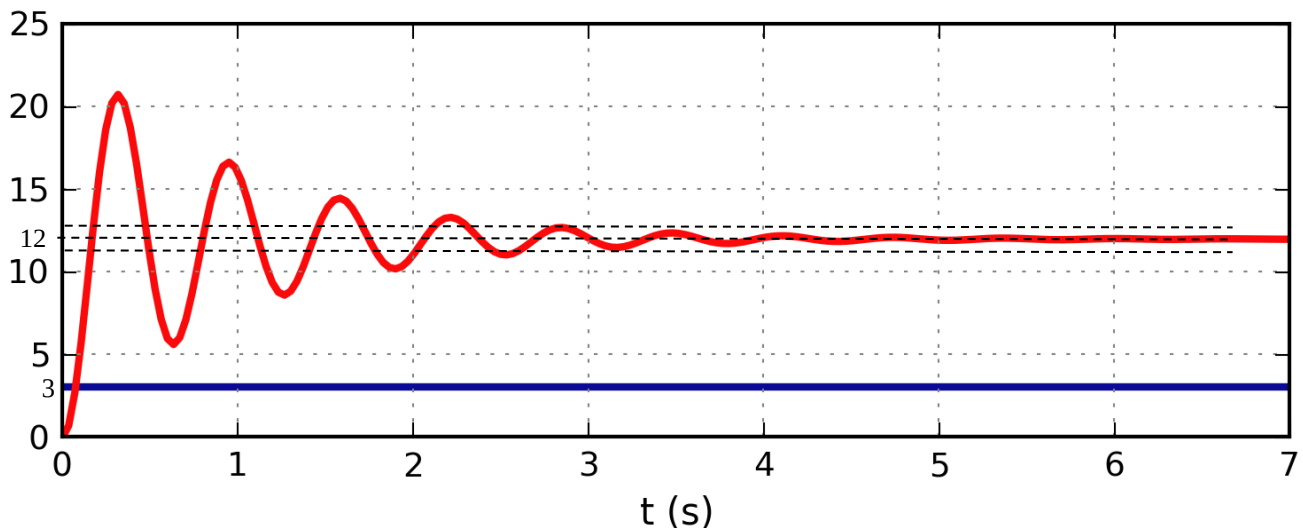


Exercice 1 : performances

La figure suivante présente la réponse d'un système à un échelon de 3 (l'entrée et la sortie sont sans unité).

1. Donner les valeurs de l'écart statique (en régime permanent), du temps de réponse à 5% et du premier dépassement relatif (en % de la valeur asymptotique) de cette réponse.
2. Que vaut le gain statique de la fonction de transfert modélisant le système ?



Exercice 2 : résolution d'équation différentielle par Laplace

Soit un système (entrée $e(t)$ et sortie $s(t)$) régi par l'équation différentielle :

$$\frac{d^3 s(t)}{dt^3} + 60 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 500 \frac{ds(t)}{dt} = 10^4 e(t)$$

1. Déterminer la fonction de transfert laplacienne $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ de ce système. En donner l'ordre, la classe et le gain statique. Identifier et calculer une pulsation propre et un coefficient d'amortissement.

On note $s_1(t)$ la réponse à une entrée en échelon unitaire du système ($s_1(t)$ est appelée réponse indicielle)

2. Par application des théorèmes des valeurs finales et initiales, calculer : $s_1(0^+)$, $s_1(\infty)$, $s_1'(0^+)$ et $s_1'(\infty)$.
3. Déterminer l'expression de $s_1(t)$ (sachant que $500p + 60p^2 + p^3 = p(p+10)(p+50)$)
4. Dessiner l'allure de $s_1(t)$. Préciser l'équation de l'asymptote à l'infini et la pente de la tangente à l'origine.
5. Déterminer l'écart statique en position ε_s .

On boucle le système par un retour unitaire (chaîne de retour de fonction de transfert égale à 1). Soit $G(p)$ la fonction de transfert de ce système bouclé.

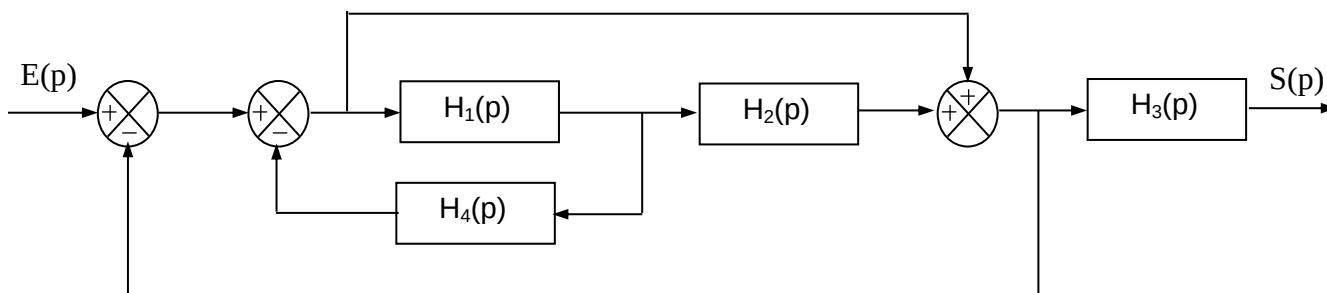
6. Déterminer $G(p)$. Quel est l'effet du bouclage sur les caractéristiques de la fonction de transfert du système?

On note $s_2(t)$ la réponse indicielle du système bouclé.

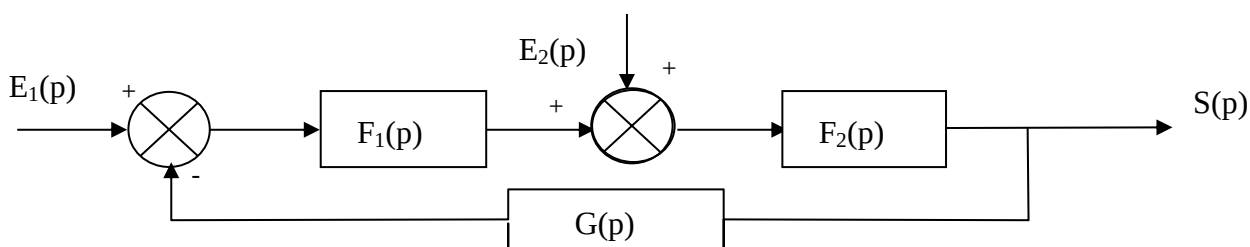
7. Calculer $s_2(0^+)$, $s_2(\infty)$, $s_2'(0^+)$ et $s_2'(\infty)$. Tracer l'allure de $s_2(t)$. Déterminer le nouvel écart ε_s et conclure sur l'utilité du bouclage.

Exercice 3 : schémas blocs et fonctions de transfert

1. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = S(p)/E(p)$ en fonction des $H_i(p)$ du schéma-bloc ci-dessous :



Le schéma fonctionnel ci-dessous possède deux entrées $E_1(p)$ et $E_2(p)$ et une sortie $S(p)$. On distingue donc deux fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que : $S(p) = H_1(p) \cdot E_1(p) + H_2(p) \cdot E_2(p)$



2. Exprimer $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction des transmittances $F_1(p)$ et $F_2(p)$ et $G(p)$.

L'étude d'un système automatique d'amarrage conduit au schéma blocs suivant :

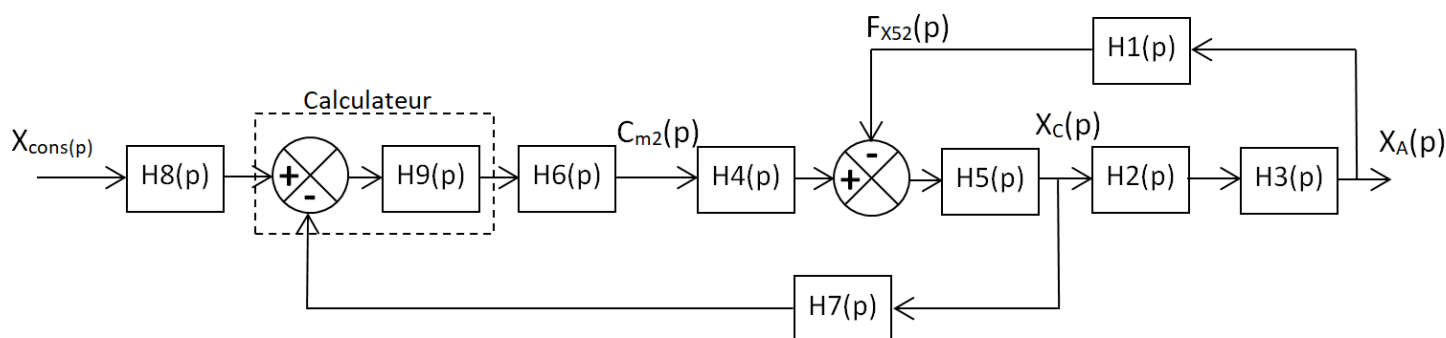


Figure 1

Le schéma bloc étant composé de deux boucles imbriquées, on propose une étude par étapes pour établir la fonction de transfert globale du système.

La première simplification permet d'obtenir un comportement avec une boucle de retour unitaire. La seconde opération de simplification permet de gérer la difficulté des retours entrelacés.

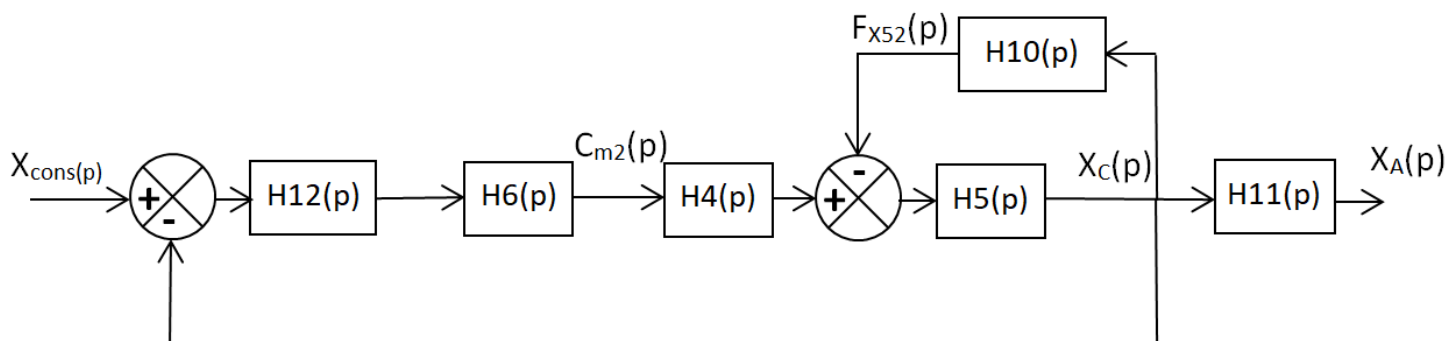


Figure 2

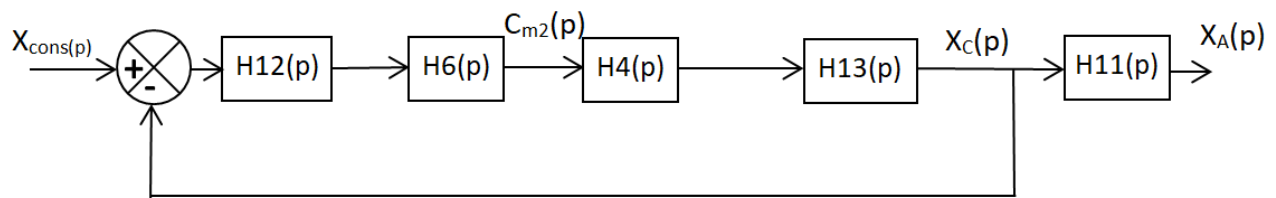


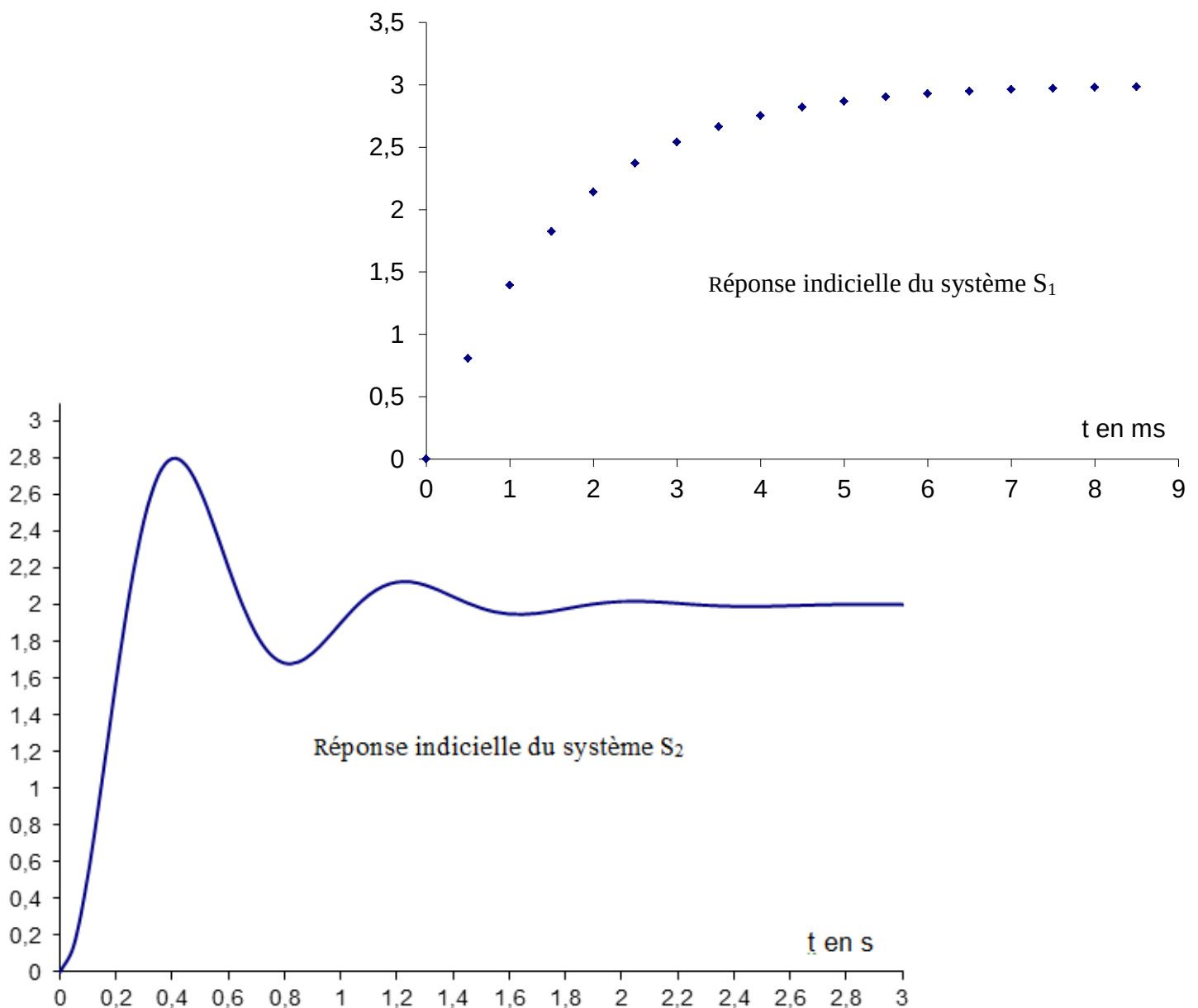
Figure 3

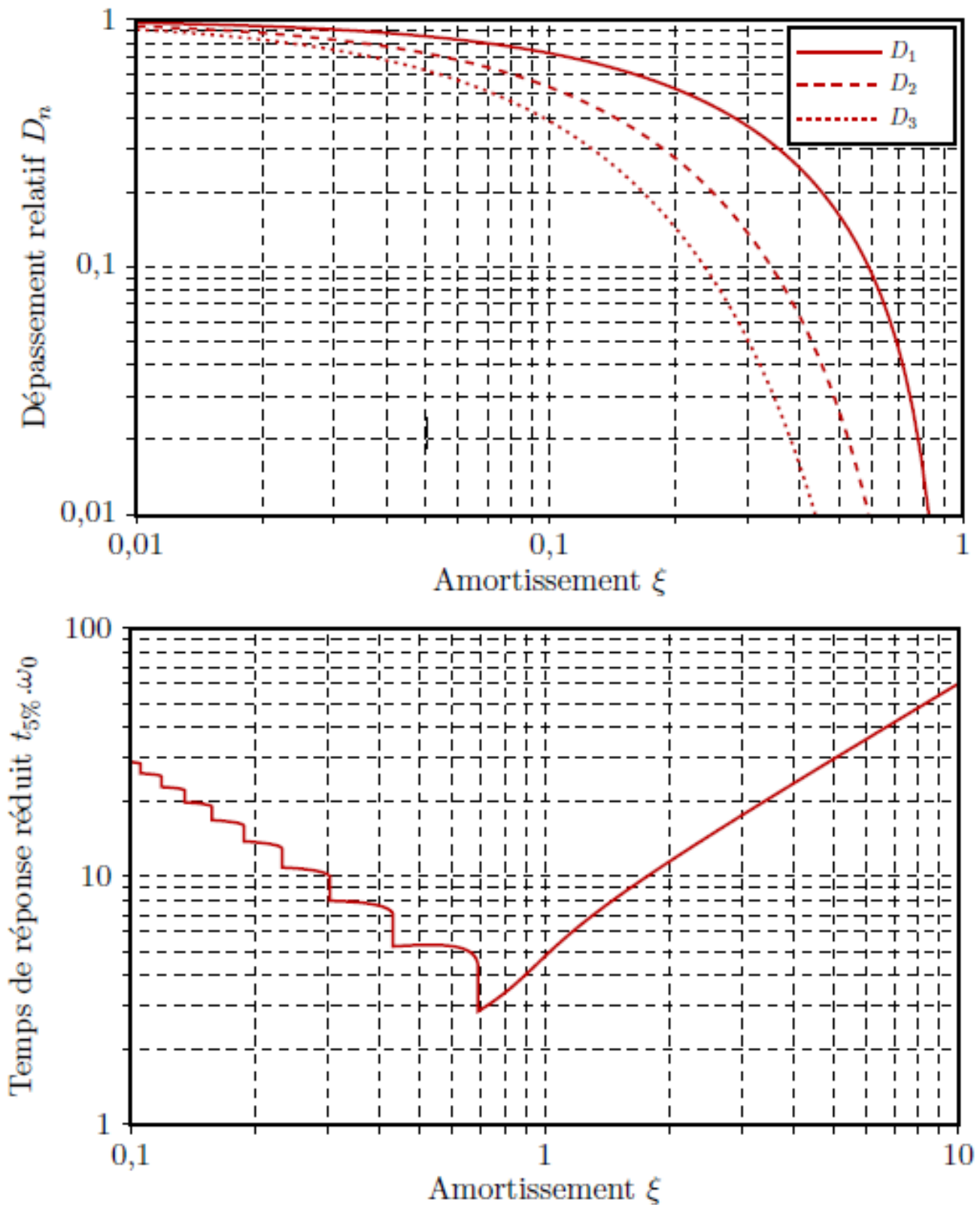
3. Déterminer $H_{10}(p)$, $H_{11}(p)$, $H_{12}(p)$ et $H_{13}(p)$ en fonction des $H_i(p)$ et en prenant $H_8(p) = H_7(p)$
4. En déduire la fonction de transfert globale en fonction des $H_i(p)$ de la figure 3.

Exercice 4 : modèle comportemental par identification temporelle

Les enregistrements des réponses indicielles de deux systèmes S_1 et S_2 sont donnés ci-dessous :

Déterminer la fonction de transfert (en la justifiant) modélisant chacun de ces systèmes. Utilisez les 2 abaques ci-après si nécessaire.



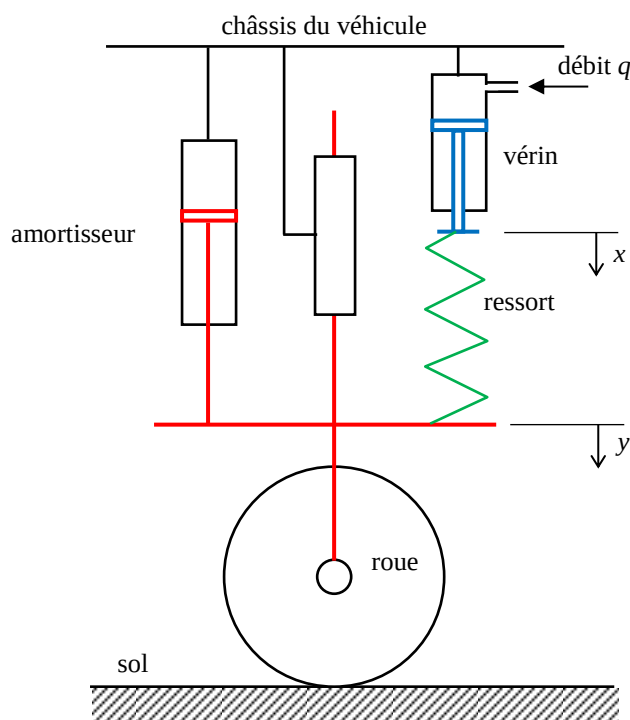


Exercice 5 : Tracés de diagrammes de Bode

Tracez les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert : $H(p) = \frac{75(p+0.4)}{p(p+3)(p+10)}$ en superposition des tracés réels fournis page 11. Vous justifierez les tracés réalisés.

Exercice 6 : modèles de connaissance et de comportement d'une suspension pilotée

Le schéma ci-contre représente la modélisation d'une suspension hydraulique d'un véhicule. L'axe de la roue est guidé par rapport au châssis du véhicule par une liaison glissière verticale. Un ressort de raideur k et un vérin hydraulique de section S montés en série constituent l'élément déformable de la suspension. Un amortisseur de coefficient de frottement visqueux μ est monté en parallèle avec l'ensemble précédent. Un distributeur hydraulique envoie vers le vérin un débit d'huile q .



On note (dans les conditions d'Heaviside) :

- $x(t)$ et $y(t)$ les déplacements des extrémités du ressort par rapport à sa position de repos,
- $f_r(t)$, $f_a(t)$ et $f_s(t)$ les variations des forces exercées par le ressort, l'amortisseur et le sol autour du point de repos.

Mise en équations :

Principe fondamental de la dynamique appliqué à la

roue de masse M : $M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = f_r(t) + f_a(t) + f_s(t)$ (1)

avec $f_a(t) = -\mu \frac{dy(t)}{dt}$ (2)

$f_r(t) = k [x(t) - y(t)]$ (3)

Relation entre le débit d'huile et le déplacement de la tige du vérin : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt}$ (4)

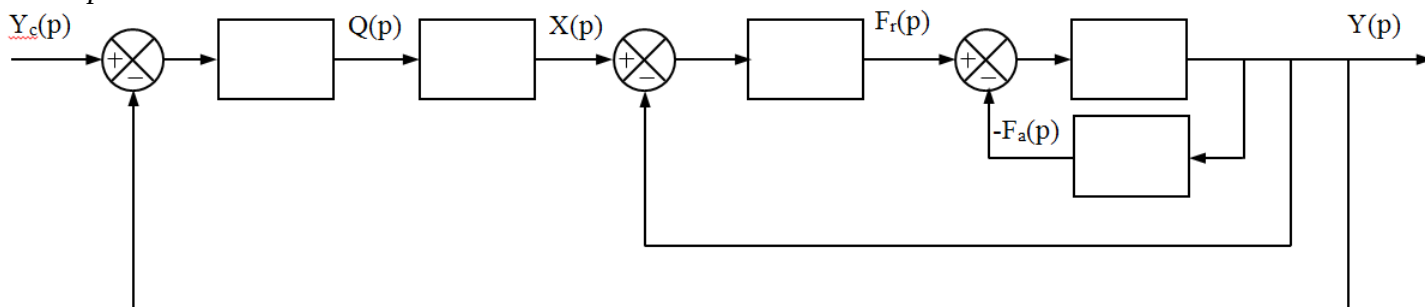
Relation entre y et la consigne y_c (réglage de la garde au sol du véhicule) : $q(t) = K_d [y_c(t) - y(t)]$ (5)

Le but du problème est d'étudier le comportement de la suspension pour différentes valeurs des caractéristiques et dans différentes phases de fonctionnement. On procèdera en fin d'étude à la recherche d'un modèle de comportement.

1 – Déterminer les transformées de Laplace des cinq équations précédentes.

1^{ère} étude : le sol est parfaitement plat donc $f_s(t) = 0$.

2 – Compléter le schéma-bloc ci-dessous



3 – Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$ sous forme canonique. Déterminer analytiquement puis

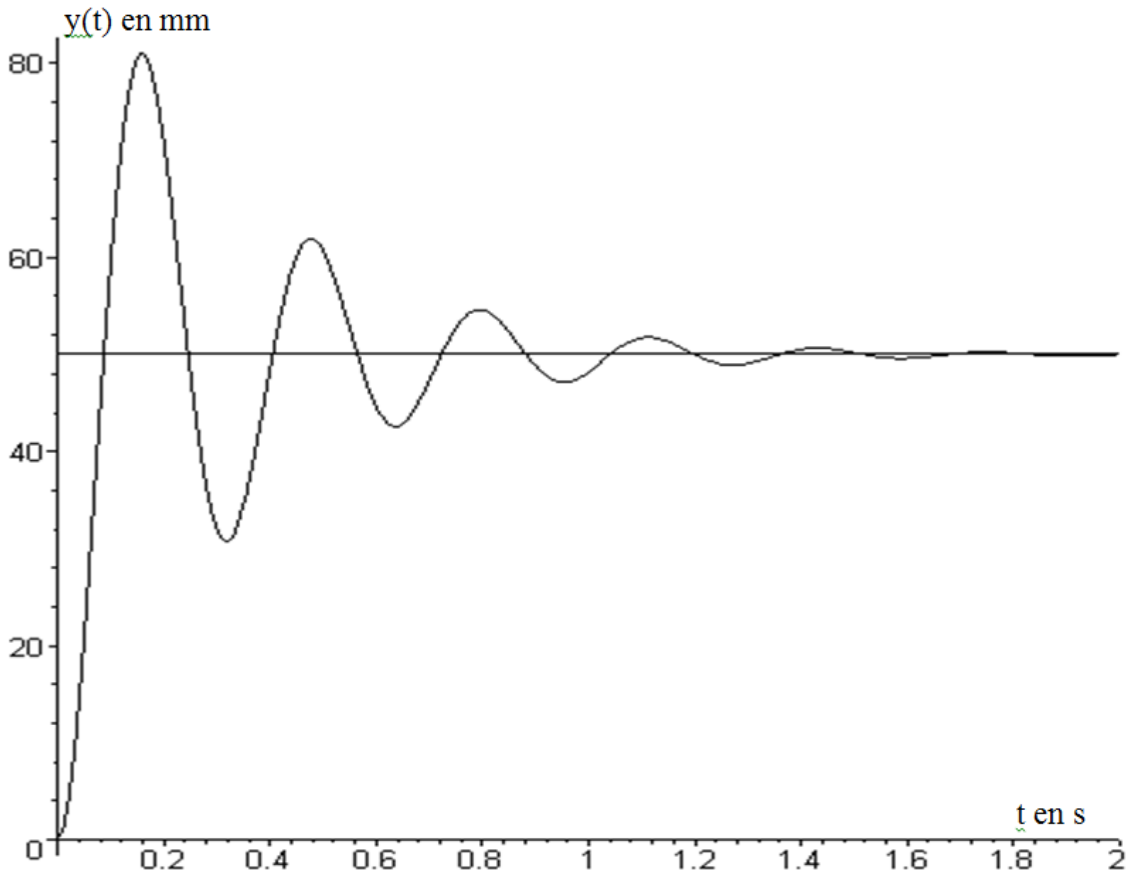
numériquement le gain statique K , la pulsation propre ω_0 et le coefficient d'amortissement m . On donne $M = 50$ kg, $k = 2.10^4$ N/m et $\mu = 3.10^3$ N s / m.

On impose un échelon de déplacement $x(t)$ égal à 50 mm et on prend $H_1(p) \approx \frac{416}{(p+8)(p+52)}$.

4 – Donner l'allure de la réponse $y(t)$ (noter la valeur de $y(t)$ en régime permanent).

5 – Déterminer l'équation de $y(t)$.

On modifie le coefficient d'amortissement visqueux μ et on soumet à nouveau le système à un échelon de déplacement $x(t)$ égal à 50 mm. La réponse $y(t)$ est donnée ci-dessous.



6 – Déterminer le coefficient d'amortissement m et la pulsation propre ω_0 . En déduire la valeur de μ .

7 – Déterminer le temps de réponse. Quelle valeur faudrait-il donner à μ . Pour avoir un temps de réponse minimal ?

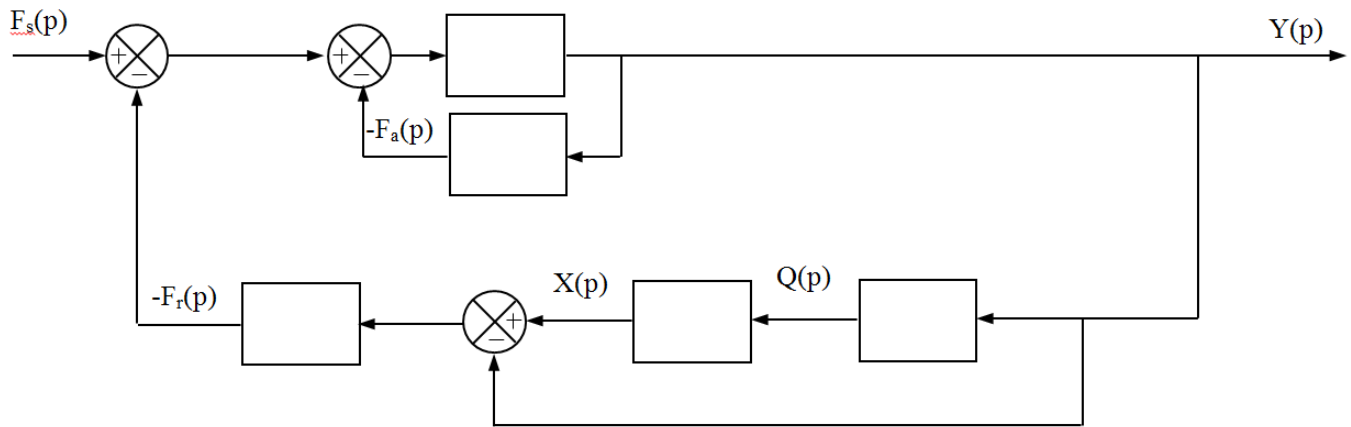
8 – Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$ sous forme canonique littérale. En donner le gain statique, l'ordre et la classe.

On applique une consigne y_c en échelon d'amplitude 10 cm.

9 – Déterminer les valeurs initiale et en régime permanent de $y(t)$.

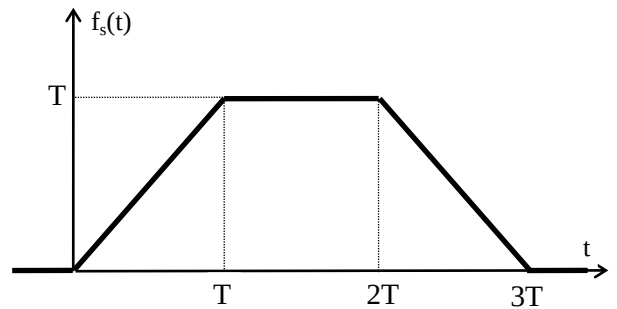
2^{ème} étude : la garde au sol est fixée donc $y_c(t) = 0$. On étudie maintenant l'influence du profil du sol sur la suspension donc $f_s(t) \neq 0$.

10 – Compléter le schéma-bloc d'entrée $F_s(p)$ ci-dessous.



11 – Déterminer la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{Y(p)}{F_s(p)}$.

La variation de $f_s(t)$ est donnée ci-contre :



12 – Déterminer la transformée de Laplace $F_s(p)$ de ce signal.

13 - Déterminer la valeur en régime permanent de $y(t)$ pour cette entrée $F_s(p)$.

Le diagramme de Bode de $H_3(p)$ est donné ci-dessous. L'action $f_s(t)$ est maintenant modélisée par un signal sinusoïdal d'amplitude 250 N et une pulsation de 15 rad/s.

14 – A l'aide du diagramme de Bode de $H_3(p)$, donner l'expression numérique de $y(t)$ en régime permanent.

A partir d'une pulsation ω_1 , on peut approximer $H_3(p)$ par la fonction de transfert $H_4(p) = \frac{1}{M p^2 + \mu p + k}$

avec $M = 50 \text{ kg}$, $k = 2.10^4 \text{ N/m}$ et $\mu = 3.10^2 \text{ N s /m}$.

15 – Tracer le diagramme asymptotique de $H_4(p)$ sur le même diagramme que $H_3(p)$.

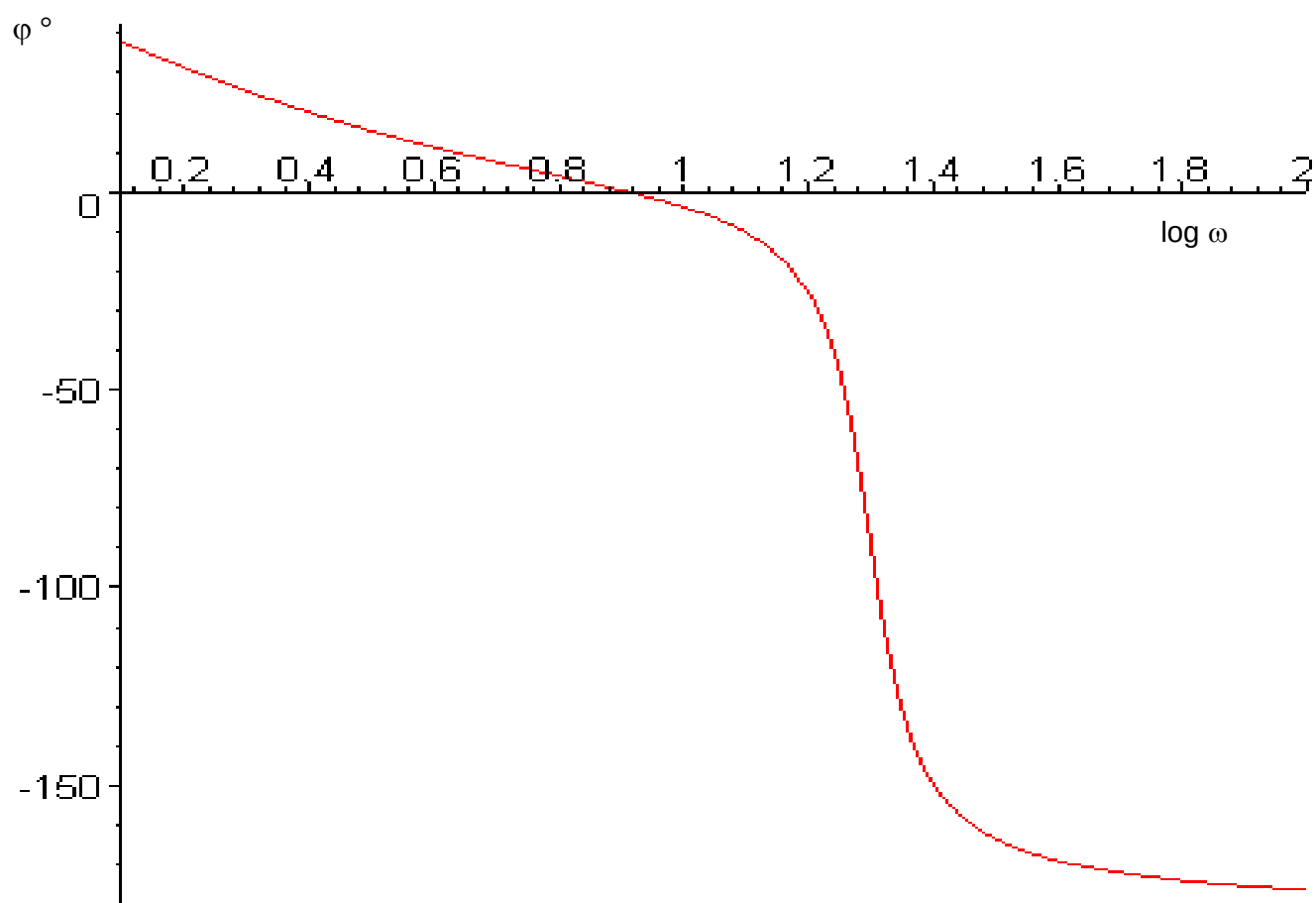
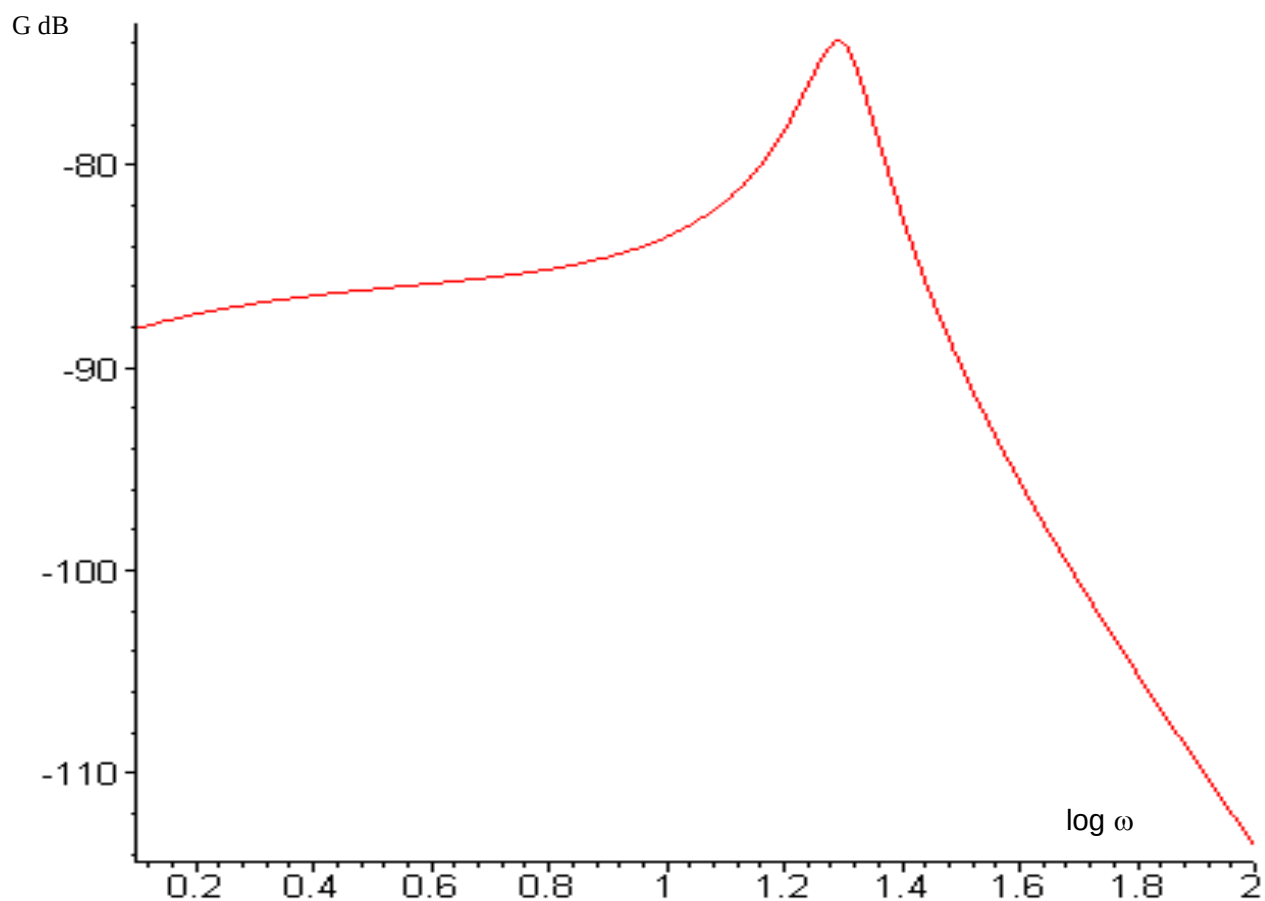
16 – Y a-t-il un phénomène de résonance ? Si oui, pour quelle valeur ω_f ?

17 – Remplir le tableau ci-dessous avec les valeurs du gain en dB et de la phase en degrés. Reporter ces valeurs sur le diagramme de Bode et donner l'allure des courbes de gain et de phase. A partir de quelle valeur ω_1 peut-on approximer $H_3(p)$ par $H_4(p)$?

Valeurs du gain et de la phase de $H_4(p)$:

ω	1,5	3	10	50	100	$\omega_r =$
$\log(\omega)$						
G dB						
φ°						

Diagrammes de Bode de $H_3(p)$:



Exercice 7 : Etude de stabilité

Soit $H(p) = \frac{K}{p^n (1 + Tp)^2}$ la fonction de transfert en **boucle ouverte** d'un **système asservi à retour unitaire** avec les constantes K , T et n positives. On soumet ce système asservi à une entrée en rampe de pente 1.

- 1 – Déterminer n et K pour que l'écart statique en poursuite soit égal à 0,04.
- 2 – Déterminer alors la valeur limite de T (maxi ou mini ?) pour que le système soit stable.
- 3 – Calculer T pour avoir une marge de gain de 10 dB.
- 4 – Déterminer la marge de phase du système pour les valeurs de K , n et T trouvées précédemment.

Exercice 8 : Placement et détermination d'un correcteur proportionnel intégral

Soit un système bouclé à **retour unitaire de FTBO** : $H(p) = \frac{1250}{4p^2 + 25p + 25}$.

- 1- Donner l'allure de la réponse indicielle. Déterminer l'écart statique en position.
- 2- Tracer le diagramme asymptotique de $H(p)$ sur le document fourni page 10. Déterminer graphiquement la bande passante à 0 dB. Calculer la marge de phase.

On ajoute un correcteur $C(p) = K \frac{1 + \tau p}{\tau p}$ placé une décade avant la pulsation critique de $H(p)$ et on souhaite obtenir une marge de phase de 45°.

- 3- Justifier le choix de ce correcteur.
- 4- Déterminer τ et K .
- 5- Représenter le diagramme asymptotique de la FTBO corrigée $H_1(p)$. Déterminer graphiquement la bande passante à 0 dB.
- 6- Comparer les performances des deux systèmes (corrigé ou non).

Exercice 9 : Etude d'une correction par compensation de pôle dominant

Soit un **système bouclé à retour unitaire** de fonction de **transfert en boucle ouverte** : $H(p) = \frac{100}{(p+1)(p+10)}$.

- 1 – Tracer le diagramme de Bode du système en boucle ouverte. Déterminer la marge de phase.
- 2 – Déterminer les caractéristiques du système en boucle fermée : gain statique, pulsation propre, coefficient d'amortissement, 1^{er} dépassement, écart statique.
- 3 – Déterminer le correcteur proportionnel nécessaire pour obtenir une marge de phase de 45°. Déterminer le 1^{er} dépassement et l'écart statique du système ainsi corrigé. Justifier les résultats obtenus.

On choisit maintenant un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{\tau p}$.

- 4 – Quel est l'intérêt de ce correcteur ? Choisir sa constante de temps pour supprimer le pôle dominant (et ainsi ne pas limiter la rapidité du système). Déterminer son gain pour obtenir une marge de phase de 45°.

Exercice 10 : Influence d'un correcteur à avance de phase

Soit un système asservi à **retour unitaire de FTBO** : $H(p) = \frac{10}{p(1+2p)}$

- 1 – Déterminer l'écart statique et le 1^{er} dépassement de ce système.
- 2 – Tracer le diagramme de Bode de la FTBO et déterminer les marges de gain et de phase. Conclure.

On insère dans la chaîne directe un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{1 + 0,8p}{1 + 0,24p}$

- 3 – Justifier le choix de ce correcteur et déterminer l'écart statique.
- 4 – Tracer le diagramme de Bode de la FTBO du système corrigé et déterminer les marges de gain et de phase. Conclure.

