LOGIQUES COMBINATOIRE ET SEQUENTIELLE

On s'intéresse dans ce chapitre à l'électronique binaire : les signaux ne peuvent prendre que deux valeurs, 0 ou 1. Dans les circuits physiques, ces deux valeurs sont représentées par des niveaux de tension bien séparés, par exemple 0V pour l'état BAS ou LOW et 5V pour l'état HAUT ou HIGHT.

L'électronique binaire trouve des applications en :

- <u>électronique numérique</u> :

L'électronique numérique traite des nombres binaires. Si $A_1B_1C_1D_1$ et $A_2B_2C_2D_2$ représentent des nombres (sur 4 bits donc de 0 à 15), on peut calculer leur somme, leur différence, leur produit, etc. Les calculatrices, les ordinateurs, etc... sont basés sur l'utilisation de ces opérations.

- <u>électronique logique</u> :

L'information binaire sert à représenter des grandeurs binaires : Vrai ou Faux, Blanc ou Noir, Oui ou Non.... 1 ou 0. Cela permet par exemple le contrôle de processus à partir de capteurs qui donnent des informations sur l'état du système.
Un exemple : un plafonnier de voiture s'allume en fonction de l'information fournie par deux variables D et G qui représentent l'état d'ouverture ou de fermeture des deux portières avant gauche et droite. Si P est la variable qui détermine l'allumage de la lampe au plafond, l'équation logique donnant P est : P = D ou G. A partir de cette équation, on représente le schéma symbolique de la fonction "plafonnier", puis son schéma électronique.

Le système binaire présente de nombreux avantages :

- Les 4 opérations (+, -, x, /) sont simples, on peut câbler un système binaire à l'aide de simples relais ouverts ou fermés.

Les circuits de base de l'électronique numérique et logique réalisent des opérations logiques simples : ET (AND), OU (OR), NON (NOT) par exemple.
Ces opérations de base sont définies par leur table de vérité.
A partir de ces briques de base de la logique, on peut ensuite réaliser des fonctions logiques complexes.

- L'existence de 2 niveaux correspondant à des tensions très différentes permet de s'affranchir d'erreurs liées à des signaux parasites ce qui est impératif pour pouvoir disposer de calculateurs permettant de réaliser des calculs longs.

I- LOGIQUE COMBINATOIRE

Les portes logiques seront vues comme des boîtes noires. On ne s'intéressera pas aux circuits électriques qui les composent. La sortie et les entrées seront reliées par une table de vérité qui suit les règles de l'algèbre booléenne.

I-1- Régles de l'algèbre booléenne

a- Structure de l'algèbre de Boole

L'algèbre de Boole repose sur :

- 2 lois de composition interne :

• Somme (OU, Réunion, Disjonction) : $s = a + b$ • Produit (ET, intersection, Conjonction) : $s = a \,.\, b$

- une application unaire :

• Not (complémentation, inversion, négation, non) $s = \bar{a}$

b- Propriétés des opérations ET, OU et NON

- **Commutativité**
  - $a+b = b+a$
  - $a.b = b.a$
- **Associativité**
  - $a+(b+c) = (a+b)+c$
  - $a.(b.c) = (a.b).c$
- **Distributivité**
  - $a.(b+c) = a.b+a.c$
  - $a+(b.c) = (a+b).(a+c)$

- **Idempotence**
  - $a+a = a$
  - $a.a = a$
- **Absorption**
  - $a+a.b = a$
  - $a.(a+b) = a$
- **Involution**
  - $\bar{\bar{a}} = a$

- **Elément neutre**
  - $a+0 = a$
  - $a.1 = a$
- **Elément absorbant**
  - $a+1 = 1$
  - $a.0 = 0$
- **Inverse**
  - $a+\bar{a} = 1$
  - $a.\bar{a} = 0$

c- Lois de De Morgan

Elles relient les trois opérateurs de base :

$$\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b} \qquad \text{et} \qquad \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

Remarque : Pour démontrer ces relations, il suffit de vérifier l'égalité des tables de vérité des deux termes de l'équation :

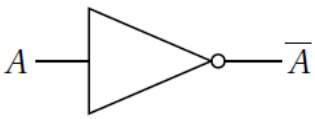
Exemple pour la première relation :

a	b	$a+b$	$\overline{a+b}$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a}.\bar{b}$

I-2- Exemples de portes logiques

a- Porte NON ou NOT

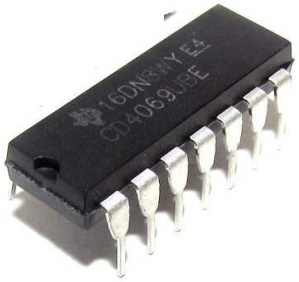
Il s'agit d'une porte avec une seule entrée qui réalise la négation :

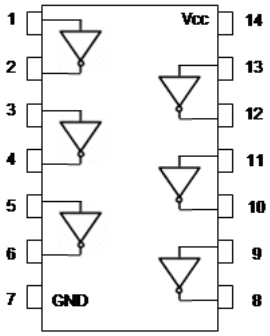


Entrée	Sortie
A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Cette porte logique est aussi appelée inverseur.

En pratique, plusieurs portes logiques sont présentes sur un même composant (ex : 6 portes sur le même circuit intégré pour la porte NOT 4069)

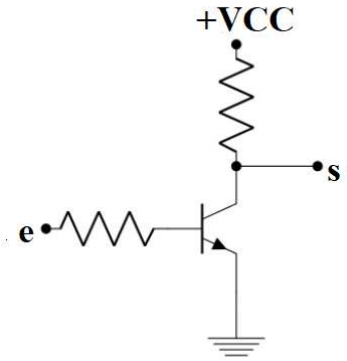




Les circuits constituant chaque porte comprennent des diodes et des transistors qui doivent être polarisés pour fonctionner. Le circuit intégré doit donc être alimenté. Pour cela, on voit par exemple sur le schéma de brochage précédent que la broche 7 (GND) doit être reliée à la masse du circuit (0 V) et la broche 14 doit être mise à 5V.

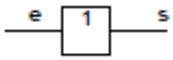
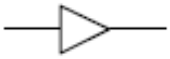
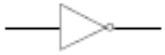
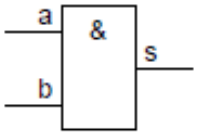
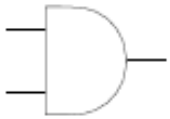
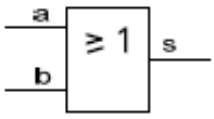
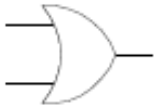
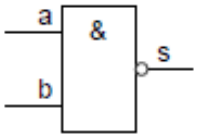
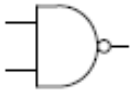
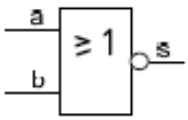
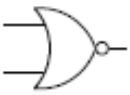
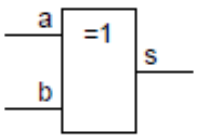
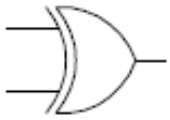
Cependant, pour faciliter la lisibilité des schémas électriques des circuits, les broches d'alimentation (GND et V_{CC}) ne sont pas représentées sur le symbole de la porte mais en pratique il ne faut pas oublier de les alimenter.

Remarque : Une porte NOT peut être réalisée simplement grâce au circuit suivant :



- Si on applique en entrée une tension e = 0 V, le transistor est bloqué. Il se comporte comme un interrupteur ouvert. La sortie s est alors à $+V_{CC}$: état 1 ou HAUT.
- À l'inverse, si on applique une tension e = 5 V, le transistor se comporte comme un interrupteur fermé et la tension de sortie s alors nulle. La sortie est alors à l'état 0 ou BAS.

b- Portes &, OU, NON-&, NON-OU, OU EXCLUSIF (AND, OR, NAND et NOR, XOR)

Fonction logique	Symbole européen	Symbole américain	Table de vérité
OUI $s = e$			e s 0 0 1 1
NON (NO) $s = \overline{e}$			e s 0 1 1 0
ET (AND) $s = a \cdot b$			a b s 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
OU (OR) $s = a + b$			a b s 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
NON ET (NAND) $s = \overline{a \cdot b}$			a b s 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
NON OU (NOR) $s = \overline{a + b}$			a b s 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
OU exclusif (EXOR) $s = a \oplus b$			a b s 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0

c- Cas particulier des portes universelles NAND et NOR

Les portes NAND et NOR sont dites universelles car n'importe quel type de porte peut être obtenu au moyen d'une combinaison de portes NAND ou NOR
Cela permet d'obtenir la fonction désirée en utilisant plusieurs portes sur un même circuit intégré et évite aussi de commander de nouvelles portes à chaque nouveau besoin (bien qu'il existe énormément de circuits déjà câblés réalisant des fonctions très variées).

Exemples :

Exemple 1 : obtention d'une porte NOT à partir d'une porte NAND

Exemple 2 : obtention d'une porte OR à partir de 3 portes NAND

II- LOGIQUE SÉQUENTIELLE ET STABILITÉ

II-1- Logique combinatoire et logique séquentielle

Dans les 2 cas, on combine des portes logiques et les règles d'algèbre de Boole s'appliquent.

En logique combinatoire :

L'état de la (ou des) sortie(s) à un instant donné ne dépend que du circuit et de la valeur des entrées à cet instant.

En logique séquentielle :

L'état de sortie du circuit à un instant donné dépend de la valeur des entrées à cet instant et de la valeur de la (ou des) sortie(s) aux instants antérieurs.
La logique séquentielle fait donc intervenir la notion de **mémoire** contrairement à la logique combinatoire.

Pour passer d'une logique à l'autre, nul besoin d'éléments nouveaux : il suffit, par exemple, que la sortie d'une porte logique soit rebouclée sur son entrée. On passe alors d'un système dit combinatoire à un système séquentiel.

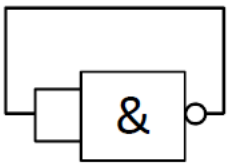
II-2- Stabilité des états de sortie

On appelle état stable un état de sortie qui persiste indéfiniment tant qu'un signal extérieur ne la fait pas changer d'état.

- Circuit astable : la sortie oscille en permanence et spontanément entre deux états qui ne sont donc pas stables.

  Ces systèmes n'ont pas besoin de signaux externes de déclenchement. Ils sont régulièrement utilisés pour générer des signaux carrés par exemple pour des signaux d'horloges de circuits numériques.

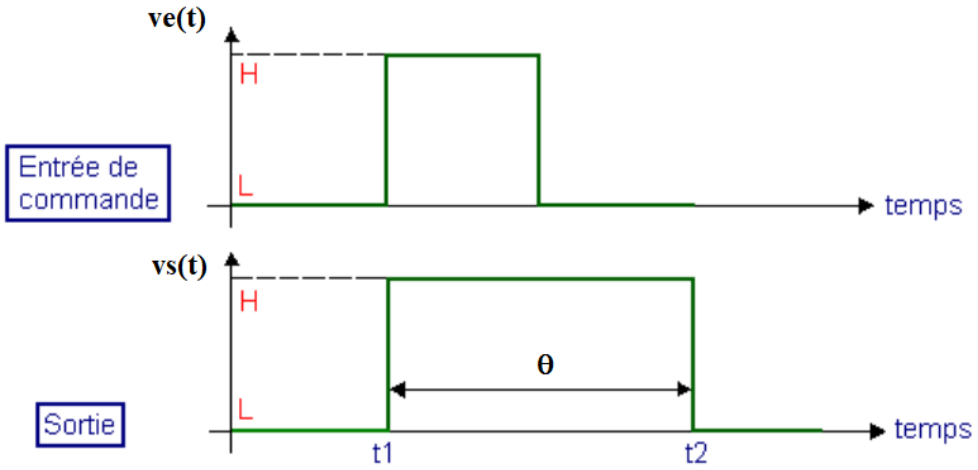
  Exemple porte NAND avec deux entrées reliées entre elles (équivalent à NOT) et à la sortie :



  On obtient un signal de période égale à deux fois le temps de commutation de la porte.

- Circuit monostable

Le monostable ne possède qu'un état stable. L'application du signal de commande fait passer le système dans un état quasi stable pendant une durée θ puis il revient à son état stable initial. On obtient donc une impulsion de largeur fixe en réponse à chaque signal externe de déclenchement.



Ce type de circuit peut permettre de visualiser une impulsion de courte durée. En effet on peut visualiser une impulsion par exemple en provoquant l'allumage d'une LED. Or, pour des durées inférieures à 1/10 de seconde environ, il est impossible de percevoir l'éclairement d'une LED. Il sera nécessaire d'utiliser un monostable qui jouera un rôle de temporisation en créant une impulsion à sa sortie suffisamment longue pour être détectable.

- Circuit bistable

Un circuit bistable possède deux états stables.
Il présente la caractéristique importante de maintenir un état de sortie donné indéfiniment à moins de lui appliquer un signal externe de bascule ou de déclenchement qui le fait passer dans un autre état stable. Il permet donc de réaliser une fonction mémoire avec deux états possibles 0 et 1.
Ces circuits sont sont donc capables d'emmagasiner et de restituer une unité d'information, c'est-à-dire un bit.

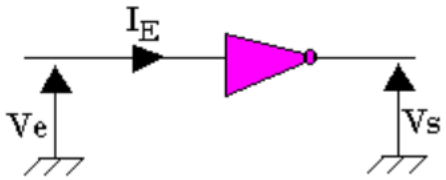


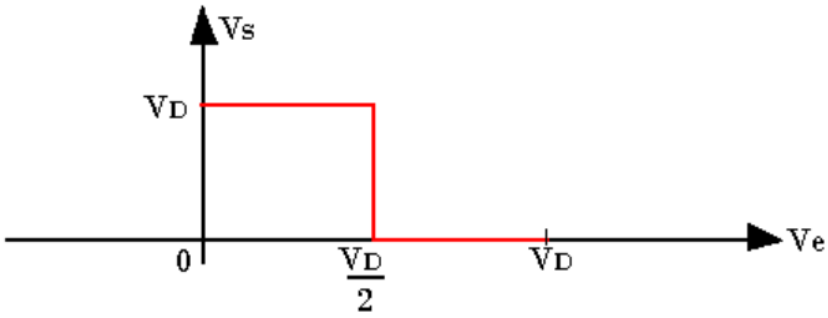
II-3- Exemples

Les calculs relatifs aux exemples suivants seront traités sur des feuilles à part.
Seuls les hypothèse et les résultats figurent sur le poly.

a- Multivibrateur astable (oscillateur)

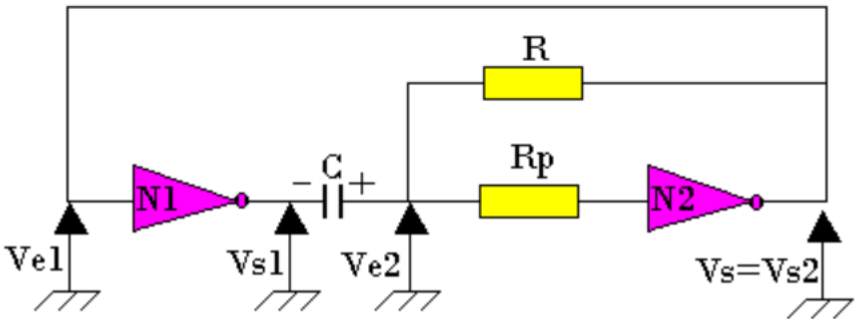
Ce circuit met en jeu deux inverseurs NOT obtenus à partir de portes NAND :





- Le basculement de la sortie se fait lorsque l'entrée passe par la moité de la tension d'alimentation V_D.
- On s'assure que le courant en entrée de la porte soit négligeable en ajoutant une résistance de protection R_P. Cette résistance ne figure pas toujours sur les schémas car elle n'intervient pas dans les équations du circuit.

Circuit complet :



On remarque que $v_{S2} = v_{e1}$ et $v_{S1} = \overline{v_{e1}}$: les sorties des deux portes sont donc complémentaires.

Equation différentielle vérifiée par $u_C(t) = ve_2(t) - ve_1(t)$: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{v_{S2}(t)}{RC} - \frac{v_{S1}(t)}{RC}$.

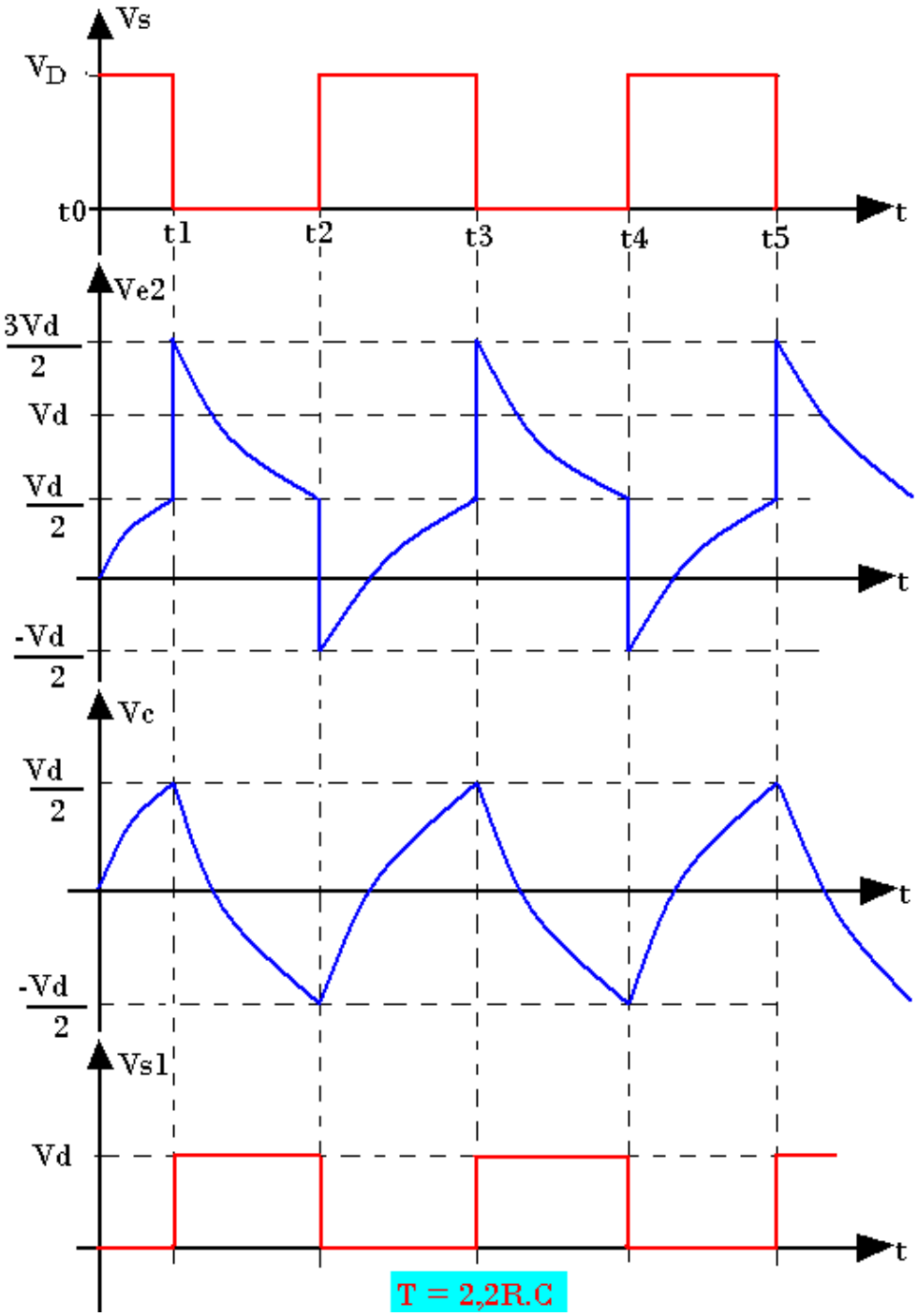
Suivant les valeurs de la différence entre les deux sorties ($+V_D$ ou $-V_D$) le condensateur se charge ou se décharge.
Les successions de charge et de décharge se font de façon continue car la tension aux bornes d'un condensateur est une grandeur continue.

Hypothèses de départ : Pour t < 0 :

- Condensateur déchargé
- $v_S(t) = V_D$

A partir de ces considérations et des hypothèses de départ :
- retrouver les chronogrammes tracés ci-dessous pour les tensions $V_S(t)$, $Ve_2(t)$, $V_C(t)$ et $V_{s1}(t)$ pour t > 0 ;
- déterminer la période des signaux périodiques obtenus en fonction de R et C.

Chronogrammes :



Conclusion :

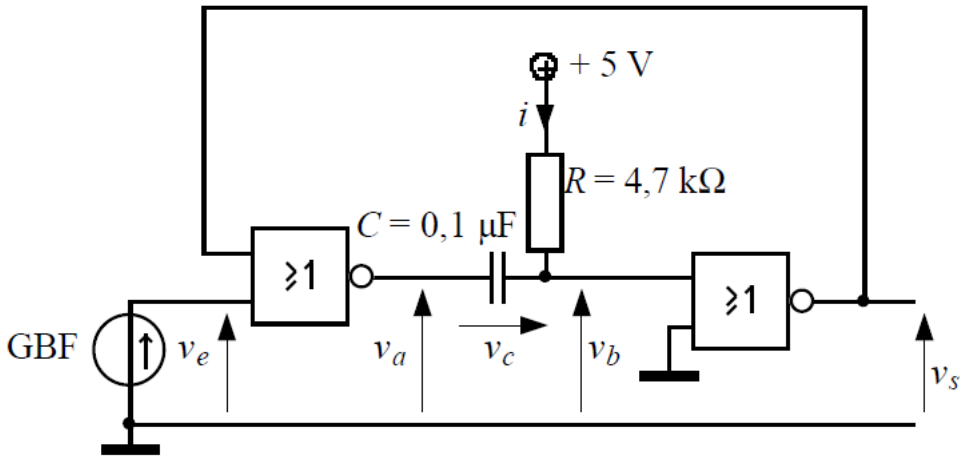
On obtient en sortie des deux inverseurs des signaux créneau à partir d'une tension continue (tension d'alimentation des portes) : on a réalisé un oscillateur.

La période T des oscillations peut être choisie à partir des valeurs de R et C : T = 2 RC ln3

Un circuit astable permet de générer un signal créneau de fréquence ajustable par le choix des valeurs des composants du circuit.

Ce type de montage permet de générer des signaux d'horloge.

b- Convertisseur fréquence-tension (système monostable)



Comme dans l'exemple précédent, on suppose que l'intensité du courant est nulle en entrée des portes logiques NOR.
On note V_0 = + 5 V la tension d'alimentation des portes.
La tension ve(t) est une tension de commande : le G.B.F. délivre des impulsions de fréquence f entre 0V et V_0.

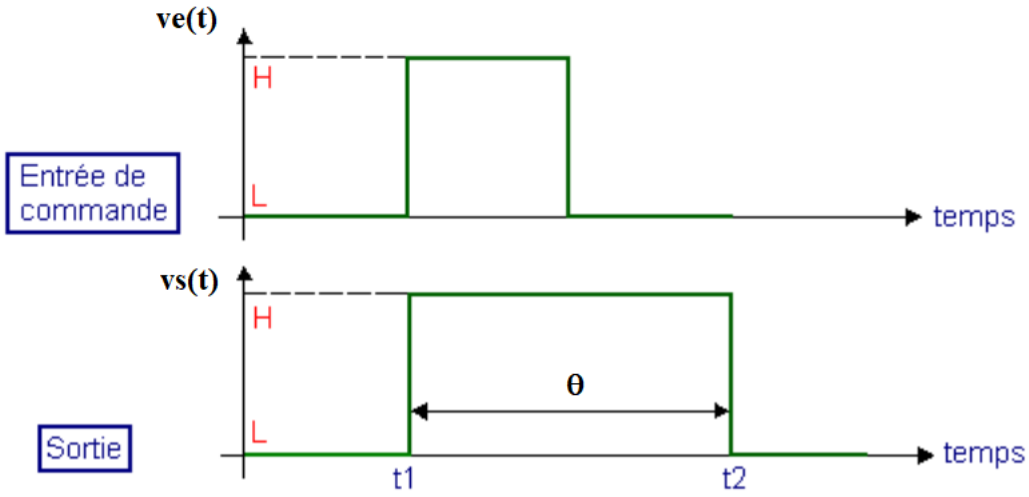
Cette fois la tension $v_C(t)$ obéit à l'équation différentielle : $\frac{dv_C}{dt}+\frac{1}{RC}v_C(t)=\frac{V_0}{RC}-\frac{v_a(t)}{RC}$.
Suivant les valeurs de va(t) (0 ou V_0) le condensateur se charge ou se décharge.
Lorsque vb(t) passe par $V_0/2$ la sortie $v_S(t)$ de la seconde porte NOR bascule.

Etat initial : On suppose que i(t) = 0, $v_c(t) = 0$ et ve(t) = 0 depuis longtemps pour t < 0.

Dans ce cas $v_S(t) = 0$. Le niveau bas de la sortie est un état stable. Il perdure indéfiniment si la tension de commande $v_e(t)$ reste à 0.

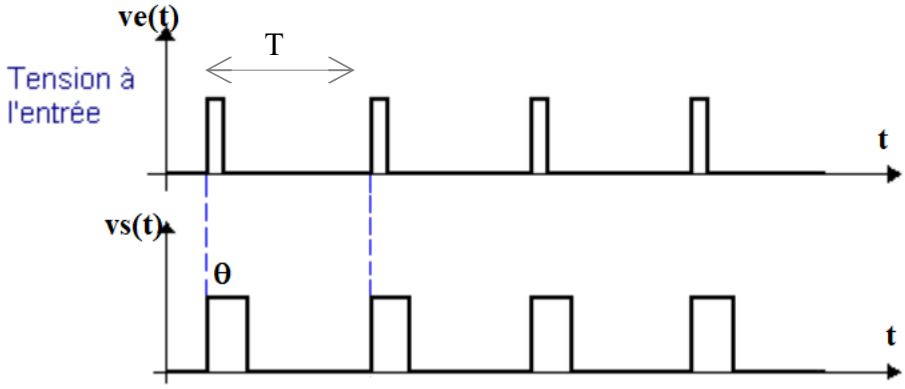
Effet d'une impulsion 0-1-0 en entrée (GBF) : la sortie $v_S(t)$ passe à l'état haut et y reste une durée identique θ quelque soit la durée de l'impulsion d'entrée avant de revenir à l'état bas précédent.

Une nouvelle impulsion imposée en entrée avant que la sortie ne revienne à l'état stable n'a aucune influence sur la sortie.
L'état haut de la sortie est un état astable de durée constante.



C'est la durée fixe θ de l'état instable qui est la caractéristique fondamentale du circuit monostable.

Cette propriété est utilisée pour convertir une fréquence en tension (principe du fréquencemètre) :



On voit sur les chronogrammes précédents que la valeur moyenne du signal $v_S(t)$ vaut :

$$\langle v_S(t)\rangle = \frac{\theta}{T} V_0 = \theta V_0 f$$

On peut donc récupérer en sortie d'un filtre passe-bas la composante continue de $v_S(t)$ soit une tension continue dont la valeur est proportionnelle à la fréquence du signal d'entrée.

c- Bascule RS à porte NOR (système bistable)

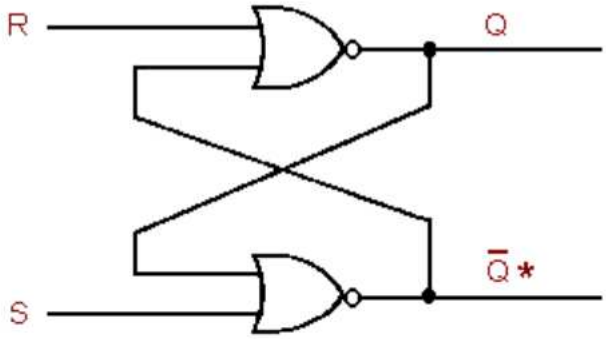
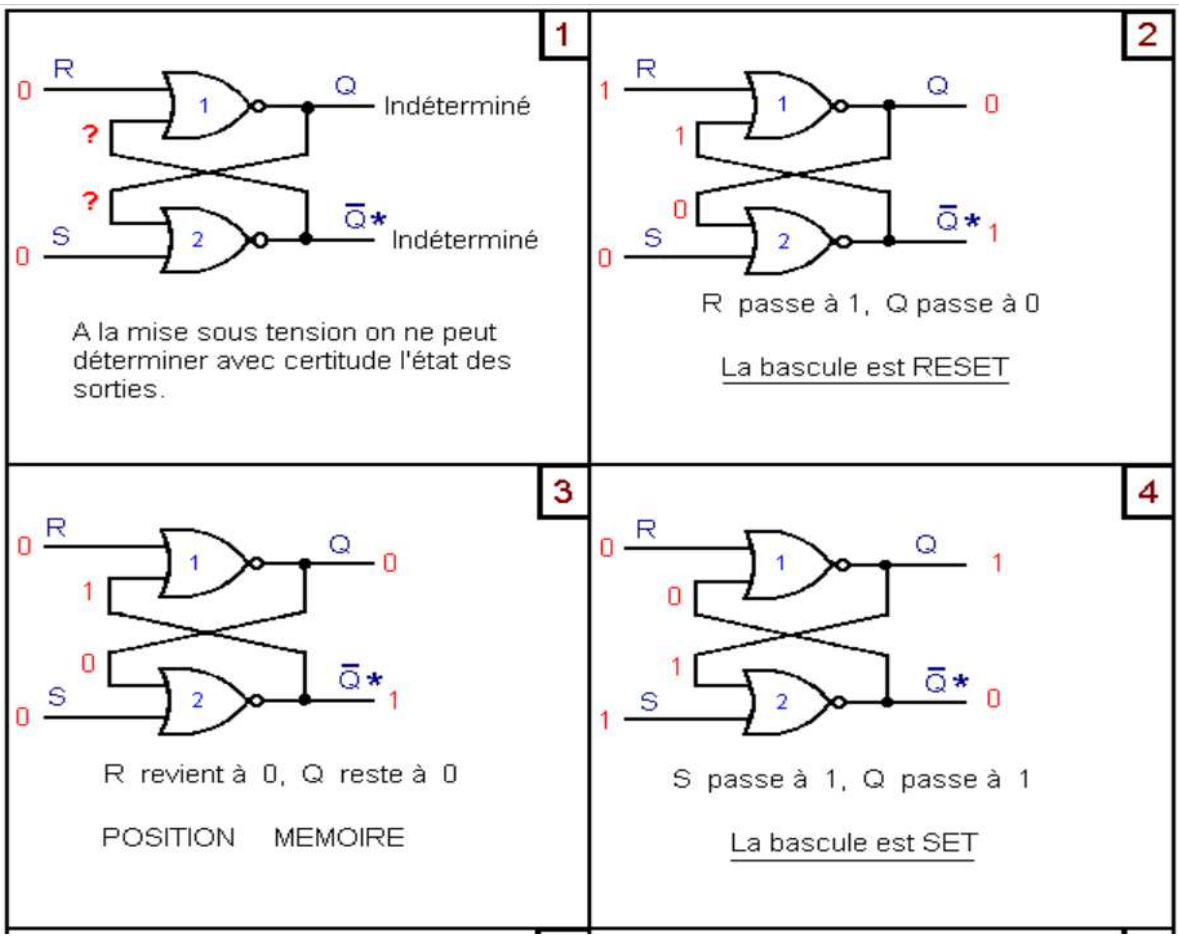


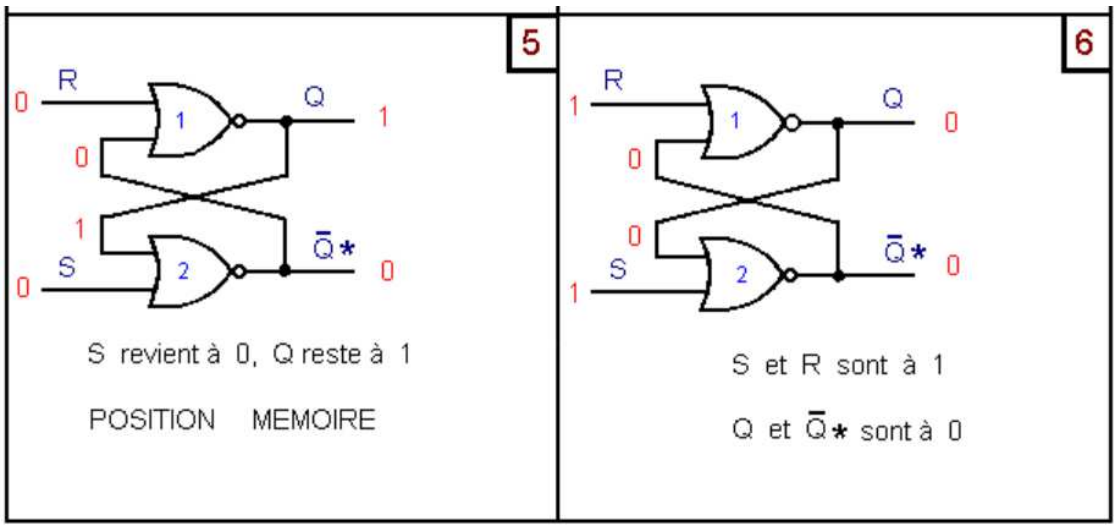
Fig. 35. - FLIP-FLOP R-S.

La sortie Q de ce circuit possède deux états stables **Q = 1 (SET)** ou **Q = 0 (RESET).**
Chaque état étant stable, il est conservé après la disparition du niveau logique haut qui l'a déclenché.

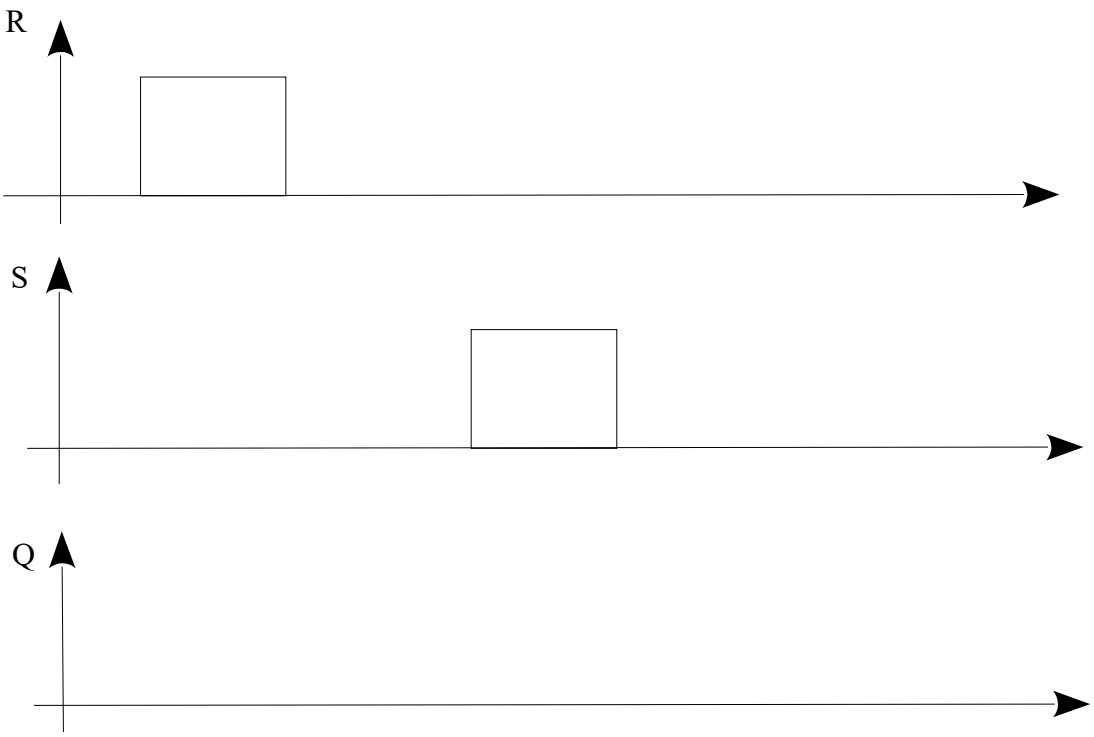
Les entrées R (Reset) et S (Set) sont dites actives au niveau logique haut (H) car :
- la mise à 1 de R déclenche le passage à 0 de Q (Reset)
- la mise à 1 de S déclenche le passage à 1 de Q (Set).

On appelle généralement les sorties d'une bascule, Q et $\overline{Q}$.
On adopte ici la notation $\overline{Q}*$ car $\overline{Q}$ n'est pas toujours le complément de Q (voir le tableau)





Chronogrammes :



On remarque que la configuration $S = 0$ et $R = 0$ autorise en sortie aussi bien la combinaison $Q = 1$, $\overline{Q} = 0$ que la combinaison $Q = 0$, $\overline{Q} = 1$.
Ces deux combinaisons correspondent aux deux états stables de la bascule, c'est-à-dire aux deux états dans lesquels la bascule se maintient indéfiniment tant que l'on ne change pas la valeur de ses entrées.
La combinaison effectivement présente sur les sorties dépend de la combinaison des entrées qui a précédé la situation $S = 0$, $R = 0$. Cette situation antérieure était nécessairement du type S = 1, R = 0 ou S = 0, R = 1 et c'est la dernière entrée qui valait 1 qui impose l'état de la bascule.
La combinaison $S = 0$ et $R = 0$ conserve donc une mémoire de la situation antérieure.

Table de vérité :

R	S	Qn	$\overline{Q}*n$
0	0	$\overline{Q}n-1$	$\overline{Q}*n-1$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0

Fig. 37. - Table de vérité de la bascule R-S.

Illustration de la fonction mémorisation d'une bascule RS : calculatrice avec un bouton ON et un bouton OFF :

Le bouton ON met la calculatrice en marche.
Le bouton OFF arrête la calculatrice.
Si on appuie sur ON alors que la calculatrice est déjà en marche, elle reste en marche.
Si on appuie sur OFF alors qu'elle est arrêtée, elle reste arrêtée.

Extrait du programme relatif à ce chapitre :

Les deux dernières parties intitulées « **Portes logiques** » et « **Logique séquentielle et stabilité** » visent à étudier les composants fondamentaux des circuits logiques ainsi que quelques propriétés de tels circuits permettant la réalisation de dispositifs fréquemment mis en œuvre dans les matériels informatiques.
On se limite à des systèmes comportant un nombre raisonnable de composants. La connaissance des circuits électroniques constituant les portes et bascules est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3 Portes logiques	
Interrupteurs commandés par une tension. Porte logique NOT. Portes logiques AND, OR, NAND, NOR à deux ou plusieurs entrées. Porte logique XOR.	Déterminer la table de vérité d'une association d'interrupteurs commandés par une tension. Identifier par sa table de vérité la porte logique réalisée par une association d'interrupteurs commandés par une tension.
2.4 Logique séquentielle et stabilité	
États stables. Circuits astable, monostable, bistable.	Déterminer les états stables d'un circuit contenant des portes logiques, avec rétroaction. **Réaliser un oscillateur à l'aide d'un circuit astable à portes logiques.** **Réaliser un convertisseur fréquence tension utilisant un circuit monostable à porte logique.**
Bascule RS à portes NAND ou NOR.	Décrire le fonctionnement d'une bascule RS dont le schéma est fourni. Expliquer comment réaliser une mémoire à l'aide d'un circuit bistable.
Chronogramme.	Déterminer le chronogramme des grandeurs électriques pertinentes d'un circuit comportant des portes logiques.