline{V_2} - \underline{V_3})$$

* $V_M = R i_3 + V_3$ donc $\underline{i_3} = \frac{\underline{V_M} - \underline{V_3}}{R}$

* $V_3 = R i_4$ donc $\underline{i_4} = \frac{\underline{V_3}}{R}$

19) Loi des nœuds en A: $\underline{i_1} + \underline{i_2} + \underline{i_3} + \underline{i_4} = 0$

soit $jC_1\omega (\underline{V_1} - \underline{V_3}) + jC_2\omega (\underline{V_2} - \underline{V_3}) + \frac{\underline{V_M} - \underline{V_3}}{R} - \frac{\underline{V_3}}{R} = 0$

ou $-(C_1 + C_2) \frac{dV_3}{dt} + C_1 \frac{dV_1}{dt} + C_2 \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_M}{R} - \frac{2V_3}{R} = 0$

On obtient:

$$(C_1 + C_2) \frac{dV_3}{dt} + \frac{2}{R} V_3(t) = C_1 \frac{dV_1}{dt} + C_2 \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_M}{R} \quad (2)$$

20) Avec $\tau = \frac{R(C_1 + C_2)}{2}$ on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{dV_3}{dt} + \frac{1}{\tau} V_3(t) &= \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{dV_1}{dt} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{R(C_1 + C_2)} V_M \\ &= \frac{C_1}{C_1 + C_2} \times \frac{2V_M \Omega}{\pi} \cos \Omega t - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \frac{2V_M \Omega}{\pi} \cos \Omega t + \frac{V_M}{2\tau} \end{aligned}$$

On a bien:

$$\frac{dV_3}{dt} + \frac{1}{\tau} V_3(t) = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \Omega V_{01} \cos(\Omega t) + \frac{V_M}{2\tau}$$

$$21) \Omega = 2\pi f_0 = 2\pi \times 200 \cdot 10^3 = 4\pi \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{200 \cdot 10^3} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5} = 0,5 \cdot 10^{-5} = 5 \mu\text{s}$$

$\tau \approx 1 \text{ ms}$ est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

La solution de l'équation homogène est: $V_3(t) = A e^{-t/\tau}$

Pour $t = 5\tau$ on a $V_3(5\tau) = A e^{-5} = 0,7\% A \rightarrow 0$.

On peut donc négliger au bout de 5τ la solution de l'équation homogène et ne garder qu'une solution particulière.

On a une équation différentielle linéaire donc en régime établi:

$$V_3(t) = \underbrace{V_{31}(t)}_{\text{solution avec le terme sinusoidal au 2nd membre}} + \underbrace{V_{32}(t)}_{\text{solution avec le terme constant au 2nd membre}}$$

donc $V_{32}(t) = \frac{V_M}{2}$

$$\text{En utilisant le RSP: } (j\Omega + \frac{1}{\tau}) V_{31} = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \Omega V_{01} e^{j\Omega t}$$

$$\text{donc } \underline{V_{31}} = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \Omega V_{01} \times \frac{\tau}{1 + j\Omega\tau} e^{j\Omega t}$$

$$\text{On } \Omega\tau \approx 4\pi 10^5 \times 10^{-3} = 4\pi \cdot 10^2 = 10^3 \gg 1$$

On peut donc écrire $V_{31} = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \cancel{V_{01}} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}$ (5)

soit $V_{31}(t) = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} V_{01} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

ou $V_{31}(t) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_{01} \sin(\omega t)$

On obtient finalement qu'en régime établi :

$$V_3(t) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_{01} \sin(\omega t) + \frac{V_M}{2}$$

suppr
migo

22) $V_4(t) = K \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_{01} \sin \omega t + \frac{V_M}{2} \right) \times \left(\frac{V_M}{2} + \frac{2 V_M}{\pi} \sin \omega t \right)$

$$= K \left[\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_M}{2} V_{01} \sin \omega t + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_{01} \frac{2 V_M}{\pi} \sin^2 \omega t + \frac{V_M^2}{4} + \frac{V_M^2}{\pi} \sin \omega t \right]$$

$$= K \left[\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_{01} V_M}{\pi} - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_{01} V_M}{\pi} \cos(2\omega t) + \frac{V_M^2}{4} + \left(\frac{V_M^2}{\pi} + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_M V_{01}}{2} \right) \sin \omega t \right]$$

donc $A = K \left(\frac{C_1 C_2 V_{01} V_M}{(C_1 + C_2) \pi} + \frac{V_M^2}{4} \right)$ composante continue.

$B = K \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_M V_{01}}{2} + \frac{V_M^2}{\pi} \right)$ amplitude de la composante fondamentale ω

$C = K \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_{01} V_M}{\pi}$ amplitude de l'harmonique de rang 2.

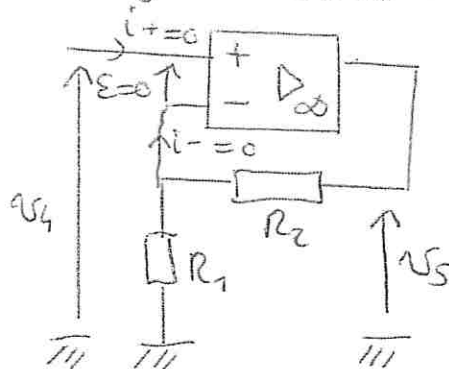
23) Amplificateur en régime linéaire (bouclage S sur E-)

Ampli
circuit
à dériver

* $V_{E+} = V_{E-} = V_4$

* $V_4 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_5$

(diviseur de
tension)



On obtient :

$$V_5 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_4$$

> 1

Amplification.

↳ j'ai une passe-bas (voir 24)
 le filtre RC permet de récupérer la composante continue qui a été préalablement amplifiée.

24) $\underline{H} = \frac{\underline{v}_S}{\underline{v}_S} = \frac{1}{1 + jR_f C_f \Omega}$ passe-bas, $\omega_c = \frac{1}{R_f C_f}$ pulsation de coupure.

25) La tension continue récupérée en sortie suit les variations de $v_e(t) \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{C_1 - C_2 v_e(t)}{C_1 + C_2(t)}$

On veut que la fréquence de coupure soit inférieure à la fréquence fondamentale qui vaut au maximum $f_0 = \frac{1}{T}$.

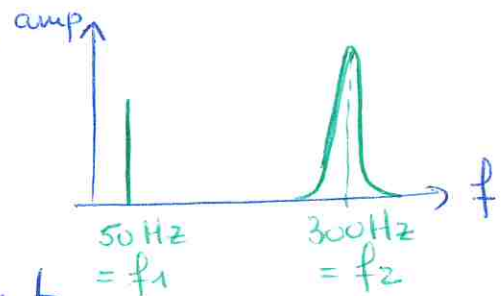
Il faut donc $\frac{1}{2\pi R_f C_f} \ll \frac{1}{T}$
 $R_f \gg \frac{T}{2\pi C_f} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2\pi \times 10^{-8}}$
 $\underline{R_f \gg 800 \Omega}$

Suppr 26) Détection synchrone

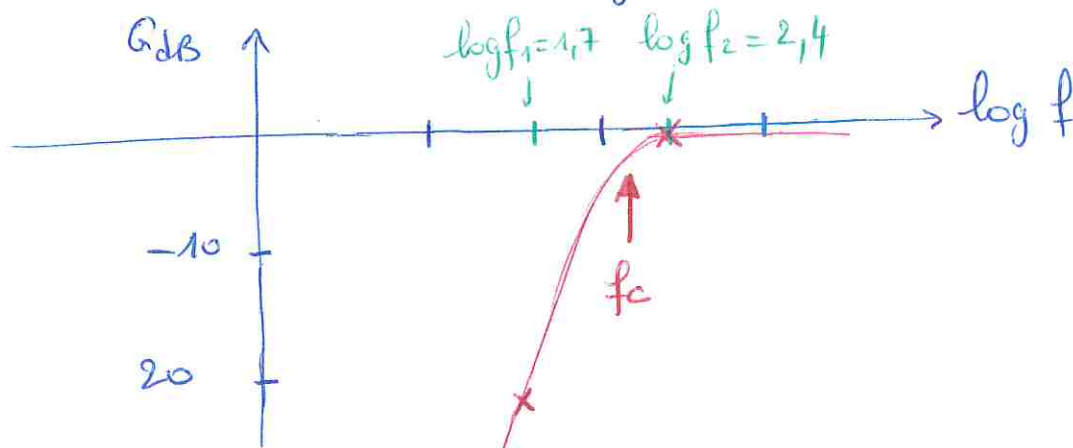
stop / 27) $v_S(t) = \beta \times \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \times \left(\frac{V_M^2}{4} + \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_{01} V_M}{\pi} \right)$
 $= \beta V_M^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{V_{01}}{V_M} \right)$

Filtres passe-haut (oral CCS PSI)

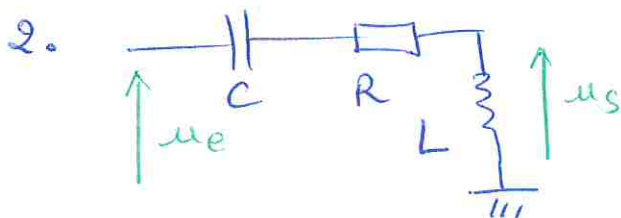
Signal électrique de spectre :



1. On souhaite un passe-haut dont l'allure du diag. de Bode serait :



Un passe-haut du 1^{er} ordre présente à BF une asymptote oblique de pente +20 dB/déc. Le filtre recherché doit présenter une pente supérieure pour respecter les conditions $G_{dB}(f_1) \leq -20 \text{ dB}$ et $G_{dB}(f_2) \geq -0.5 \text{ dB}$.



$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R + \underline{Z}_L} = \frac{jL\omega}{\frac{1}{jC\omega} + R + jL\omega}$$

$$\underline{H} = \frac{-LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow$

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1 - x^2 + jRC\omega_0 x}$$

d'où $\frac{1}{Q} = RC\omega_0$

$$Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3. $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ pas de résonance en tension aux bornes de L

$$* \underline{H} = \frac{-x^2}{1-x^2+j\sqrt{2}x}, \quad G = |\underline{H}| = \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + 2x^2}}$$

$$G = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^4}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}}$$

$$G_{dB} = 20 \log G = -10 \log \left(1 + \frac{1}{x^4}\right)$$

$$\text{soit } x_1 = \frac{f_1}{f_0} \text{ et } x_2 = \frac{f_2}{f_0} = 6 \frac{f_1}{f_0} = 6x_1$$

* On veut $G_{dB}(x_1) \leq -20 \text{ dB}$ soit $\log \left(1 + \frac{1}{x_1^4}\right) \geq 2$

En utilisant la représentation graphique fournie, cela correspond à $x_1 \leq 0,33$.

* On veut aussi $G_{dB}(x_2) \geq -0,5 \text{ dB}$ soit $\log \left(1 + \frac{1}{x_2^4}\right) \leq 0,05$
Cela correspond à $x_2 \geq 2$.

Ainsi: $x_1 \leq 0,33$ et $6x_1 \geq 2$

$$x_1 \geq \frac{1}{3} = 0,33$$

La solution qui convient est $\boxed{x_1 = 0,33}$ soit

$$f_0 = \frac{f_1}{x_1} = 3f_1 \Rightarrow \boxed{f_0 = 150 \text{ Hz}}$$
$$\boxed{\omega_0 = 2\pi f_0 = 942 \text{ rad.s}^{-1}}$$

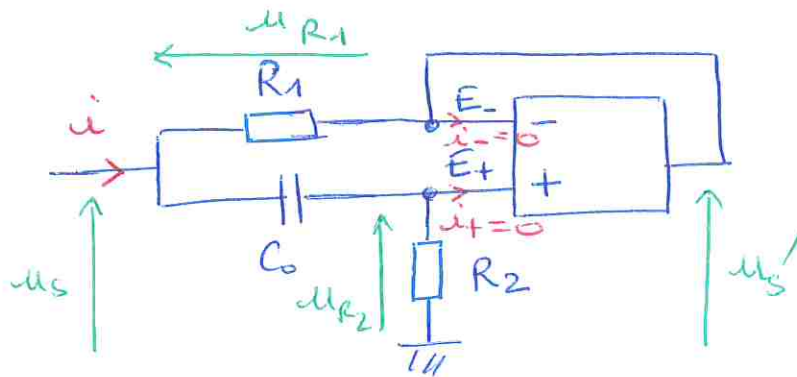
$$* \text{ Or } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2}$$

$$C \leq 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow L \geq \frac{1}{10^{-6} \omega_0^2} = \underline{1,1 \text{ H}}$$

$\hookrightarrow$ valeur d'inductance très importante difficilement possible avec une bobine

$\Rightarrow$ on simule cette inductance avec un montage à ALI.

4.



On cherche une relation entre u_s et i de la forme $u_s = (r + jL\omega)i$
 $\downarrow$ $\downarrow$
 résistance interne inductance

$$i = i_{R_1} + i_{R_2} \quad (i_{C_0} = i_{R_2} \text{ car } i_{+} = 0)$$

$$i = \frac{u_{R_1}}{R_1} + \frac{u_{R_2}}{R_2} = \frac{(u_s - u_{E-})}{R_1} + \frac{1}{R_2} \times \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{jC_0\omega}} u_s$$

diviseur de tension, C_0 et R_2 en série car $i_{+} = 0$

Ali en régime linéaire:

$$u_{E+} = u_{E-} \text{ soit } u_{E-} = u_{R_2}$$

Finalement:

$$i = \frac{u_s}{R_1} - \frac{1}{R_1} \times \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{jC_0\omega}} u_s + \frac{jC_0\omega}{1 + jR_2C_0\omega} u_s$$

$$i = u_s \left(\frac{1 + jR_2C_0\omega}{R_1} - \frac{jR_2C_0\omega}{R_1} + jC_0\omega \right) \times \frac{1}{1 + jR_2C_0\omega}$$

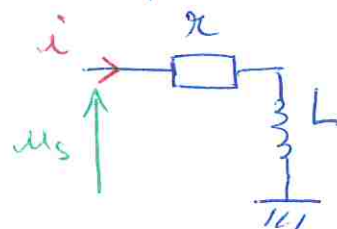
$$i = u_s \left(\frac{1}{R_1} + jC_0\omega \right) \times \frac{1}{1 + jR_2C_0\omega}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_s = \left[\frac{1 + jR_2C_0\omega}{1 + jR_1C_0\omega} \times R_1 \right] \times i}$$

si $R_1C_0\omega \ll 1$ (mais $R_2C_0\omega$ non négligeable devant 1 donc $R_2 \gg R_1$),

$$\boxed{u_s \approx (R_1 + jR_1R_2C_0\omega)i} \text{ de la forme } r + jL\omega$$

$$\text{avec } \boxed{L = R_1R_2C_0}$$



A.N. $L = R_1 R_2 C_0 = 1,1 \text{ H}$

or, $C_0 \leq 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow R_1 R_2 \geq 1,1 \cdot 10^6 \Omega^2$

il faut de plus $R_1 \ll R_2$.

On peut prendre $R_1 = \underline{10 \Omega}$

$$R_2 = 1,1 \cdot 10^5 \Omega = \underline{110 \text{ k}\Omega}$$