

## Problème 6 : Micromanipulateur pour chirurgie endoscopique (mines mp 2016)

L'objet de cette étude est un robot appelé MC<sup>2</sup>E utilisé en chirurgie endoscopique (photo 1). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

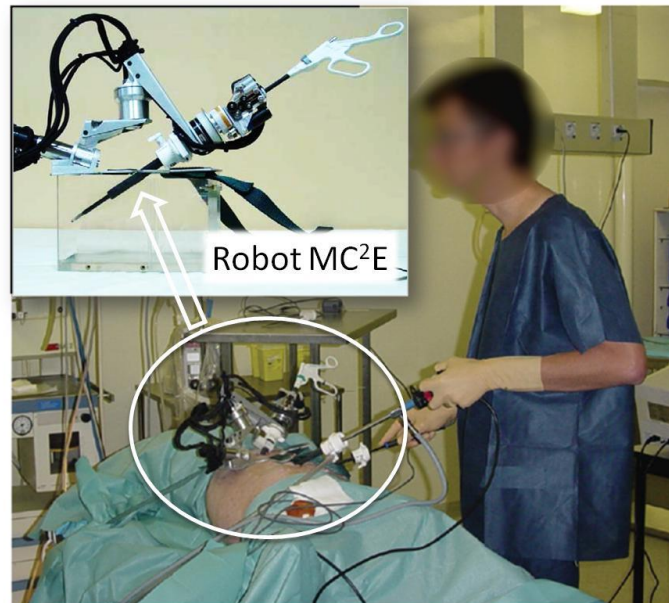


Photo 1 : Opération sur un mannequin

L'objectif de ce sujet est d'analyser, de comprendre et de justifier les choix structurels faits par les ingénieurs. Pour cela, on se basera sur la démarche de l'ingénieur :

- Les exigences et/ou performances souhaitées sont spécifiées tout au long du sujet;
- Des modèles et résultats analytiques ou simulés sont mis en place ;
- Des résultats expérimentaux sont proposés.

A chaque fois, on cherchera à quantifier les écarts entre les différents résultats obtenus par simulation et/ou expérimentation et les exigences et/ou performances souhaitées. Les réponses apportées aux questions devront donc être rédigées dans cet esprit.

### 1. PRESENTATION GENERALE DU SYSTEME MC<sup>2</sup>E

**Objectif :** Analyser la structure matérielle du robot MC<sup>2</sup>E et la justifier vis-à-vis des exigences.

Le robot MC<sup>2</sup>E a été développé au sein du laboratoire de robotique de l'université Paris Diderot.

#### 1.1. Contexte : Le MC<sup>2</sup>E est utilisé pour une opération dite de cholécystectomie qui consiste à enlever la vésicule biliaire (voir annexe 1 figure 1).

La pratique d'une cholécystectomie **sans** assistance robotique nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments chirurgicaux et d'un assistant pour positionner l'endoscope (caméra permettant de visualiser en temps réel la zone opérée). Plus précisément, le chirurgien :

- tire d'une main avec un premier instrument chirurgical la vésicule pour dégager la zone de dissection ;
- utilise un deuxième instrument chirurgical, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie.

Un assistant doit être présent pour manipuler l'endoscope à la demande du chirurgien. Cette opération nécessite donc trois points d'incision (voir **annexe 1 figure 1**) : deux pour les instruments chirurgicaux et un pour l'endoscope.

*Dans le contexte de l'opération avec assistance robotisée, le robot MC<sup>2</sup>E est utilisé comme une **troisième main** pour tirer la vésicule à la place du chirurgien, au fur et à mesure que ce dernier détache, d'une seule main, la vésicule du foie.*

Le chirurgien, ayant une main libérée, peut positionner seul l'endoscope sans faire appel à un assistant.

## 1.2. Structure matérielle du robot MC<sup>2</sup>E

Le MC<sup>2</sup>E présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. On donne en **annexe 2** une description simple du robot.

La particularité de cette cinématique est qu'elle laisse fixe le point de concours des axes de rotation qui correspond au point d'incision. Ce point fixe est le point où se situe le trocart (voir **annexe 1 figure 3**), élément qui sert d'interface entre l'abdomen du patient et l'instrument chirurgical du robot.

*Dans toute la suite du sujet, la classe d'équivalence cinématique liée à l'instrument chirurgical sera nommée pince et numérotée (4) pour simplifier les notations.*

Le lieu de l'opération peut alors être atteint grâce à l'axe en translation au bout duquel se situe la pince.

## 1.3. Mode opératoire

- Après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO<sub>2</sub>. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- Le MC<sup>2</sup>E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;
- La pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur démarre ;
- Le chirurgien amène la pince du MC<sup>2</sup>E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC<sup>2</sup>E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. L'**annexe 1 figure 2** décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC<sup>2</sup>E.

## 2. ANALYSE PARTIELLE DE LA STRUCTURE DE REGULATION EN POSITION DES AXES EN ROTATION

**Objectifs :** Modéliser la structure de régulation en position d'un des axes en rotation.  
Valider le choix du capteur de position associé.

Comme le précise l'exigence 1.1 de l'**annexe 1**, il est nécessaire de maintenir en position angulaire fixe les trois axes en rotation du MC<sup>2</sup>E. Pour chacun d'eux, on réalise un asservissement en position. Pour un seul axe, on se propose ici de construire le schéma-blocs de cette régulation.

### Description de l'asservissement et notations :

- La position de consigne  $\theta_{1c}(t)$  est convertie en une tension image  $U_{1c}(t)$ , par l'intermédiaire d'un adaptateur de gain  $K_a$  ;
- L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  du moteur est adapté par un réducteur de gain  $K_r$ , pour donner naissance à la position angulaire de sortie  $\theta_1(t)$ . Un codeur incrémental situé sur l'arbre moteur délivre, après traitement, une tension  $U_m(t)$  proportionnelle à l'angle de rotation  $\theta_m(t)$  du moteur. Son gain est noté  $K_c$  ;
- A partir de ces deux tensions, on génère un signal écart  $\varepsilon(t)$  qui sera ensuite corrigé. Le correcteur a pour fonction de transfert  $C(p)$  ;
- Il en résulte un courant de commande moteur  $I_m(t)$  qui donne naissance au couple moteur  $C_m(t)$  par l'intermédiaire d'un gain  $K_T$  ;
- La fonction de transfert liée à la dynamique du moteur et de la charge est notée  $M(p)$ . On donne  $M(p) = \frac{1}{J_t \cdot p}$  avec  $J_t$  inertie équivalente rapportée sur l'arbre moteur. La vitesse de rotation du moteur sera notée  $\Omega_m(t)$  ;
- Lors du fonctionnement, des perturbations extérieures agissent sur le système. Il en résulte un couple appliqué sur l'arbre moteur, noté  $C_r(t)$ .

**Q1:** Compléter le schéma-blocs de cette chaîne fonctionnelle asservie. Quelle expression donner au gain de l'adaptateur  $K_a$  pour que l'asservissement soit correctement défini ?

**Q2:** Proposer deux sources de perturbations extérieures agissant sur le système. Dire à chaque fois si la source envisagée est constante ou variable au cours du temps.

On s'intéresse à présent au codeur incrémental, monté sur l'arbre moteur. Le diagramme partiel de définition de blocs de l'**annexe 2** fournit les données nécessaires à la question suivante. On précise que ce codeur possède un traitement sur deux voies avec comptage des fronts montant et descendant. Cela le ramène donc, après traitement, à une résolution de 2048 impulsions par tour du moteur. Une description de ce codeur est donnée en **annexe 3**.

On s'intéresse à l'exigence 1.1.2 du diagramme d'exigences en **annexe 1 figure 2**.

**Q3:** Déterminer la précision de mesure du codeur sur la position angulaire du moteur et conclure quant au choix du codeur retenu.

### 3. VALIDATION DES PERFORMANCES DE L'ASSERVISSEMENT D'EFFORT

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe et donc indirectement l'effort fourni par le moteur M4. Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour la structure d'asservissement est donné **figure 1** :

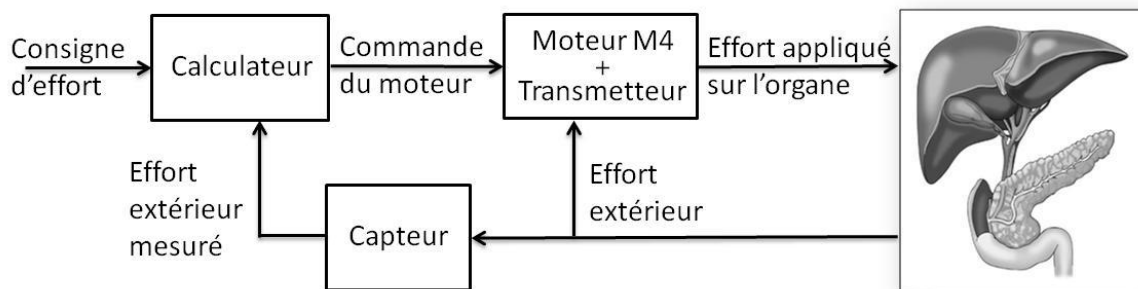


Figure 1 : Modèle de commande en effort

A un effort de consigne va correspondre un effort appliqué sur l'organe pour l'extraire. C'est ce même effort qui est mesuré par le capteur d'effort. Celui-ci va alors générer un couple rapporté sur l'arbre du moteur M4.

On souhaite ici s'intéresser à la structure de commande retenue pour cette boucle d'asservissement. Les interactions avec l'organe étant par définition inconnues et complexes, on va régler le calculateur en se basant sur un montage d'essai mettant en interaction la pince (4) avec un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule).

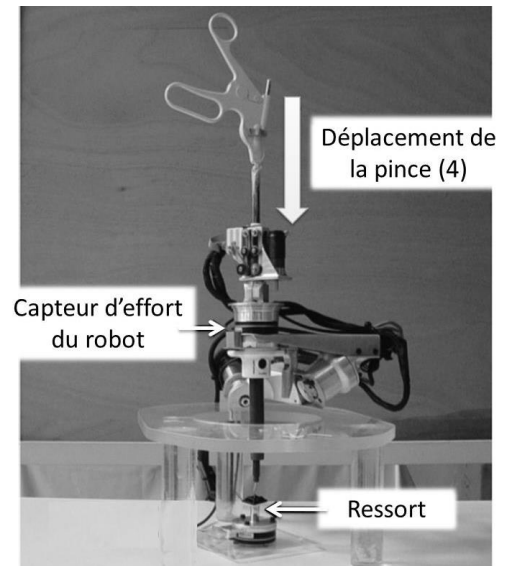


Photo 2 : Montage d'essai

Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour cette étude est donc le suivant :

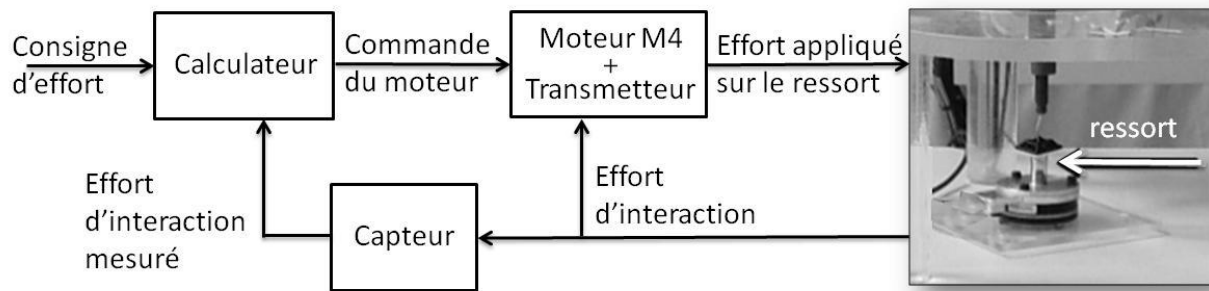


Figure 2 : Modèle de commande en effort

### 3.1. Equation de mouvement

**Objectif :** Pour le montage d'essai, modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

La transmission d'effort est représentée sur l'**annexe 4**. Un schéma cinématique simplifié minimal de cet axe pour cette étude est proposé en **annexe 5**.

#### Hypothèses :

- Les axes de rotation du MC<sup>2</sup>E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides (1), (2) et (3) de l'**annexe 2** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti (0) dont le repère associé est supposé galiléen ;
- L'instrument chirurgical est vertical ;
- Toutes les courroies sont inextensibles, il n'y a pas de glissement entre les galets et les courroies ;
- Tous les galets  $G_i$  ont même rayon noté  $R_g$  et roulent sans glisser sur la pince (4) au niveau des points  $I_1$  à  $I_6$  ;
- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n'y a pas de glissement en leur point de contact.

**Remarque :** Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti (0).

#### Modélisation simplifiée du problème :

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti (0)) est notée  $\omega_m \cdot \vec{x}_0$  où  $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$  (vitesse de rotation avant réducteur) ;
- La poulie motrice a un rayon  $R_i$  et tourne à la vitesse  $\omega_i(t)$  (vitesse de rotation après réduction) ;
- La poulie réceptrice a un rayon  $R_e$  et tourne à la vitesse  $\omega_e(t)$  ;
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à  $R_e$  ;
- Le couple du stator sur le rotor du moteur M4 est noté  $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$  ;
- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté  $\{T_{\text{ressort} \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{ressort} \rightarrow 4} = -k \cdot z(t) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_4}$  où  $O_4$  est le point de contact entre la pince (4) et le ressort,  $k$  la raideur du ressort et  $z(t)$  la variation de position de l'extrémité de (4) autour de la position d'équilibre ;
- On note  $\vec{V}(O_4, 4/0) = v(t) \cdot \vec{z}_0 = \frac{dz(t)}{dt} \cdot \vec{z}_0$  ;
- Les masses des courroies sont négligées.

**Données :**

- $I_m$ , moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation ;
- $I_r$ , moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie ;
- $I_i$ , moment d'inertie de la poulie, de rayon  $R_i$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $I_e$ , moment d'inertie de la poulie, de rayon  $R_e$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $I_p$ , moment d'inertie de chaque pignon, de rayon  $R_e$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $I_g$ , moment d'inertie de chaque galet  $G_i$ , de rayon  $R_g$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $m_4$ , masse de la pince (4) ;
- $r = \frac{\omega_i}{\omega_m}$ , rapport de réduction constant du motoréducteur.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :

$$J \cdot \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t) - C_p(t)$$

Avec :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs **hors pesanteur** ramené à l'arbre moteur et qui est notamment fonction de la raideur du ressort ;
- $C_p(t)$ , couple constant ramené sur l'arbre moteur, lié aux seules actions mécaniques de pesanteur.

**Q4:** Déterminer la relation entre  $v(t)$  et  $\omega_m(t)$ . Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation qui existe entre  $z(t)$  et  $\theta_m(t)$ .

**Q5:** Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à (0). Définir l'inertie équivalente  $J$  ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de  $m_4$  et des données géométriques.

**Q6:** Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.

**Q7:** Par l'application du théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression des termes  $C_e(t)$  et  $C_p(t)$  en fonction des données du problème et de  $\theta_m(t)$ .

### 3.2. Modèle de connaissance de l'asservissement

**Objectif :** Modéliser l'asservissement en effort.

**Hypothèse :** La fonction  $C_p(t)$  de transformée de Laplace  $C_p(p)$  est considérée comme étant un échelon  $C_p(t) = C_{p0} u(t)$  où  $u(t)$  est la fonction de Heaviside (échelon unitaire).

Pour la suite, on notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$ ,  $C_e(p)$  et  $C_p(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement.

Lors de l'asservissement en effort, il faut que l'effort mesuré soit le plus proche possible de l'effort que génère la pince (4) sur le ressort. Une étude non détaillée ici montrerait qu'il faut que le MC<sup>2</sup>E soit asservi avec compensation de la pesanteur sur son axe en translation. Cette compensation est faite de façon logicielle en temps réel. Le but de cette compensation est d'annuler l'effet du terme  $C_p(p)$  sur l'axe moteur. On notera  $C_{comp}(p)$  le couple calculé en temps réel par l'algorithme de compensation de pesanteur.

**Q8:** Dans ces conditions, compléter le schéma-blocs du document réponse pour réaliser la compensation de pesanteur.

Après compensation, l'équation du mouvement se simplifie donc et devient :  $J \cdot \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$

De plus, on pose  $C_e(t) = K_{C\theta} \cdot \theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive.

La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié **figure 3** que l'on admettra :

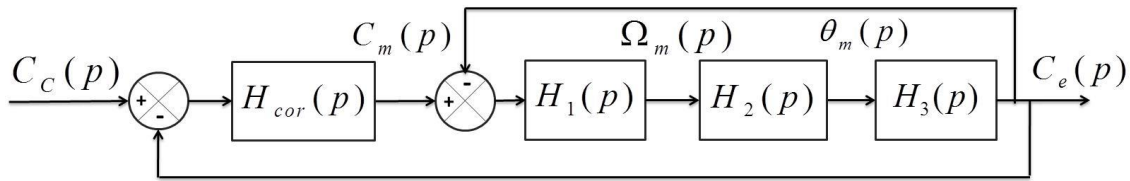


Figure 3 : Schéma-blocs de la régulation en effort

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC<sup>2</sup>E ;
- $C_c(p)$ , couple de consigne ;
- $C_m(p)$ , couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Q9:** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Q10:** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort. Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné **figure 4** :

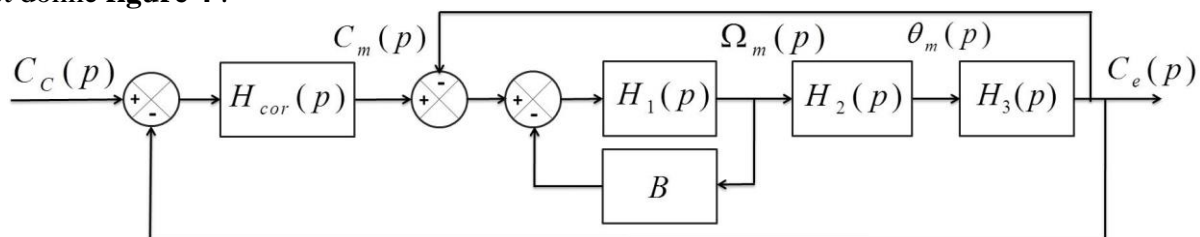


Figure 4 : Régulation avec retour tachymétrique

**Q11:** Donner l'expression analytique de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)}$  en fonction de  $J$ ,  $B$  et  $K_{C\theta}$ .

On règle  $B$  de telle façon que la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $H_{cor}(p) = 1$  puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot p)^2}$

**Q12:** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

Les exigences du cahier des charges sont données en **annexe 1 figure 2** (exigences 1.2.1.1 à 1.2.1.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation peut ainsi se mettre sous la forme de la **figure 5** :

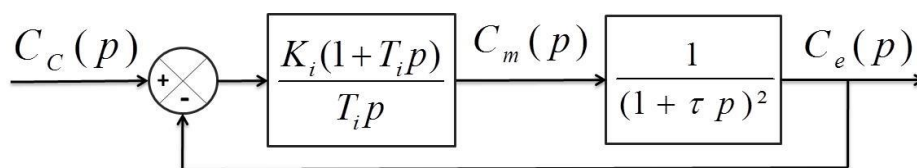


Figure 5 : Régulation avec correcteur PI

**Q13:** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

$$\frac{K_{BF}}{1 + 2 \frac{\xi_{BF}}{\omega_{0BF}} p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$$

**Q14:** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

On s'intéresse à présent au choix de la seule valeur  $K_i$  pour le correcteur.

Sur le document réponse sont tracées les courbes de la réponse fréquentielle en boucle ouverte pour  $K_i = 1$  et les réponses fréquentielles en boucle fermée pour différentes valeurs de  $K_i$ .

**Q15:** En reportant les tracés nécessaires sur le document réponse et en utilisant les **abaques 1 et 2** du document réponse, proposer un choix de réglage pour  $K_i$  permettant de vérifier toutes les performances.

**Q16:** Remplir le tableau du document réponse et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

#### 4 . ETUDE DES PERFORMANCES EN REGULATION D'EFFORT LORS DE L'OPERATION

**Objectifs :** Analyser les résultats expérimentaux liés à l'implantation de la loi de commande lors d'une opération. Remettre en cause les hypothèses d'étude pour améliorer le modèle simulé.

La limitation d'effort est réalisée et la structure de régulation d'effort est implantée dans le calculateur. Un premier essai est réalisé sur un mannequin permettant de simuler des conditions proches des conditions réelles de l'opération. Pour cela, lors d'une opération, le patient doit être placé sous respirateur artificiel (fréquence du respirateur de l'ordre de 0,25 Hz).

On effectue donc un essai en imposant un effort de consigne de l'ordre de -0,5 N sur une vessie que l'on gonfle et dégonfle via le respirateur artificiel. On complète par ailleurs les exigences de l'asservissement par l'exigence 1.2.1.5 de l'**annexe 1 figure 2**.

On enregistre lors de l'essai les courbes fournies sur le document réponse.

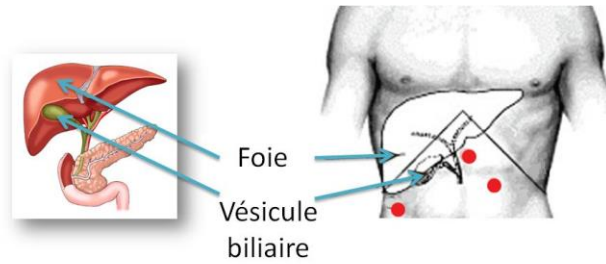
**Q17:** En faisant les relevés nécessaires et en vous référant aux valeurs numériques précédentes, commenter qualitativement et quantitativement l'allure des courbes de position et d'effort. Rappeler qualitativement pourquoi il n'est pas tracé de position désirée sur ces courbes.

**Q18:** A partir des phénomènes mis en évidence à la question 17, quelle hypothèse, admise tout au long du sujet, peut être remise en cause dans le cadre de cette étude simplifiée.



ANNEXES

**Annexe 1 : Présentation générale du système MC<sup>2</sup>E**



Les points rouges représentent les points d'incision lors d'une opération sans MC<sup>2</sup>E

Figure 1 : Localisation du lieu de l'opération

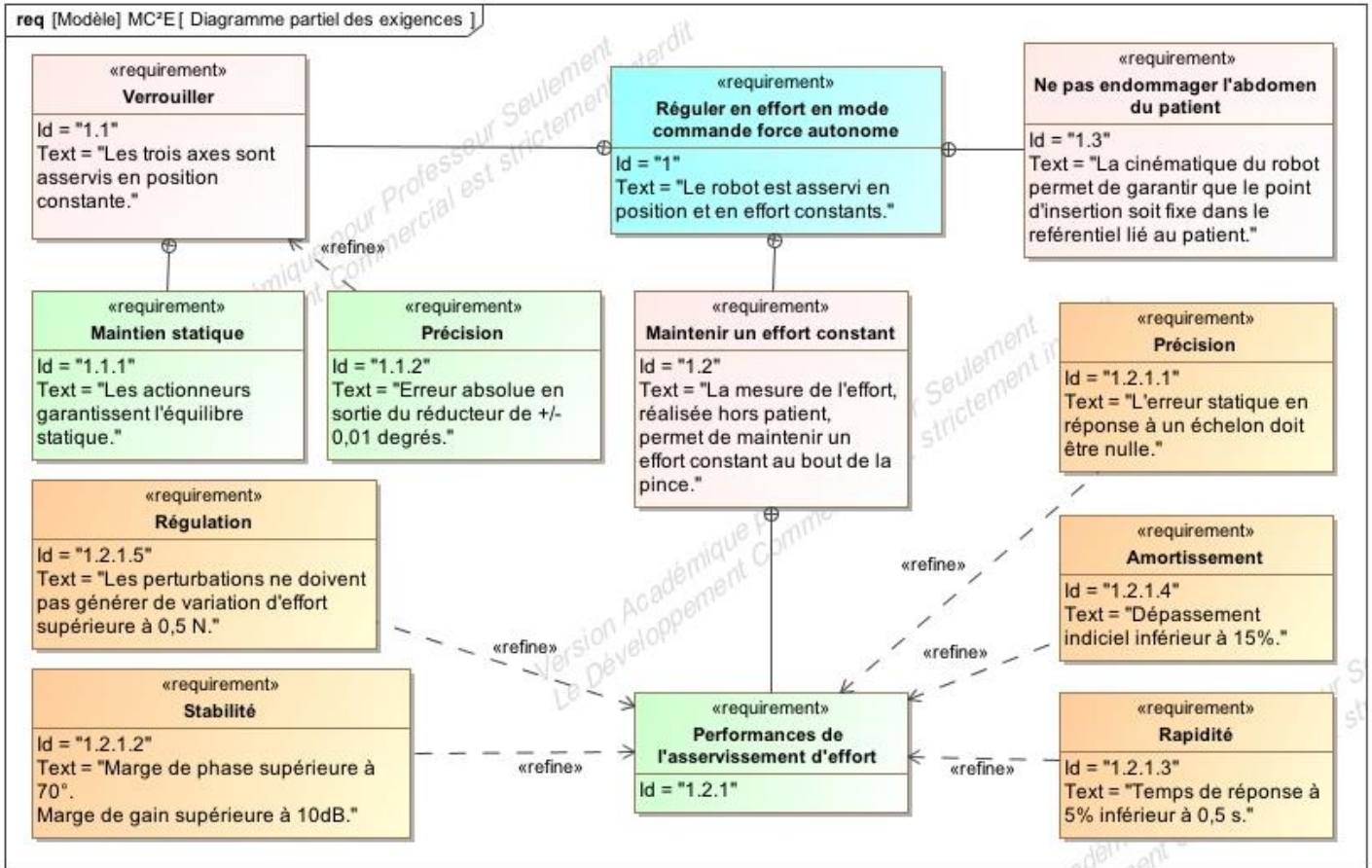


Figure 2 : Diagramme partiel des exigences

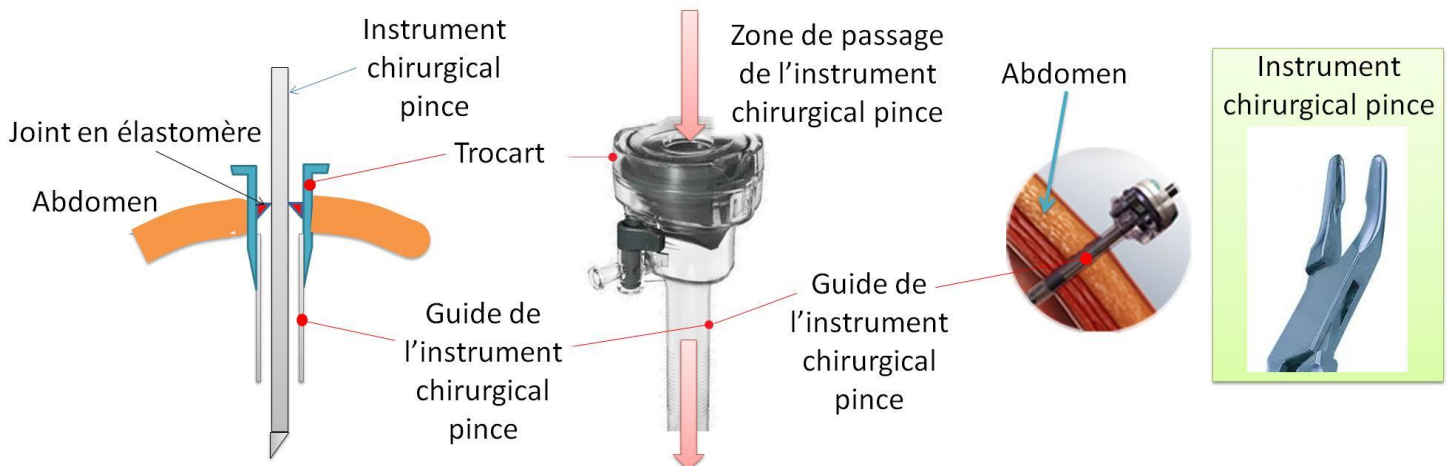


Figure 3 : Trocart et montage de l'instrument chirurgical pince



**Annexe 2 : Description simple du MC<sup>2</sup>E et de son axe en translation**

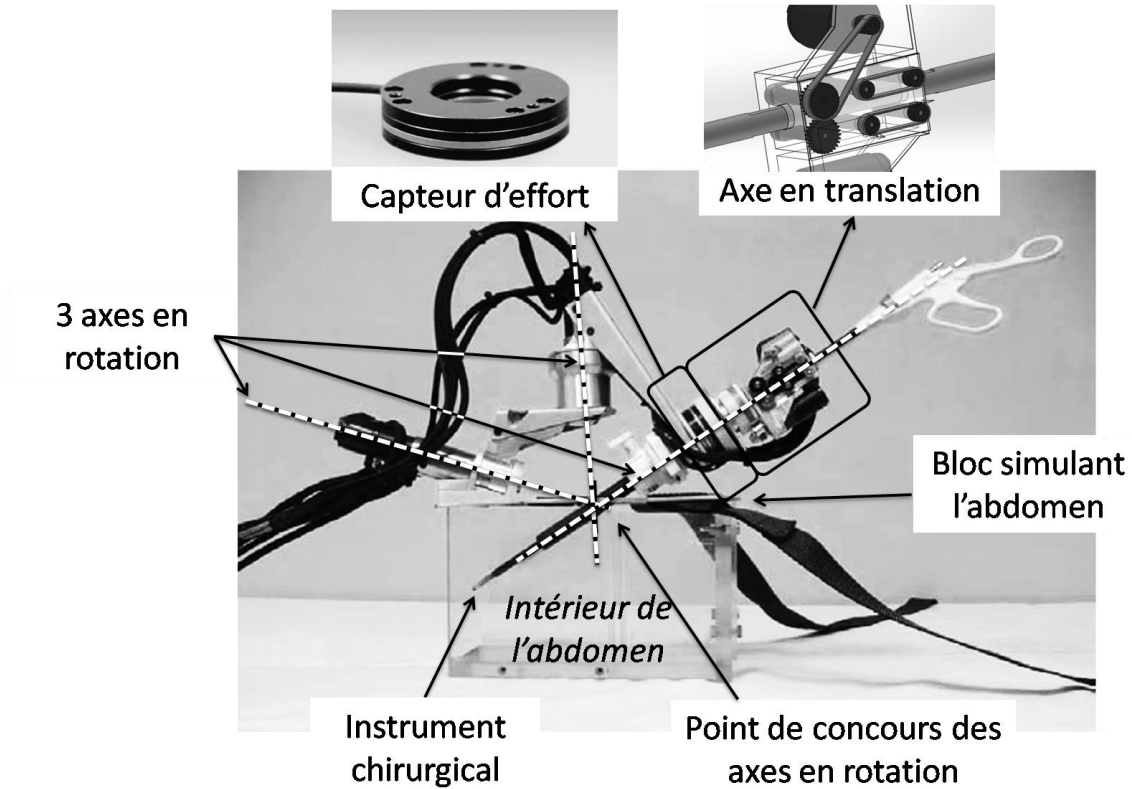


Figure 1 : Description simple du MC<sup>2</sup>E

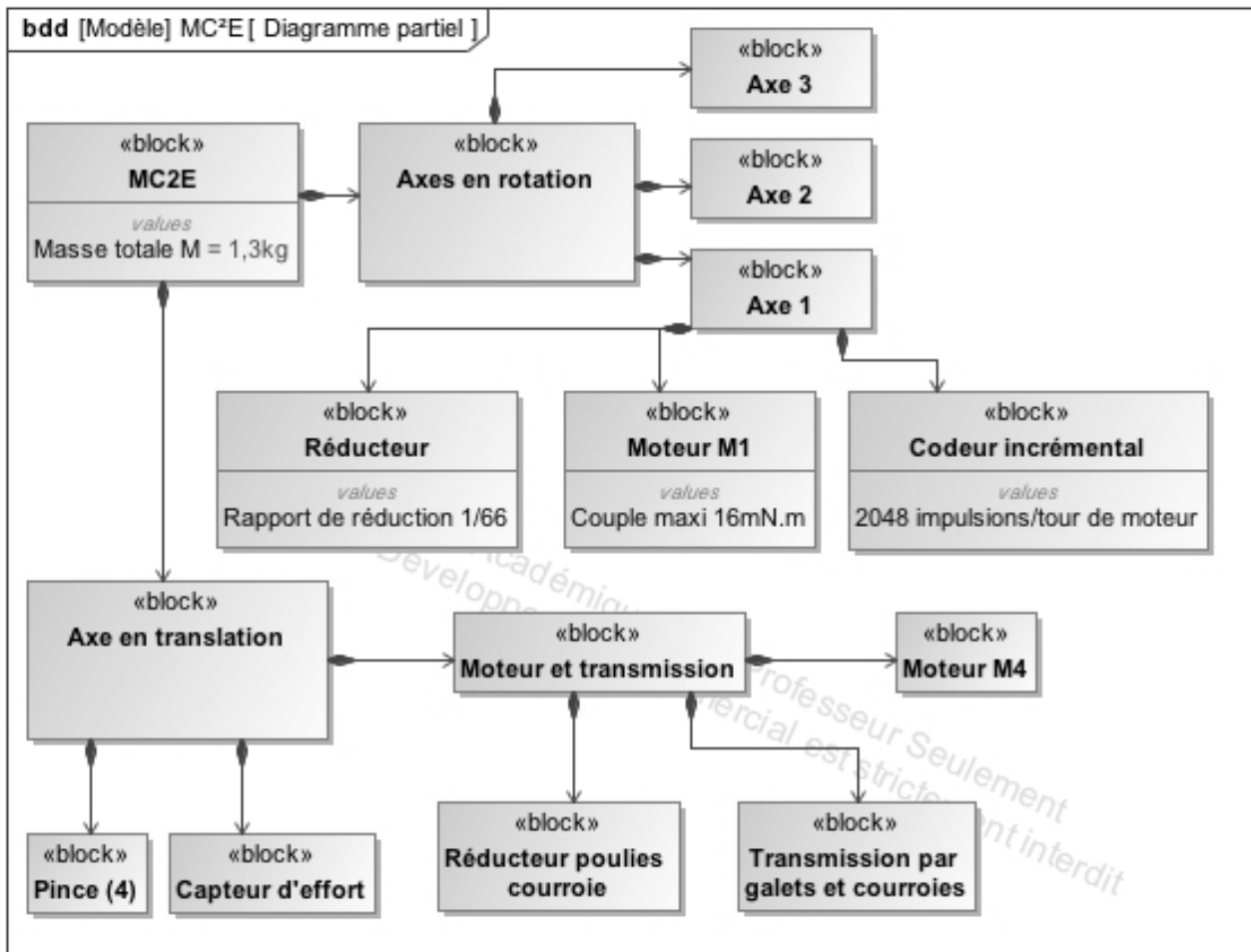


Figure 2 : Diagramme partiel de définition de blocs

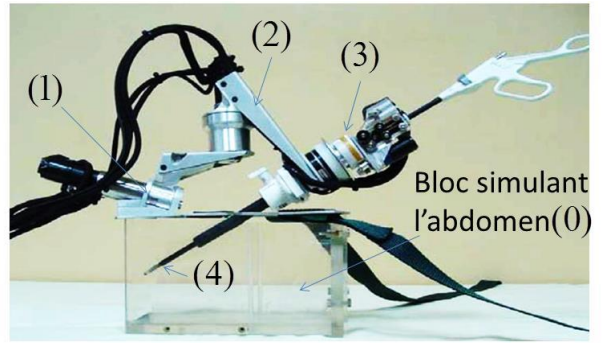
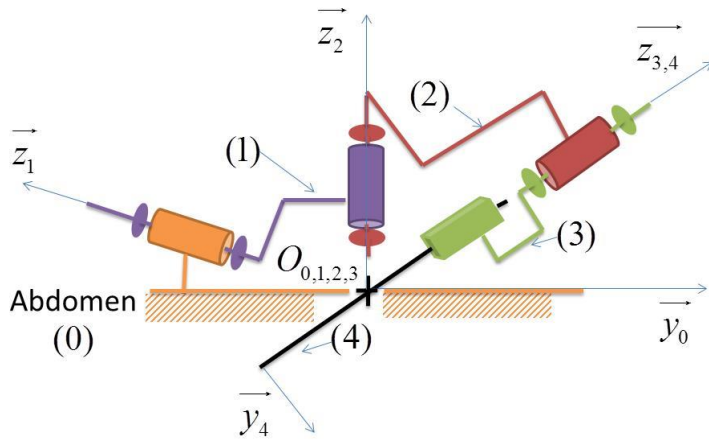
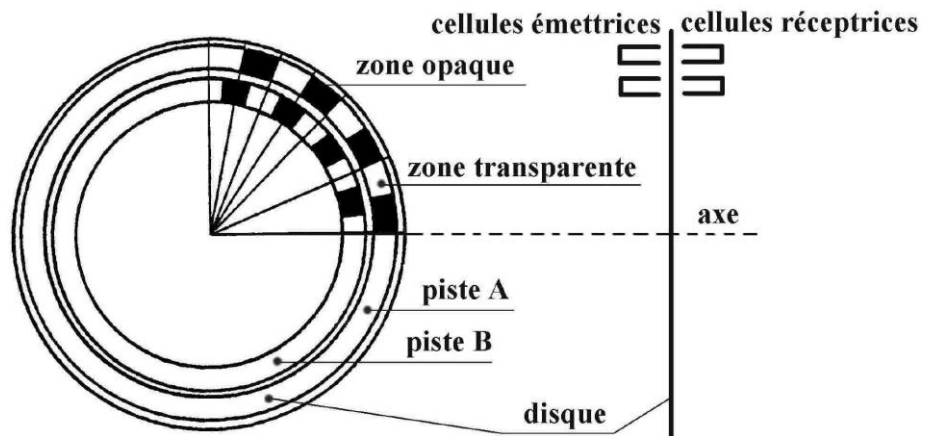


Figure : Schéma cinématique du MC²E

### Annexe 3 : Description du codeur incrémental

codeurs rotatifs optoélectroniques de type incrémentaux comportant :

- un **disque optique** mobile avec 2 pistes (A et B) comportant chacune une succession de parties opaques et transparentes,
- deux **cellules fixes**, pour chaque piste : une cellule émettrice de lumière d'un côté et une réceptrice de l'autre.



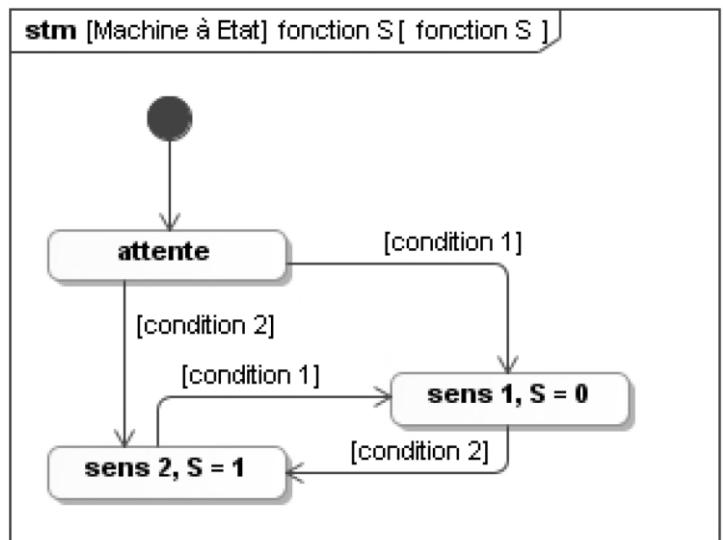
Les signaux « a » et « b » émis par le codeur présentent l'allure suivante. Ils sont en quadrature de phase (déphasés de 90 °).

Il est donc possible de déterminer l'amplitude de la correction à apporter (nombre de changements d'état des variables « a » et « b ») et le sens (fonction logique « S », avance de phase ou retard de phase).

Pour le sens le diagramme d'état est donné ci-dessous.

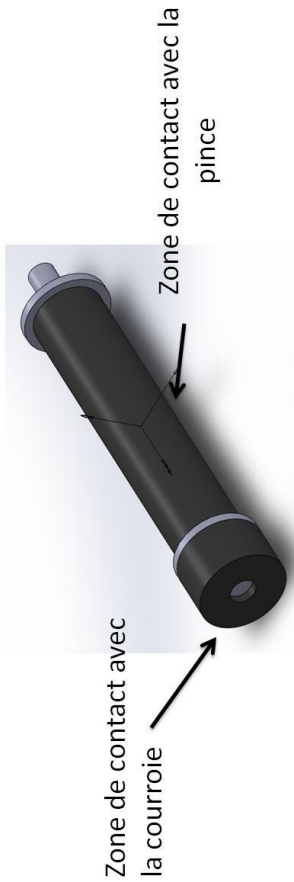
$$\text{condition 1} = \uparrow a \cdot \bar{b} + a \cdot \uparrow b + b \cdot \downarrow a + \bar{a} \cdot \downarrow b$$

$$\text{condition 2} = \bar{a} \cdot \uparrow b + b \cdot \uparrow a + a \cdot \downarrow b + \bar{b} \cdot \downarrow a$$

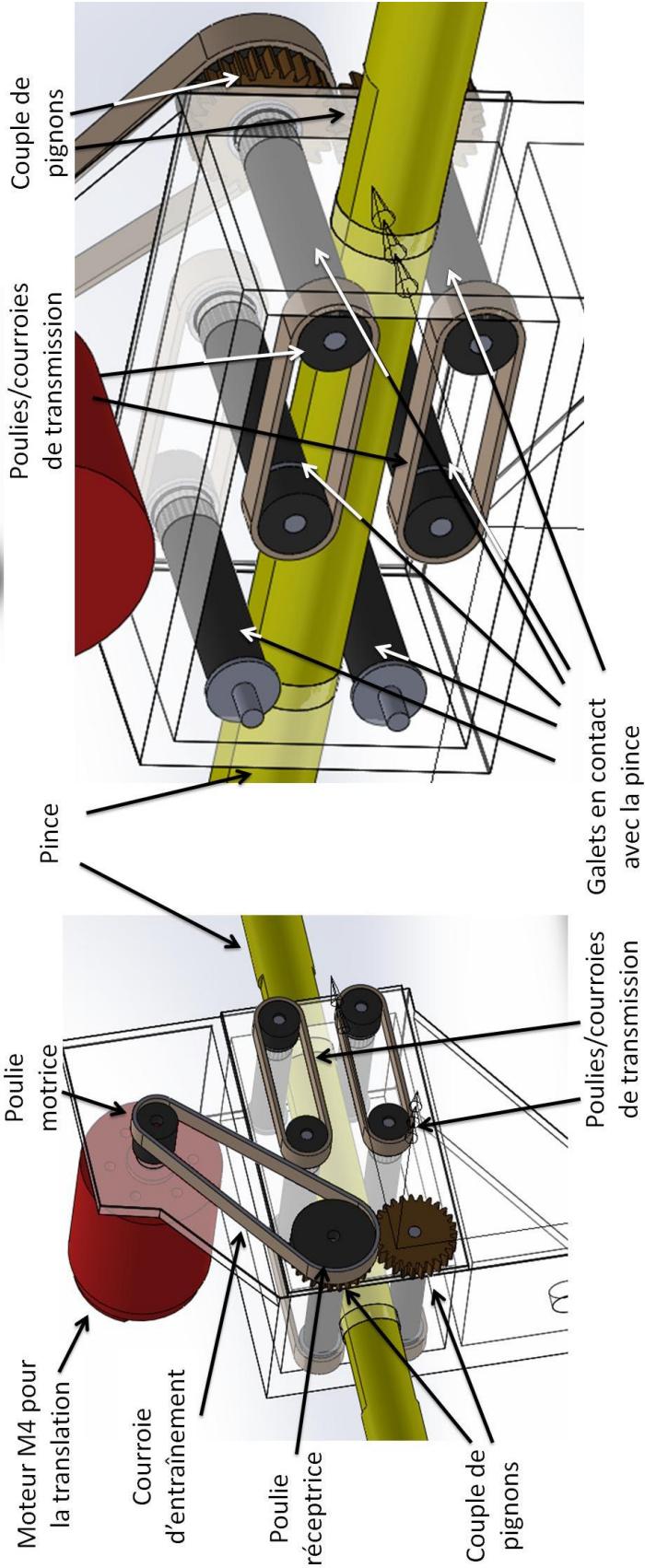


**Annexe 4 : Modèle CAO de la transmission d'effort sur la pince (4)**

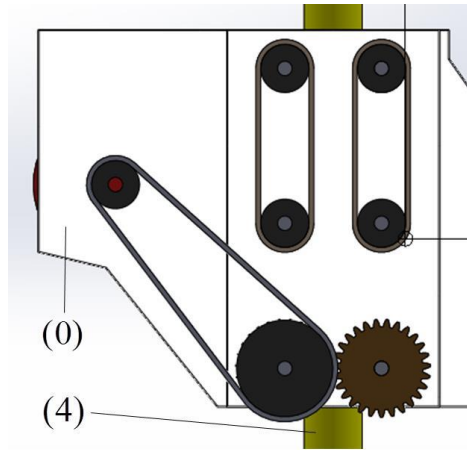
Exemple de géométrie d'un galet



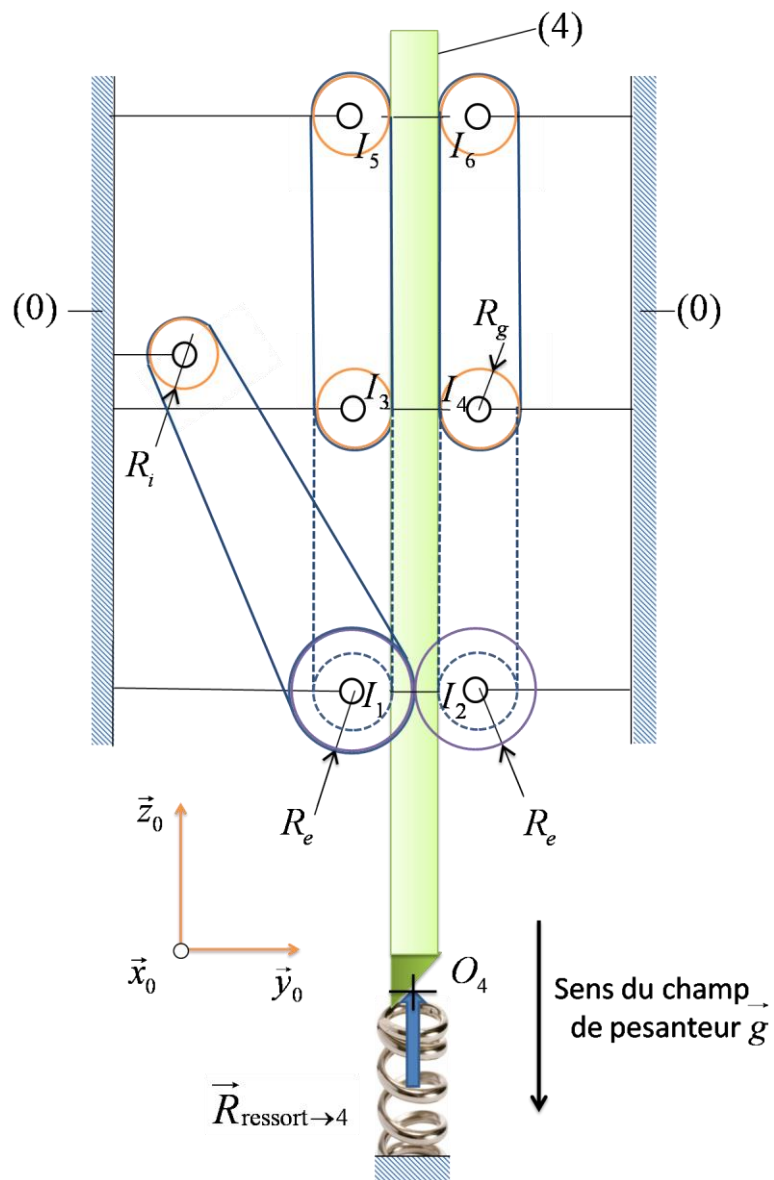
Axe en translation



## Annexe 5 : Modèle de la transmission d'effort sur la pince (4) pour la définition de la loi de mouvement



Modèle CAO du système de transmission de puissance



## Problème 7 : Robot Lola (mines mp 2015)

### I. Présentation

Le développement de robots à forme humaine est en croissance constante depuis quelques dizaines d'années. En robotique, il est difficile d'affirmer que tous les robots remplaçant l'homme dans ses tâches doivent être de forme humaine. Les véhicules autonomes, par exemple, ne sont pas anthropomorphes. Les tâches auxquelles sont destinés les robots définissent leur forme idéale. Si nous souhaitons un jour que les robots remplacent l'homme dans ses tâches ennuyeuses, ils devront s'intégrer au mieux à notre société, à notre environnement et à notre ergonomie.

Le robot humanoïde LOLA (figure 1), développé par l'Université de Munich, est un robot de forme humaine conçu pour un mode de marche rapide. LOLA possède une structure à 25 degrés de liberté lui permettant une flexibilité accrue. Chaque jambe possède 7 degrés de liberté, le haut du corps 8 et la tête 3. Le robot est équipé d'une caméra stéréoscopique haute définition afin de percevoir son environnement, d'une centrale inertielle équipée de 3 gyroscopes et de 3 accéléromètres. Chaque articulation possède un codeur angulaire absolu et chaque pied est muni d'un capteur d'effort 6 axes permettant d'obtenir l'effort de contact avec le sol.

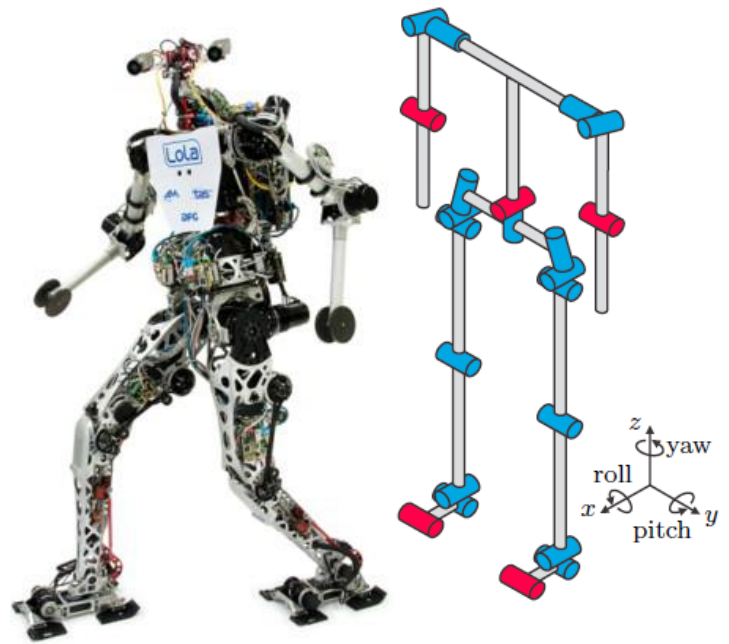


Figure 1 : le robot humanoïde LOLA et sa structure cinématique

Les caractéristiques techniques de LOLA sont données dans le tableau suivant :

Caractéristiques	Valeurs
Hauteur	180 cm
Masse	55 kg
Nombre de degrés de liberté	25
Vitesse de marche	5 km.h <sup>-1</sup> maxi
Hauteur du centre de gravité	105 cm

Le diagramme partiel des exigences est donné en annexe 1.

L'objectif de l'étude proposée est de justifier en partie le respect du cahier des charges. On s'intéressera dans ce sujet aux performances de l'asservissement angulaire du tronc.

### II. Contrôle de la posture de LOLA

Pour assurer une marche rapide et stable de LOLA, la méthode choisie est le contrôle de la verticalité du tronc du robot (figure 2). Le haut du corps (tronc, bras, tête) sera maintenu vertical en réalisant un asservissement de position angulaire au niveau de l'articulation de la hanche.

L'action mécanique de redressement est développée par l'ensemble de motorisation de tangage autour de l'axe  $(O_T, \vec{x}_0)$ .



Les performances à vérifier dans cette partie sont définies par les exigences suivantes :

<b>Exigence 1.3 : le robot ne doit pas basculer lors de la marche</b>	
<b>Sous-exigence</b>	<b>Description</b>
Id=1.3.2	La posture du robot est adaptée à la position du ZMP
Id=1.3.2.d	La performance dynamique de chaque axe permet de modifier la posture

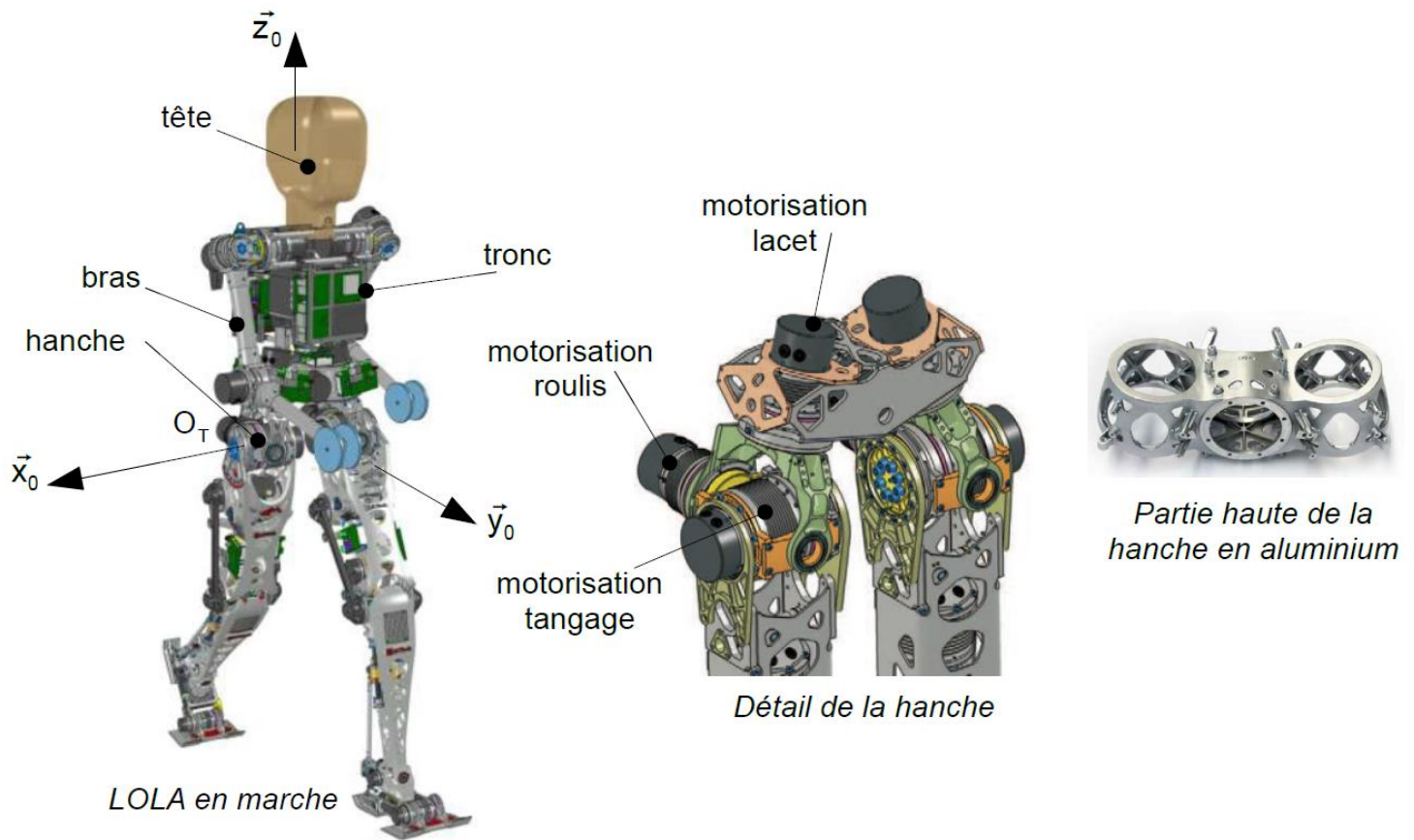


Figure 2

La chaîne structurale permettant de modifier la posture du haut du corps autour de l'axe de tangage est représentée sur la figure 3. Elle est composée d'un moteur électrique (1,2) synchrone à aimants permanents piloté par un variateur électronique, d'un réducteur Harmonic-Drive© (3) de rapport de réduction 1/100, d'un codeur incrémental (5) ainsi que d'un codeur angulaire absolu (6+7).

Une centrale inertielle équipée d'un accéléromètre, d'un gyroscope et d'une unité de traitement permet d'obtenir en temps réel la valeur de l'angle d'inclinaison du haut du corps par rapport à la verticale.

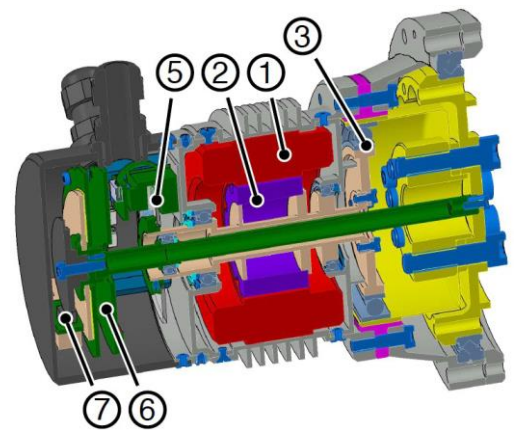


Figure 3

L'objectif de cette partie est de mettre en place un modèle du maintien vertical du tronc de LOLA et de déterminer une structure de commande permettant d'assurer les performances du cahier des charges de l'exigence 1.3.2.

Les performances dynamiques de l'axe de tangage doivent vérifier les critères suivants :

**Sous-exigence 1.3.2.d : la performance dynamique de chaque axe permet de modifier la posture**

Critère	Niveau	Flexibilité
Marge de phase	$M\varphi = 50^\circ$	Mini
Erreur statique	$0^\circ$	$[-0.5^\circ; +0.5^\circ]$
Bande passante à 0 dB en boucle ouverte	$\omega_{BP} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$	Mini
Temps de réponse à 5%	0,2 s	Maxi
Dépassement	$1^\circ$	Maxi

**II.1. Modèle de connaissance de la dynamique de tangage.**

Le modèle mécanique utilisé pour mener notre étude est donné sur la figure 4. L'association des liaisons entre le tronc et les jambes au niveau de la hanche est équivalente, dans le plan sagittal  $(O_T, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , à une liaison pivot d'axe  $(O_T, \vec{x}_0)$ . Le tronc sera considéré comme un solide admettant le plan  $((O_T, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  comme plan de symétrie. Le cahier des charges stipule que LOLA doit pouvoir marcher à la vitesse de 5 km/h. Cette vitesse est atteinte en 1 s lors de la première foulée. La loi de commande en vitesse correspondante est représentée sur la figure 4.

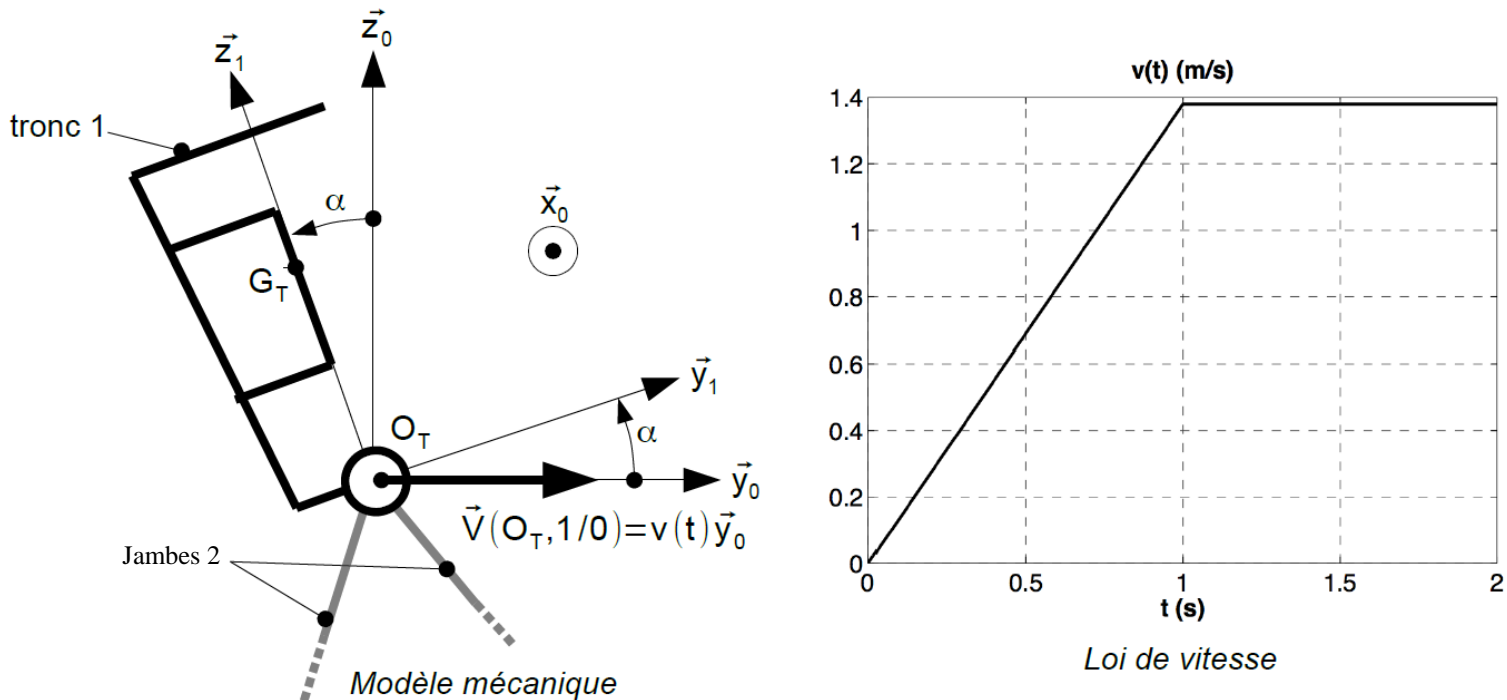


Figure 4

Le mouvement de marche est imposé et modélisé par le torseur cinématique en  $O_T$  du mouvement du tronc 1 par rapport au sol 0 :

$$\{V_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\alpha}{dt} \vec{x}_0 \\ v(t) \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{O_T}$$

Les caractéristiques d'inertie du tronc 1 de LOLA sont :

- la matrice d'inertie en  $O_T$  :  $I(O_T, 1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{B_1}$

- position du centre de gravité :  $\overrightarrow{O_T G_T} = Z_G \vec{z}_1$

- masse :  $m_1$

- l'accélération de la pesanteur sera prise égale à  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

L'axe de sortie du réducteur exerce un couple de redressement sur le tronc 1 modélisé par le torseur couple suivant :

$$\{T_{hd \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_r \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_T}$$

L'angle  $\alpha$  sera supposé faible pendant le mouvement: ainsi  $\cos \alpha \sim 1$  et  $\sin \alpha \sim \alpha$ .

- Q1.** Proposer une démarche de résolution afin d'obtenir l'équation différentielle du mouvement reliant  $\alpha$  et ses dérivées successives aux données du problème. Effectuer un bilan des actions mécaniques extérieures au système matériel isolé.
- Q2.** Développer l'ensemble des calculs pour déterminer l'équation différentielle reliant  $\alpha$  et ses dérivées successives aux données du problème.

Le contrôle de l'angle s'effectue par l'intermédiaire du moteur asservi en position, suivi du réducteur Harmonic-Drive© de rapport de réduction  $r = 1/100$ . Le moment d'inertie de l'arbre moteur suivant son axe de rotation est noté  $J_m$ , le couple moteur exercé sur l'arbre d'entrée du réducteur est noté  $C_m$ . Le réducteur Harmonic-Drive© sera considéré sans masse et sans inertie. La masse de l'arbre moteur est négligeable devant l'ensemble des autres grandeurs inertielles. Une étude dynamique a permis de montrer que :

$$C_r = \frac{C_m}{r} - \frac{J_m}{r^2} \cdot \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2}$$

Ainsi, l'équation différentielle du mouvement devient :

$$J_{eq} \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} - m_1 g Z_G \alpha(t) = m_1 Z_G \frac{dv(t)}{dt} + \frac{C_m(t)}{r} \quad (1)$$

$J_{eq}$  est le moment d'inertie équivalent de l'ensemble du tronc ramené sur l'axe moteur.

## II.2. Modèle du contrôle actif de la position verticale.

On note  $\Gamma(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ . Les conditions de Heaviside sont vérifiées. Le schéma-bloc du contrôle de la position angulaire du tronc de LOLA est représenté sur l'annexe 2. La consigne angulaire est nulle afin de garder le tronc du robot vertical:  $\alpha_c(t) = 0$ . Les transformées de Laplace des fonctions seront notées en majuscules et le paramètre de Laplace sera noté  $p$ .

Le comportement du moteur sera considéré comme celui d'un moteur à courant continu dont les équations de comportement sont les suivantes :

$$u_c(t) = e(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t); \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t); \quad C_m(t) = k_c \cdot i(t)$$

- Q3.** Indiquer sur le document-réponse les fonctions de transfert des blocs  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  et  $B_7$  ainsi que l'expression de la fonction de transfert  $H_1(p)$ .

Afin d'analyser la stabilité de cet asservissement, nous cherchons à déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système non-corrigé :  $F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$  en supposant la perturbation nulle.

- Q4.** Déterminer la fonction de transfert de la boucle dynamique  $H_{dyn}(p) = \frac{\alpha(p)}{C_m(p)}$  en supposant la perturbation nulle.

- Q5.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de l'asservissement  $F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ . Indiquer son ordre, sa classe et donner son gain statique  $K$  en fonction des données.

Une simulation numérique permet de montrer que  $F(p)$  est de la forme  $F(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(-1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ . Les diagrammes de Bode de cette fonction de transfert sont donnés sur le document-réponse.

- Q6.** En analysant les diagrammes de Bode du document-réponse, déterminer les valeurs de  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $K$ . Justifier en complétant les diagrammes du document-réponse avec les diagrammes asymptotiques de gain et de phase.

Pour la suite de l'étude, nous simplifierons  $F(p)$  sous la forme suivante :  $F(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(-1+\tau_1 p)}$

- Q7.** Justifier le choix de cette simplification vis-à-vis de la bande passante.

- Q8.** Expliquer pourquoi le critère du revers ne peut pas être appliqué pour étudier la stabilité en boucle fermée.

Afin de résoudre ce problème, il est décidé d'asservir la chaîne directe en position et en vitesse. Pour cela, la centrale inertielle permet de mesurer l'angle de tangage  $\alpha(t)$  ainsi que la vitesse angulaire  $\frac{d\alpha(t)}{dt}$ .

L'asservissement ainsi réalisé est présenté sous la forme du schéma-bloc de la figure 5.  $U_c(p)$  est la tension de commande en sortie du correcteur. La fonction de transfert de la centrale inertielle sera prise égale à  $H_{ci}(p) = K_1(p + 1)$ .

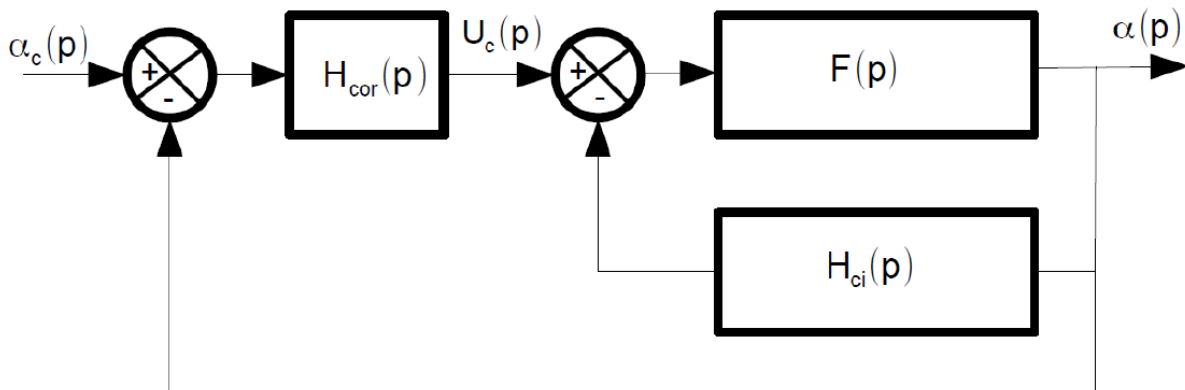


Figure 5

- Q9.** Déterminer deux conditions sur  $K_1$  pour que la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée  $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$  soit stable. En déduire la valeur minimale de  $K_1$ .
- Q10.** Déterminer  $K_1$  pour que la fonction de transfert  $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$  ait un facteur d'amortissement  $\xi = 1,7$ . Vérifier que cette valeur est compatible avec les conditions obtenues précédemment. En déduire les valeurs de la pulsation propre  $\omega_0$  et du gain statique de la boucle ouverte  $K_{BO}$ .

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, nous utiliserons les expressions suivantes pour la suite de l'étude :  $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)} = \frac{K_{BO}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$  avec  $K_{BO} = 1,1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\xi = 1,7$  et  $\omega_0 = 3 \text{ rad.s}^{-1}$ . Pour répondre au cahier des charges, il est décidé d'implanter un correcteur de fonction de transfert suivante :

$$H_{cor}(p) = K_p \cdot \frac{1 + a \cdot T_d \cdot p}{1 + T_d \cdot p} \text{ avec } a > 1.$$

**Q11.** *Nommer ce correcteur*

Les diagrammes de Bode de gain et de phase (pour  $K_p = 1$ ) de ce correcteur sont fournis en annexe 3. Afin d'assurer un gain significatif de phase, nous décidons de placer  $\omega_c$  en  $\omega_{BP} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$ , définissant ainsi la bande passante.

**Q12.** *Déterminer la valeur du paramètre  $a$  pour que le correcteur permette d'assurer la marge de phase du cahier des charges. En déduire la valeur de  $T_d$ .*

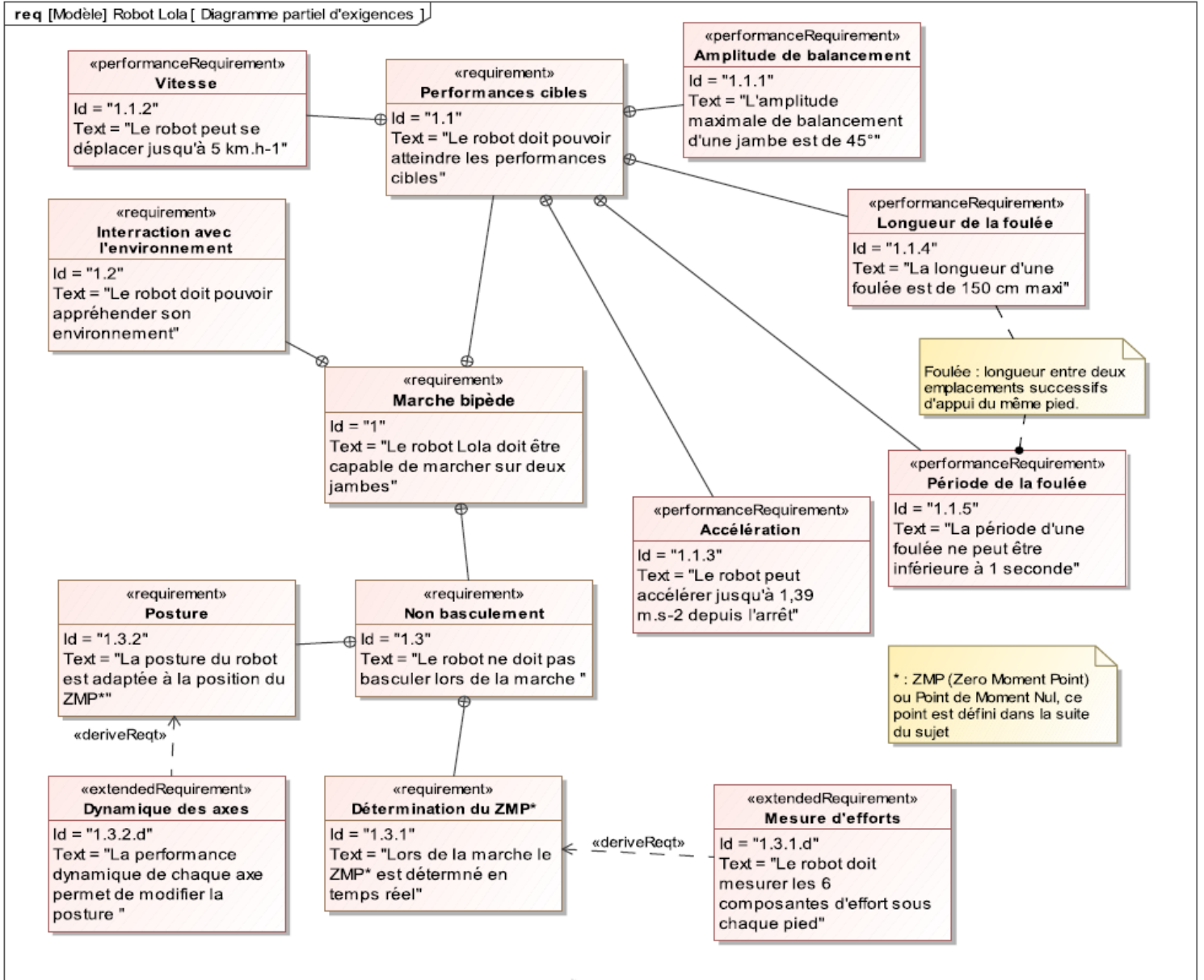
**Q13.** *Déterminer le gain  $K_p$  pour que le critère de bande passante du cahier des charges soit bien vérifié.*

La stabilité du tronc étant assurée, nous devons maintenant analyser les performances en précision et rapidité de l'asservissement de position angulaire. La consigne est nulle, ainsi seule la perturbation va écartier le tronc du robot de sa posture verticale. Cette perturbation provient du mouvement de marche souhaité c'est-à-dire de l'accélération subie  $\Gamma(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ . Avec les réglages du correcteur, une simulation numérique a permis de tracer la réponse temporelle du système pour une perturbation  $\Gamma(t)$  respectant la loi de vitesse représentée sur la figure 4. Cette réponse est tracée sur l'annexe 4.

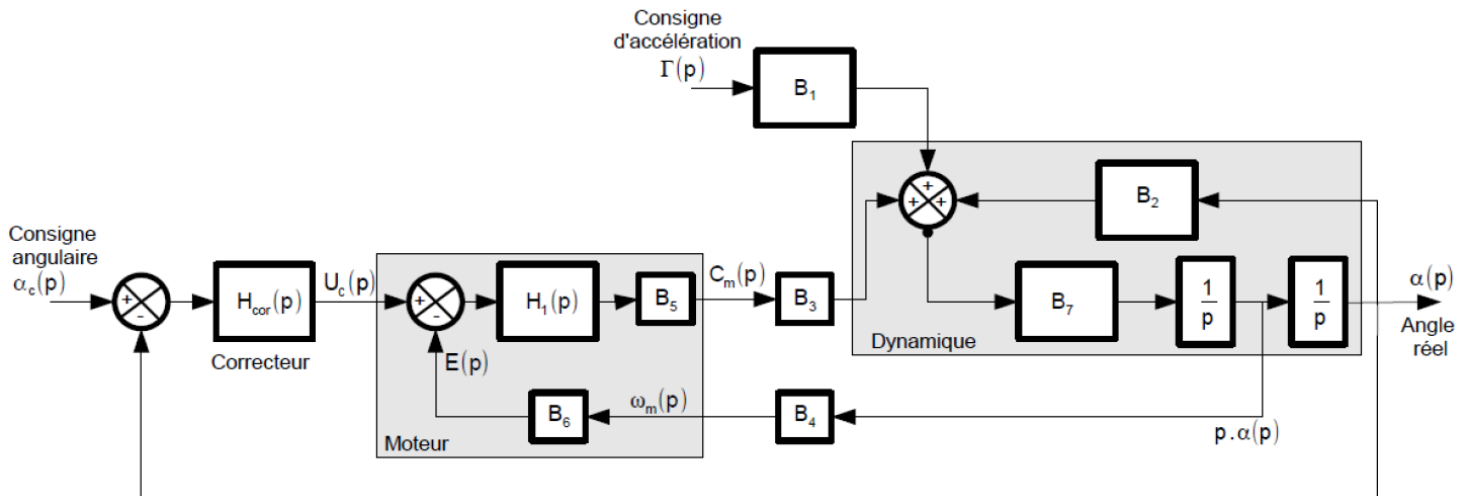
**Q14.** *Justifier l'allure de la réponse temporelle. Déterminer graphiquement sur le document réponse le temps de réponse à 5%, le dépassement maximal et l'erreur statique. Conclure sur la capacité du correcteur à vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.*



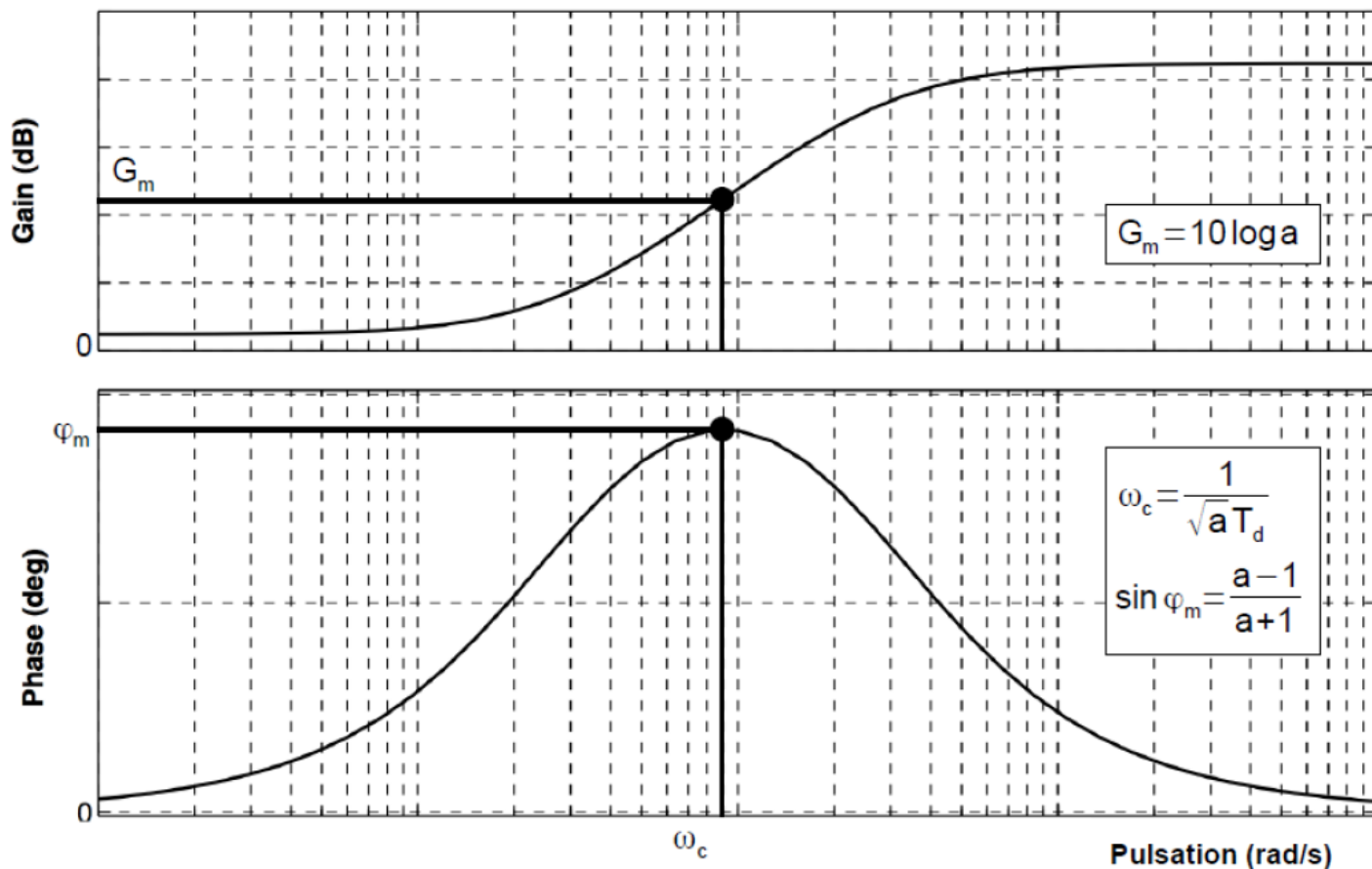
ANNEXE 1



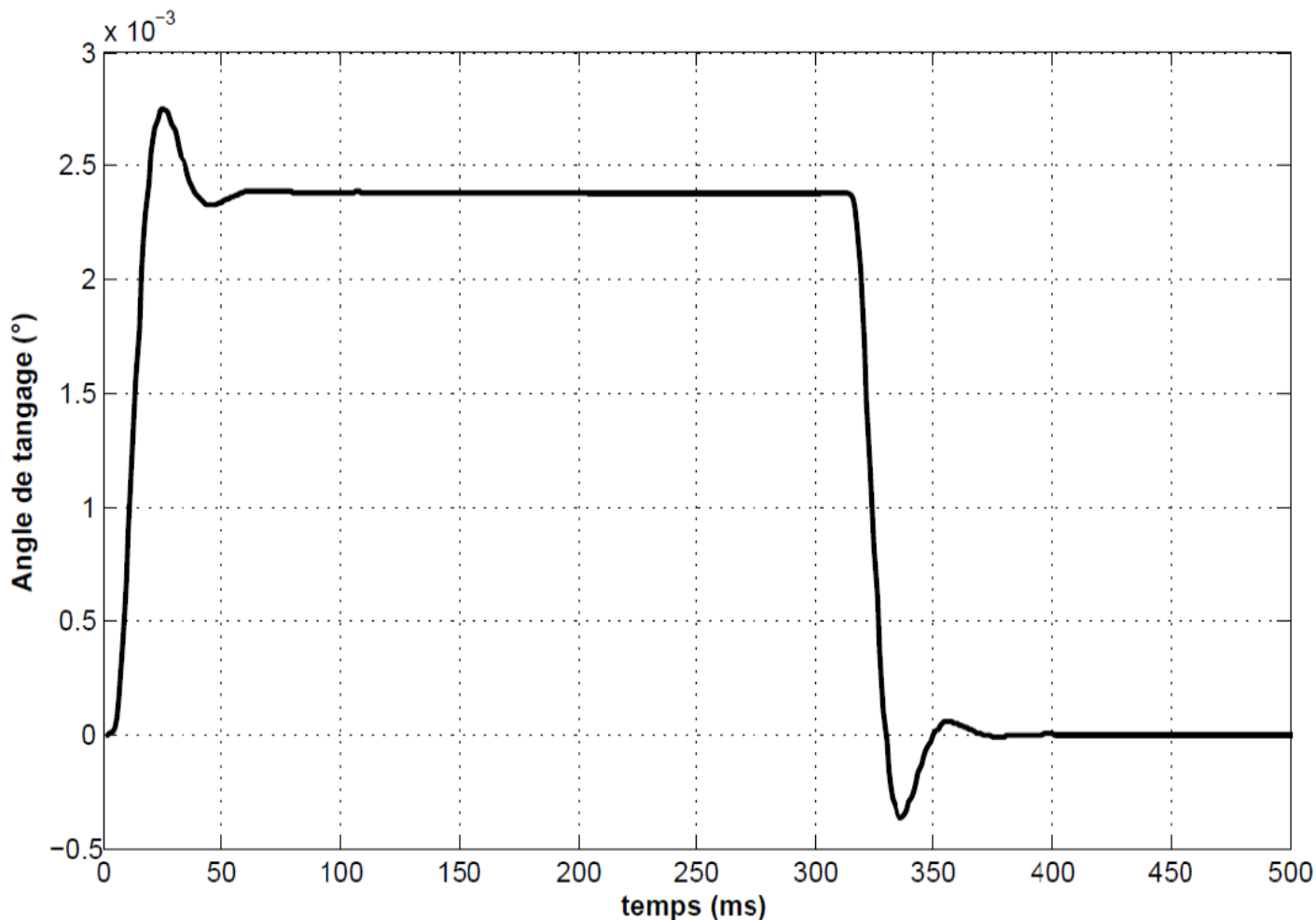
ANNEXE 2



ANNEXE 3 : Diagramme de Bode du correcteur pour  $K_p = 1$



ANNEXE 4 : Réponse temporelle



**Problème 8 : Protection en incidence de l'A350 XWB (ICNA 2015)**

**1.Mise en situation**

Le sujet porte sur la modélisation de la loi de commande en protection d'incidence dans le cas du vol longitudinal d'un avion de type Airbus A350 XWB, pour *eXtraWide Body* (*fuselage extra large*) mise en service en 2015.



Le contrôle de l'avion suivant l'axe de tangage (plongée et remontée caractérisant l'incidence de l'avion) s'effectue en contrôlant trois surfaces mobiles horizontales à l'arrière de l'appareil : 2 gouvernes de profondeur et 1 plan horizontal réglable PHR.

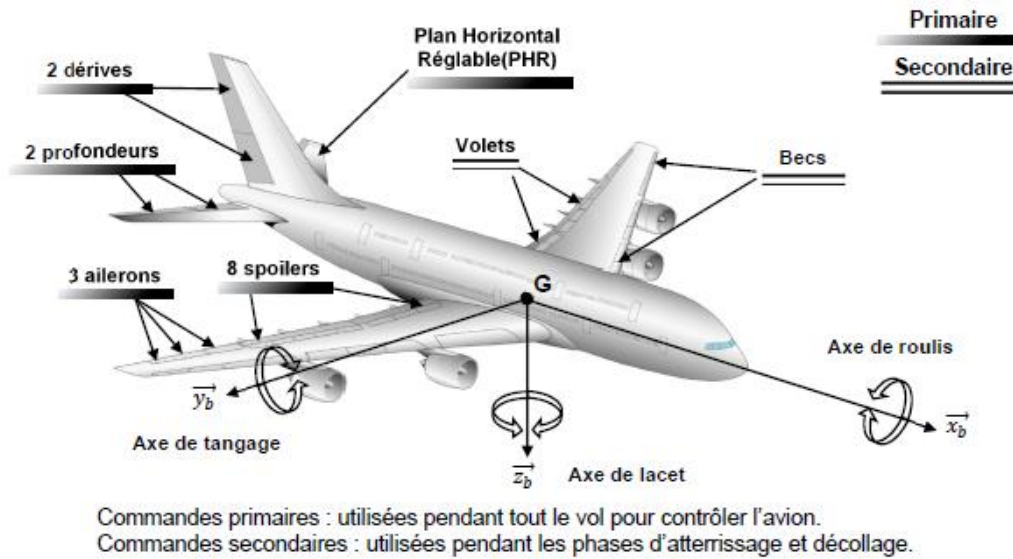


Figure 1 : Surfaces de contrôle de l'A350XWB

L'état de l'avion est mesuré par les ADIRS (*Air Data and Inertial Reference System*) (voir figure 2).

**Objectif :** L'étude vise à mettre en place un correcteur pour l'ensemble des boucles d'asservissements (boucles 1 à 5 figure 2). La conclusion permettra de vérifier les performances attendues en termes de qualité de vol.

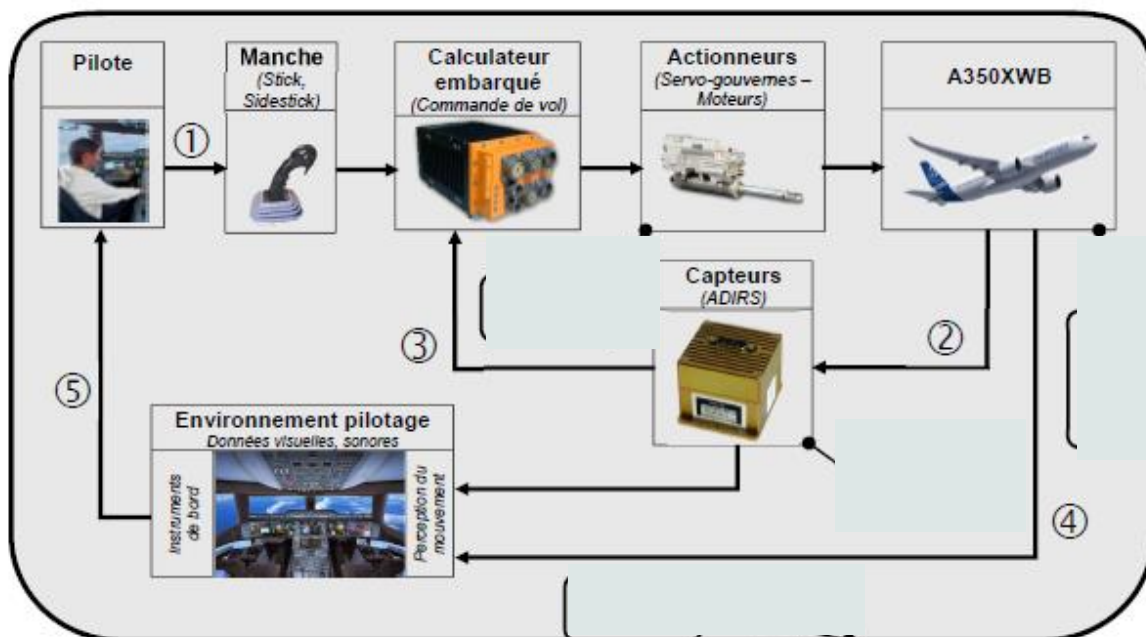


Figure 2 : Les différentes boucles de contrôle mises en jeu dans la commande de vol

## 2. Contexte et modélisation pour la phase de vol étudiée

La figure 3 fait apparaître les axes des différents repères permettant la mise en équation du vol d'un avion dans le cas de l'étude d'incidence. ( $\vec{x}_b$  lié à l'avion,  $\vec{x}_a$  donnant la direction de la vitesse aérodynamique,  $\vec{x}_0$  lié au sol et  $\vec{x}_\varepsilon$  donnant la direction de poussée). G est le centre de gravité de l'appareil et O le centre de poussée des actions aérodynamiques.

Les actions mécaniques extérieures à l'avion sont modélisées sous la forme du torseur. Résultante  $\vec{R}_{air \rightarrow avion}$  qui se décompose en une action de trainée (résistance à l'avancement) et portance (l'action mécanique qui assure sa sustentation). Apparaît également un moment  $M_y$  appelé moment de tangage.

La portance dépend du coefficient aérodynamique  $C_z$ , qui lui-même dépend de l'angle d'incidence  $\alpha$  (cf figures 4). Il existe ainsi un angle  $\alpha_{max}$ , dit angle de décrochage, auquel le contrôle de l'avion est perdu.

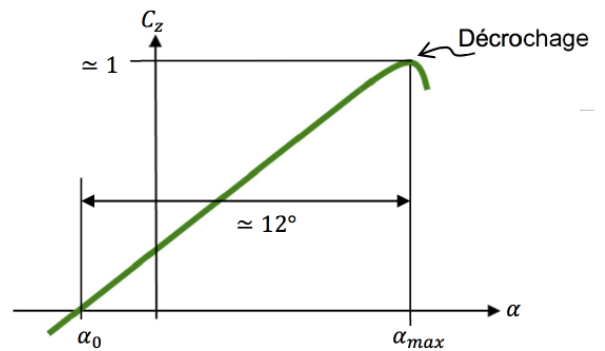
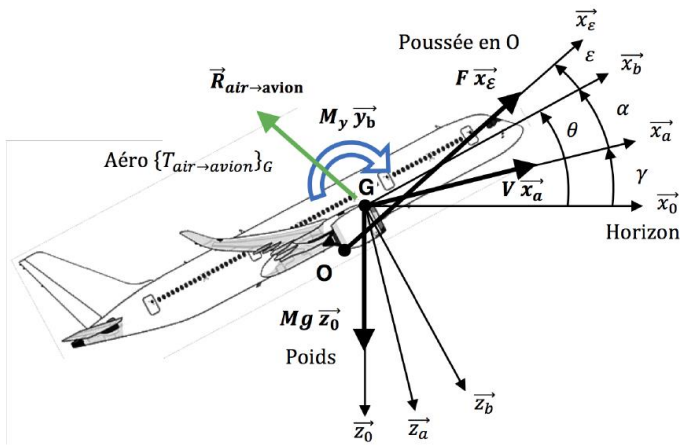


Figure 4 : Evolution du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence

Figure 3 : Modélisation cinématique et mécanique dans le cas du vol longitudinal

Pour garantir la sécurité des passagers, notamment lors d'une manœuvre d'évitement d'obstacle, une stratégie de contrôle est mise en place. Ainsi, si le pilote force sur le manche (maintien en position arrière) et que l'incidence dépasse un seuil de protection notée  $\alpha_{prot}$ , la loi de commande change : on passe de la loi de commande normale (condition de vol standard) à la loi en protection d'incidence (condition de vol dynamique). Ainsi, le manche commande désormais une consigne d'incidence (cf figure 5). En pilotant explicitement le paramètre à protéger, cela garantit la meilleure trajectoire d'obstacle (manœuvre d'évitement instinctive).

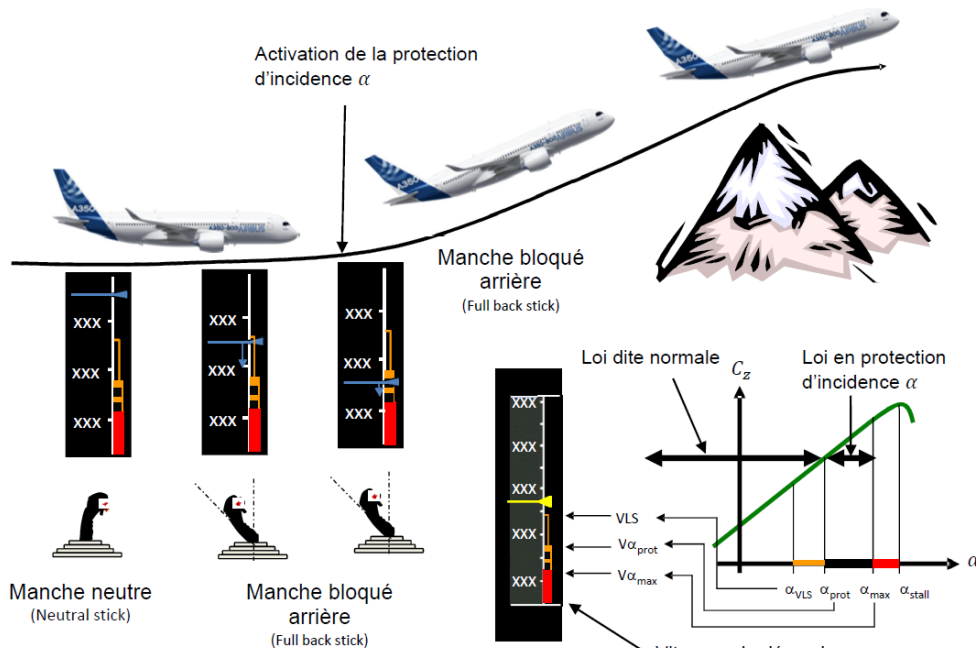


Figure 5 : Loi de commande en protection d'incidence, nommée Prot Alpha

## 2.1. modèle de connaissance de l'avion

En linéarisant les équations de la mécanique autour d'un point de fonctionnement, on aboutit aux équations différentielles linéaires :

$$B(\ddot{\gamma}(t) + \ddot{\alpha}(t)) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot L \cdot V_0^2 \cdot [\alpha(t) \cdot C_{m\alpha} + \delta(t) \cdot C_{\delta m}]$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2M} \cdot \rho \cdot S \cdot V_0 \cdot \alpha(t) \cdot C_{z\alpha}$$

- B est un des éléments de la matrice d'inertie de l'avion
- $C_{m\alpha}$  et  $C_{\delta m}$  sont des gradients de coefficient de moment vis-à-vis respectivement d'une variation d'incidence  $\alpha(t)$  de l'avion et d'une variation d'angle de gouverne  $\delta(t)$  (par rapport à l'aile).
- $\rho$  est la masse volumique de l'air
- $V_0$  est la vitesse de l'avion suivant  $\vec{x}_a$
- S est la surface de la voilure
- L est la longueur de la corde de l'aile
- $C_{z\alpha}$  est un coefficient aérodynamique
- M est la masse totale de l'avion

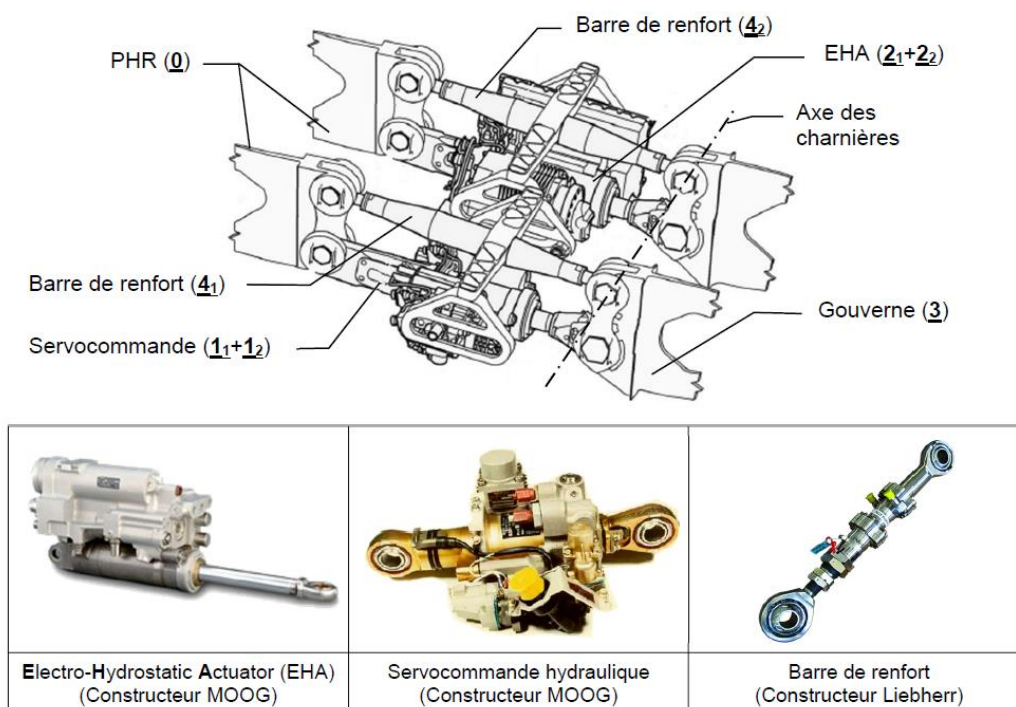
**Q1.** En se plaçant dans les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert :  $H_{inc}(p) = \frac{\alpha(p)}{\delta(p)}$  et  $H_{pente}(p) = \frac{\gamma(p)}{\alpha(p)}$ .

## 2.2. modèle de connaissance de la servo-gouverne

Les gouvernes de profondeur (voir figure 6) sont reliées au PHR par des liaisons pivots et manœuvrées par :

- une servocommande hydraulique (SCH), actionneur principal ;
- un actionneur électrohydraulique (EHA), utilisé en cas de défaillance.

L'actionneur EHA est alimenté électriquement et l'énergie hydraulique nécessaire à son fonctionnement est produite localement par l'intermédiaire d'une pompe électrique. En mode normal, **cet actionneur fonctionne en amortisseur**.



**Figure 6 :** Représentation du mécanisme de commande et photographies des principaux constituants



L'objectif étant de déterminer l'expression de la fonction de transfert de la servo-gouverne, on adoptera la représentation cinématique et mécanique proposée sur la Figure 7 pour laquelle :

- $\alpha$  est l'inclinaison de la servo-gouverne par rapport au PHR (rien à voir avec l'angle d'incidence de l'avion)
- $\delta$  est l'angle de braquage de la gouverne
- $\lambda$  est le déplacement de la tige du SCH (déplacement de E dans la direction  $\vec{x}_1$ )
- Les actions aérodynamiques sur la gouverne sont modélisées par le torseur :  $\{T_{air \rightarrow 3}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{air \rightarrow 3} \\ M_c \vec{z}_0 \end{Bmatrix}$  avec G centre de gravité de la gouverne
- $\{T_{hydro \rightarrow 2}\}_E = \begin{Bmatrix} F_h \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$  est le torseur des actions hydrauliques dans le SCH
- $\{T_{frott \rightarrow 2}\}_D = \begin{Bmatrix} -f \lambda \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$  est le torseur modélisant le frottement visqueux du EHA

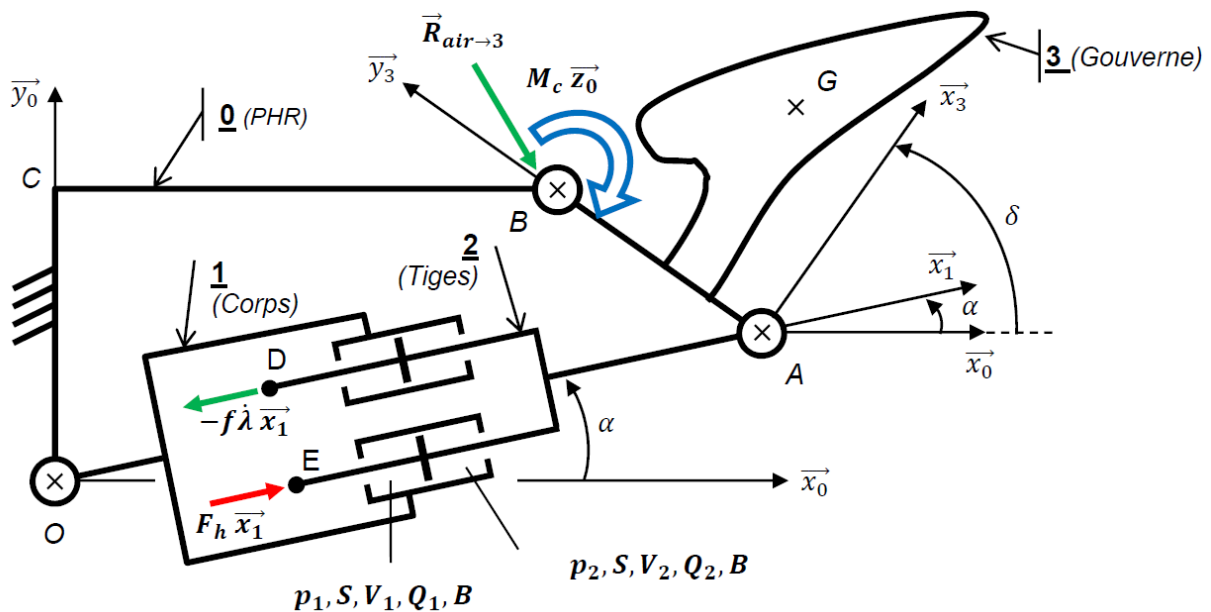


Figure 7 : Modèle mécanique de la servo-gouverne

Les équations des débits du vérin sont les suivantes :

$$Q_1(t) = S \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt} + \frac{V_1}{B} \cdot \frac{dP_1(t)}{dt} \quad \text{et} \quad Q_2(t) = S \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt} - \frac{V_2}{B} \cdot \frac{dP_2(t)}{dt}$$

Hypothèses :

- Conservation des débits (débit de fuite négligé), soit :

$$Q_1(t) = Q_2(t) = Q(t)$$

- Servo-valve à commande proportionnelle, soit :

$$Q(t) = K_S \cdot i(t)$$

où  $K_S$  gain de la servo-valve en  $L \cdot s^{-1} \cdot A^{-1}$  et  $i(t)$  intensité du courant de commande de la servo-valve

**Force exercée par le vérin hydraulique :**

$$F_h = (p_1 - p_2)S$$

Avec :

- S, section utile du vérin ;
- $p_i$ , pression dans la chambre  $i$  ( $i \in \llbracket 1,2 \rrbracket$ )

**On définit également :**

- $V_i$ , volume de la chambre  $i$
- $Q_i$ , débit dans la chambre  $i$  ( $i \in \llbracket 1,2 \rrbracket$ )
- B, module de compressibilité du fluide

Le modèle de connaissance de la servo-valve ainsi que du vérin peut être représenté par le schéma-blocs ci-après.

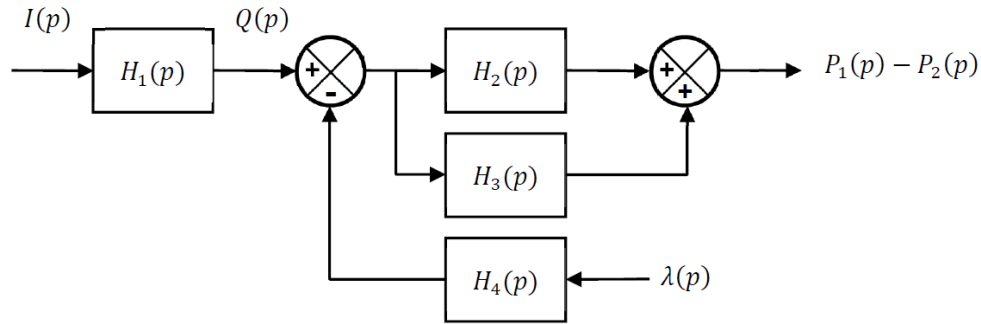


Figure 8 : modèle de la servo-valve de la servo-gouverne

Q2. Déterminer les fonctions de transferts  $H_k(p)$  ( $k \in [1,4]$ )

Le modèle complet de la servo-gouverne est proposé ci-dessous avec :

- $K_L$  gain pur en  $A \cdot \text{rad}^{-1}$  permettant l'adaptation de la commande d'incidence  $\alpha_{cd}(p)$  en intensité du courant électrique  $I(p)$ .
- $\Delta P(p)$  la différence de pression :  $\Delta P(p) = P_1(p) - P_2(p)$

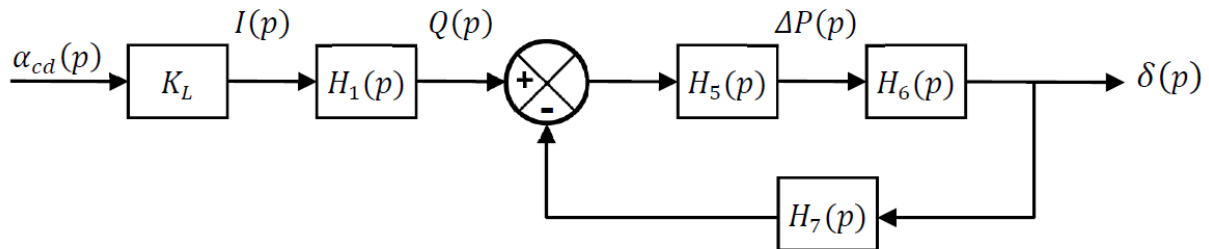


Figure 9 : modèle complet de la servo-gouverne

La loi géométrique entrée/sortie linéarisée s'écrit :  $\delta = A_0 \cdot \lambda + B_0$  où  $A_0$  et  $B_0$  sont des constantes.

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble mobile 2+3 donne l'équation suivante :

$$J_{eq} \ddot{\delta} + \frac{f}{A_0^2} \dot{\delta} + N_0 \delta = \frac{(p_1 - p_2) S}{A_0}$$

- $J_{eq}$  est l'inertie équivalente
- $f$ , le coeff de frottement visqueux de l'amortisseur
- $N_0$  tel que :  $M_c = -\delta N_0 = -\delta \cdot \frac{3}{4} \rho S_G V^2 l_c$  ( $S_G$  et  $l_c$  surface aérodynamique et longueur de corde de la gouverne)

On introduit la raideur hydraulique  $r_h = \left( \frac{B}{V_1} + \frac{B}{V_2} \right) S^2$ .

Q3. Déterminer les fonctions de transferts  $H_k(p)$  ( $k \in [5,7]$ )

Q4. Déterminer la fonction de transfert de la servo-gouverne  $H_{gouv}(p) = \frac{\delta(p)}{\alpha_{cd}(p)}$

### 2.3. modèle de comportement des capteurs (sonde) d'incidence

Les sondes d'incidence permettent de mesurer l'angle d'attaque de l'avion, nommé  $\alpha$ . Elles sont au nombre de trois et disposées sur le nez de l'avion (voir Figure 10).

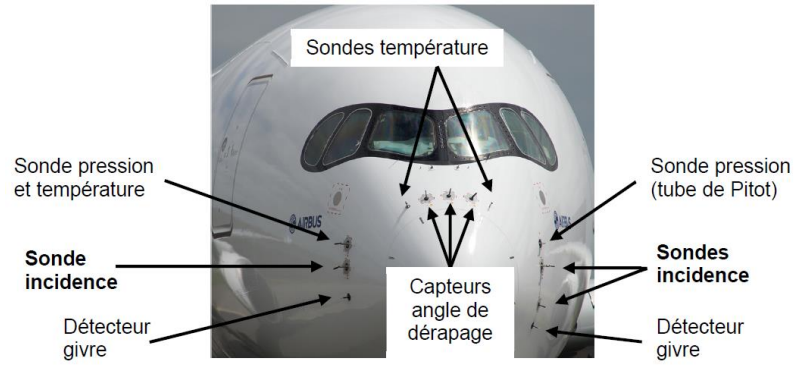


Figure 10 : Positionnement des capteurs A350 XWB

Leur fonctionnement est identique à celui d'une girouette. Une pale s'oriente automatiquement dans le flux d'air, permettant ainsi de relever l'angle d'inclinaison de l'appareil (voir Figure 11).

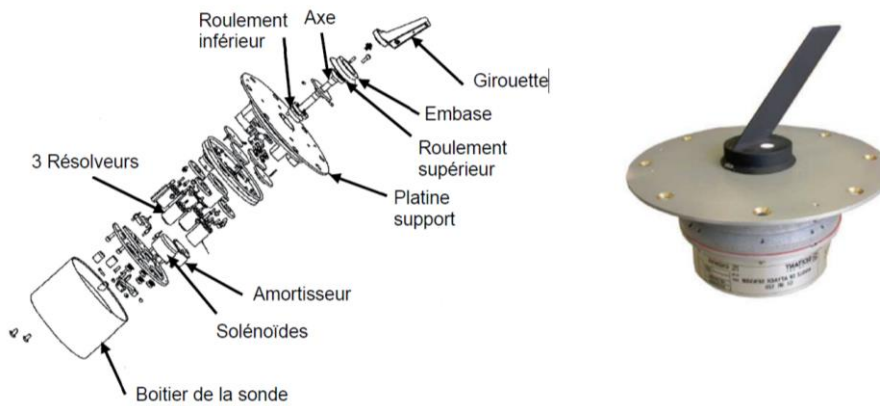


Figure 11 : Sonde d'incidence - vue éclatée

#### 2.3.1. Modèle de comportement et échantillonnage

Des essais en soufflerie jusqu'à la vitesse de l'air de 210 kt (108 m/s) ont été effectués par l'équipementier. Les réponses fréquentielles indiquent que les sondes ont toutes un modèle de comportement du second ordre (voir Figure 12).

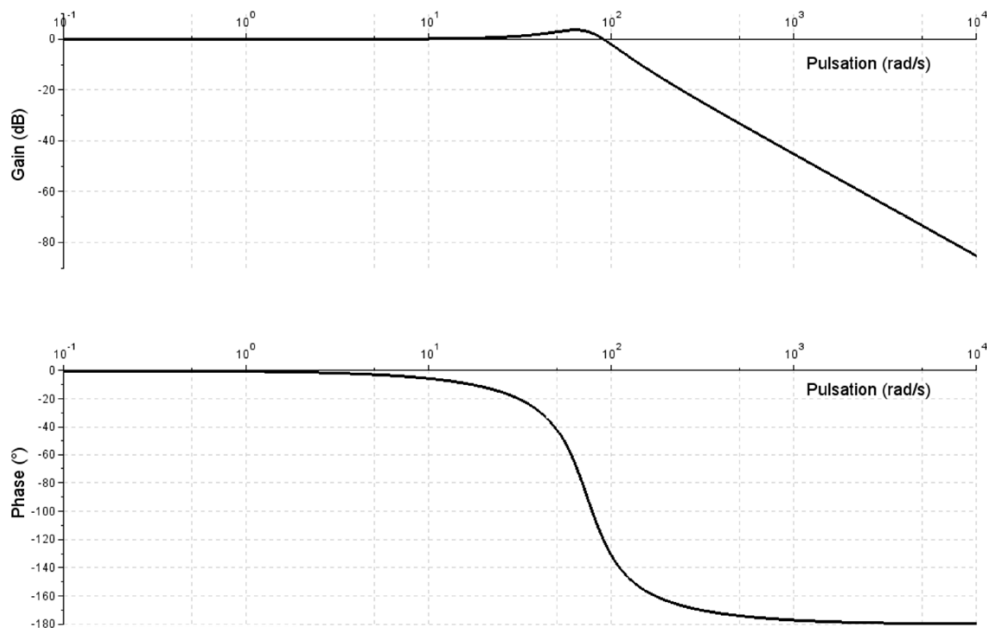


Figure 12 : Diagrammes de Bode (Gain/Phase) d'une sonde d'incidence à la vitesse  $V=150kt$

La fonction de transfert de la sonde d'incidence sera notée :  $H_{cap}(p) = \frac{1}{1+2\xi_c \frac{p}{\omega_c} + \frac{p^2}{\omega_c^2}}$

avec  $\xi_c$  le coefficient d'amortissement et la pulsation propre  $\omega_c$  non amortie de la sonde.

Le Tableau 1 donne les résultats d'identification obtenus en soufflerie pour différentes vitesses de l'air.

Vitesse air (kt) (°)	Vitesse air (m/s)	$\omega_c$ (rad/s)	$\xi_c$	$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ (Hz)	$T_c = \frac{1}{f_c}$ (s)
90	46.3	54,1	0,559	8,61	0,12
110	56.6	59,6	0,484	9,49	0,11
130	66.9	65,2	0,424	10,38	0,10
150	77.2	73,5	0,354	11,70	0,09
170	87.5	87,5	0,276	13,93	0,07
190	97.8	101,4	0,228	16,14	0,06
210	108.0	115,4	0,2	18,37	0,05

**Tableau 1** : résultats d'identification des sondes d'incidence  
(vitesse en nœud, c'est-à-dire en miles/heure : 1kt  $\approx$  1.852 km/h  $\approx$  0.5144 m/s)

Le traitement et l'utilisation de l'angle d'incidence mesurée par les sondes, sont effectués par le calculateur principal FCPC (*Flight Control Primary Computer*) qui est cadencé à 25 Hz.

**Q5.** Déterminer le pas de calcul du calculateur en ms.

On rappelle que la réponse indicielle d'un système du second ordre sous-amorti possède une pseudopériode T qui s'exprime en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi_c$ .

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c \sqrt{1-\xi_c^2}} \text{ soit la fréquence } f = \frac{\omega_c \sqrt{1-\xi_c^2}}{2\pi}$$

Comme nous sommes en présence d'un système du second ordre faiblement amorti (surtensif), la fréquence de coupure à -3dB n'a pas beaucoup de signification. On regardera donc la fréquence propre des sondes pour quantifier la bande passante.

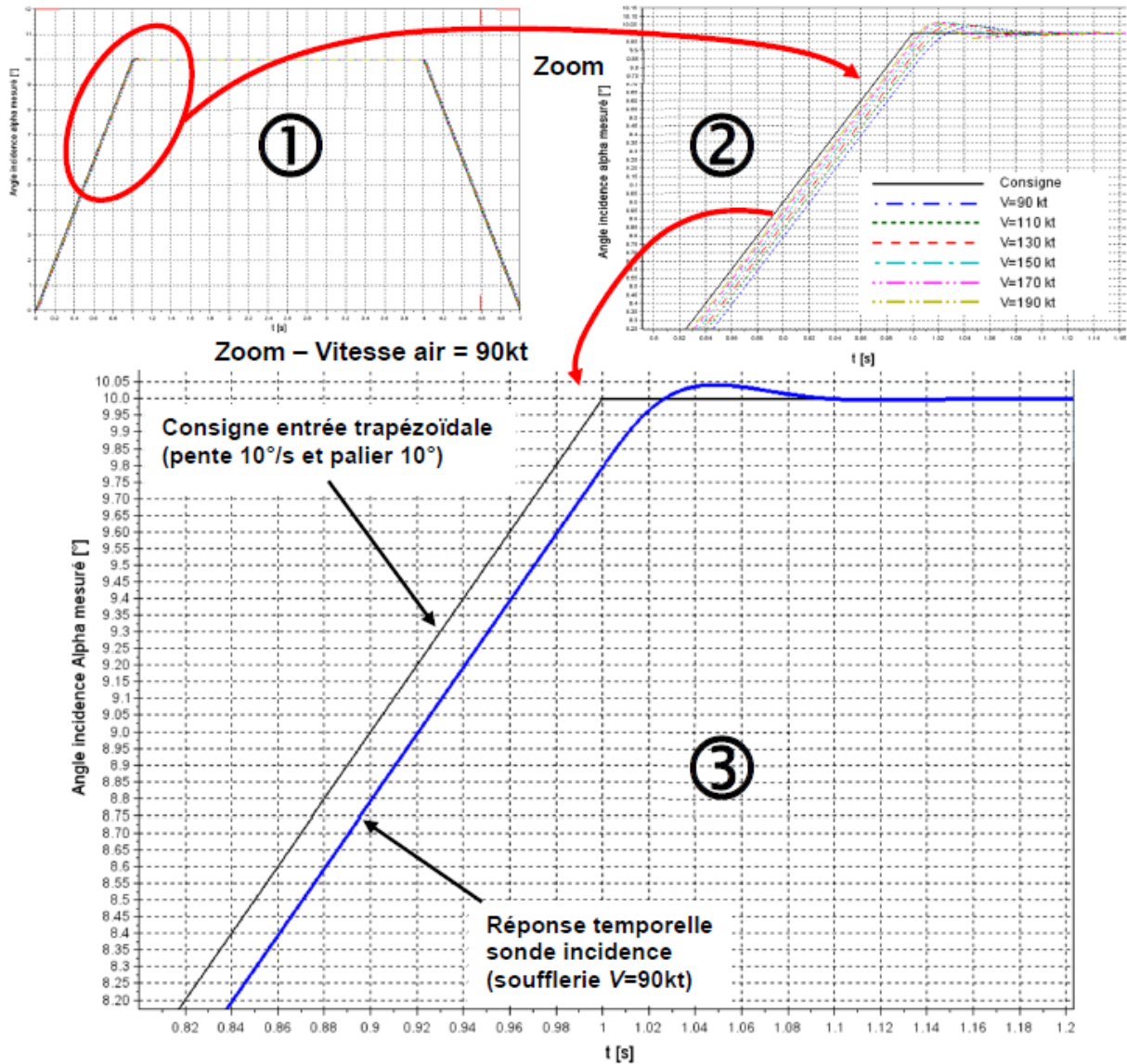
Ainsi la fréquence maximum du signal de sortie en incidence  $\alpha$  sera telle que  $f_{max} = \frac{\omega_c}{2\pi} = f_c$

On admettra que le choix de la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  impose que le signal ne doit pas comporter de composante de **fréquence supérieure à  $\frac{f_e}{2}$**  (Théorème de Shannon).

**Q6.** Indiquer la plage de vitesse pour laquelle la règle d'échantillonnage est vérifiée, c'est-à-dire telle que  $f_{max} < \frac{f_e}{2}$ .

**Q7.** Sachant que l'avion a une vitesse maximale des 0.89 Mach soit 593.4 kt, pourquoi la dynamique des sondes à haute vitesse ne présente-t-elle pas d'intérêt significatif ?

Les réponses temporelles mesurées lors des essais en soufflerie (voir figure 13) correspondent à une sollicitation de consigne de type trapézoïdale. La pente de la rampe imposée de 10°/s est au-delà du domaine de variation classique de l'incidence afin d'assurer un facteur de sécurité supplémentaire.



**Figure 13 :** Réponses temporelles des sondes d'incidence pour différentes vitesses air (1) consigne entrée trapézoïdale et réponses (2)Zoom sur la transition poursuite-échelon (3)Zoom pour la réponse (V=90kt)

On définit l'erreur telle que  $\varepsilon(t) = \alpha_c(t) - \alpha(t)$

- Q8.** Pour une entrée de type rampe  $\alpha_c(t) = \dot{\alpha}_{max} \cdot t \cdot u(t)$ , exprimer l'erreur de traînage notée  $\varepsilon_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$  en fonction de  $\dot{\alpha}_{max}$ ,  $\xi_c$  et  $\omega_c$ . (on note  $u()$  la fonction échelon unitaire ou fonction d'heavyside). Effectuer l'application numérique dans le cas le plus défavorable pour une vitesse air de 90 kt.
- Q9.** Déterminer le retard de traînage  $T_{at}$ . Est-il compatible vis-à-vis du pas de calcul du calculateur FCPC ?

### 2.3.2.Méthode de protection dans la mesure d'incidence.

La criticité dans les lois de contrôle de la commande de vol nécessite d'utiliser **3 sources indépendantes** (3 sondes sur l'A350 XWB, voir Figure 10), pour élaborer la valeur retenue de l'angle d'incidence. Le vote permet de calculer une valeur unique à partir des trois valeurs mesurées par les sondes, on parle de méthode « triplex ». Cette méthode de calcul dépend du nombre de sources de mesure valides et diffère selon les avionneurs. Le constructeur Airbus a opté pour une méthode « triplex » définie selon le sous-programme Python proposé figure 14, permettant la passivation d'une mesure erronée.

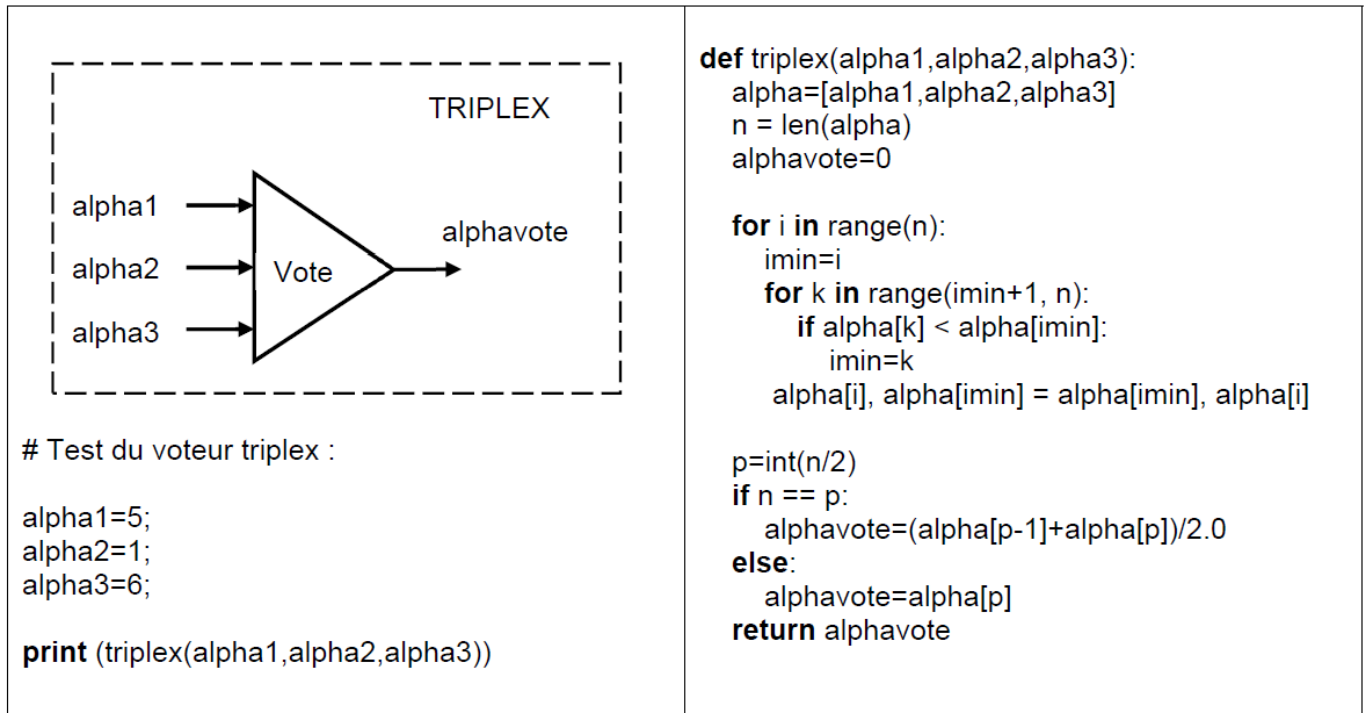


Figure 14 : Méthode « triplex » - Sous-programme du vote d'incidence alphavote

- Q10.** En vous appuyant sur le programme ci-dessus calculant l'angle d'incidence **alphavote** à partir des 3 mesures des sondes (notées **alpha1**, **alpha2** et **alpha3**), expliquer la méthode « triplex » retenue par le constructeur Airbus pour le vote de l'angle d'incidence.
- Q11.** Indiquer la valeur du vote calculé lors du test de la fonction triplex pour  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (5, 1, 6)$ .

### 3.Asservissement d'incidence

#### 3.1.Exigences attendues

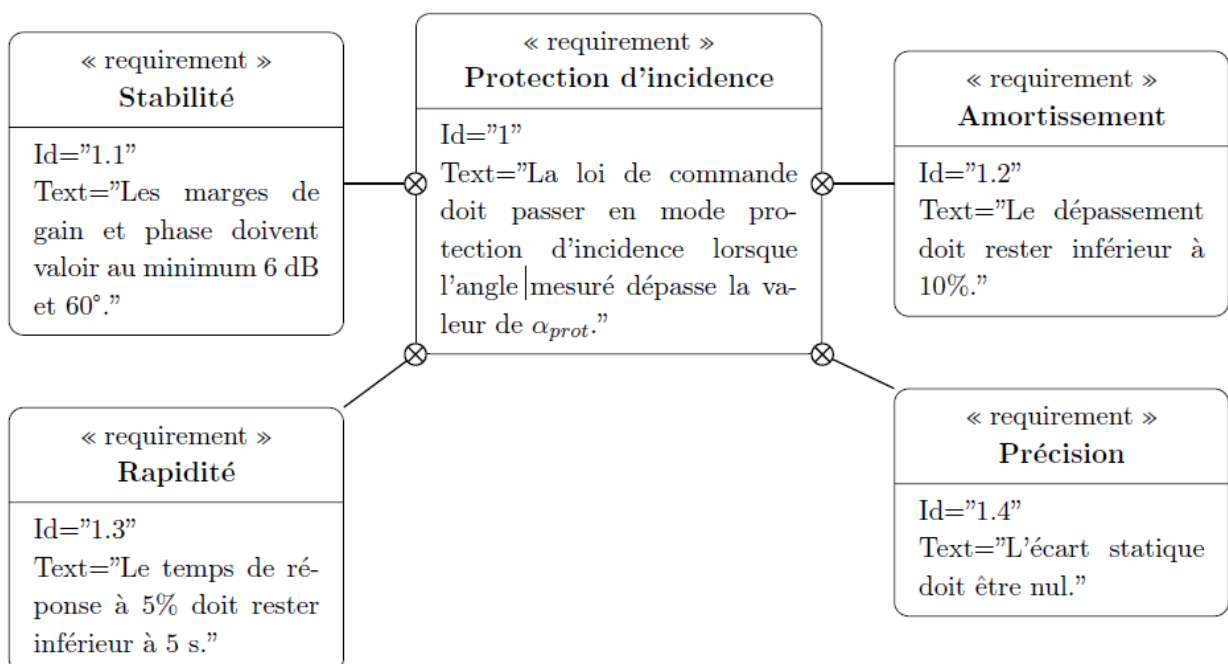


Figure 15 : Extrait du diagramme des exigences



### 3.2.Modélisation

#### 3.2.1.Loi de protection en incidence

La loi de commande en protection d'incidence élabore la consigne d'incidence trapézoïdale notée  $\alpha_c$  définie ci-contre. Les pentes suivent une rampe maximum  $|\dot{\alpha}_{max}| = 10^\circ/s$ , le palier étant bloqué à la valeur de protection d'incidence soit  $\alpha_{prot} = 10^\circ$ . On fixe la durée de la consigne à  $t_2 = 20$  s.

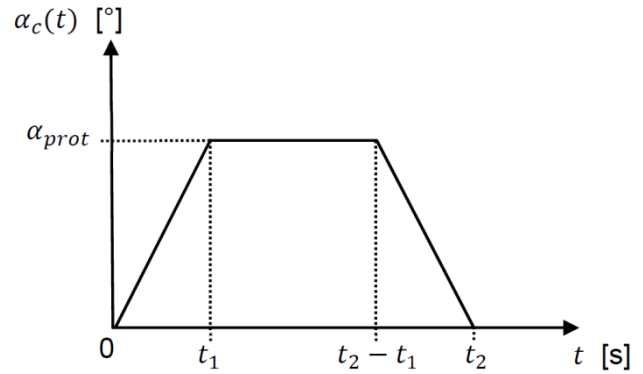
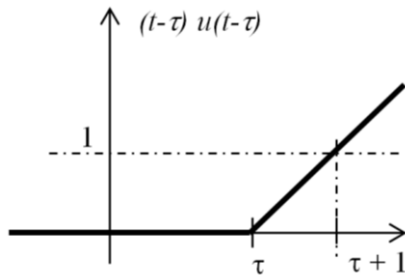


Figure 16 : Consigne en incidence lors de la commande en protection d'incidence

Rappels :

- fonction rampe de pente 1 retardée dans le temps d'une valeur  $\tau$  : elle s'écrit  $(t-\tau) u(t-\tau)$  et se représente de la manière suivante



- Théorème du retard :  $L(f(t-\tau)) = e^{-\tau p} L(f(t))$

Q12. Déterminer la fonction causale  $\alpha_c(t)$ . On notera  $u(t)$  la fonction échelon unitaire.

Q13. En déduire la transformée de Laplace de cette consigne, notée  $\alpha_c(p)$ .

#### 3.2.2.Modélisation globale

L'asservissement proposé repose sur la modélisation suivante.

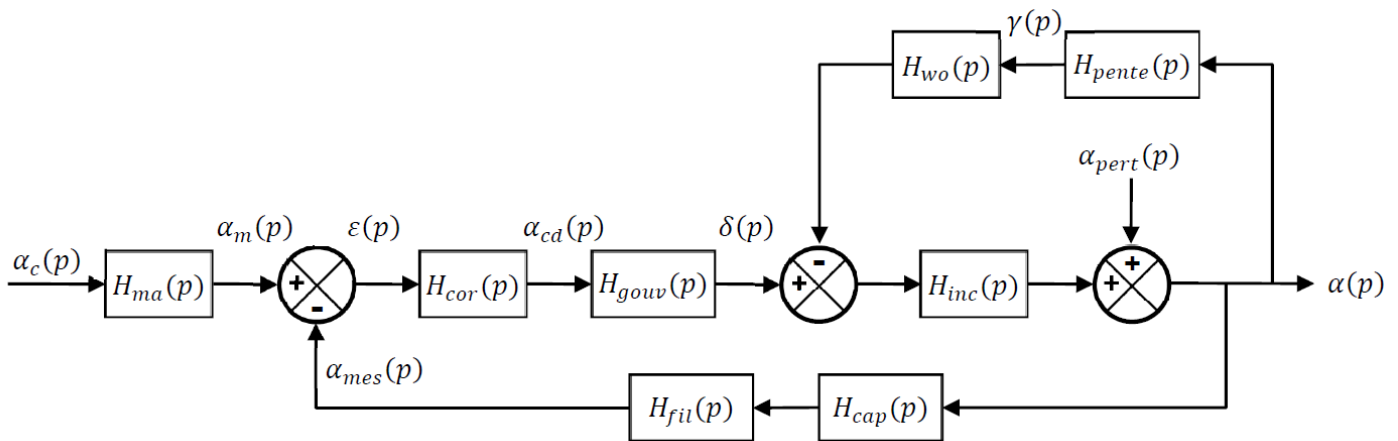


Figure 17 : Schéma-blocs de l'asservissement

Un filtre du premier ordre est installé en chaîne de retour pour limiter les bruits de mesure. Un modèle de comportement du 1er ordre est associé au manche qu'actionne le pilote. Un filtre passe haut de type washout atténue les fluctuations parasites des gouvernes.

Les différentes fonctions de transfert issues de modèles de connaissance et de comportement sont définies en utilisant les notations du tableau 2..

Fonction de transfert du manche $H_{ma}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_{ma}}}$ (1 <sup>er</sup> ordre, pulsation $\omega_{ma}$ )	Fonction de transfert du correcteur $H_{cor}(p)$ La synthèse du correcteur sera étudiée dans cette partie.	Fonction de transfert des gouvernes $H_{gouv}(p) = \frac{K_e}{p \left( 1 + 2\xi_e \frac{p}{\omega_e} + \frac{p^2}{\omega_e^2} \right)}$
Fonction de transfert avion $H_{inc}(p) = \frac{K_i}{1 + 2\xi_i \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}}$	Fonction de transfert de la pente $H_{pente}(p) = \frac{K_\gamma}{p}$	Fonction de transfert du filtre passe-haut type « washout » $H_{wo}(p) = \frac{p}{1 + \frac{p}{\omega_{wo}}}$ (pulsation $\omega_{wo}$ )
Fonction de transfert capteur sonde d'incidence $H_{cap}(p) = \frac{1}{1 + 2\xi_c \frac{p}{\omega_c} + \frac{p^2}{\omega_c^2}}$	Fonction de transfert du filtre passe-bas de 10 Hz $H_{fil}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_{fil}}}$ (1 <sup>er</sup> ordre, pulsation $\omega_{fil}$ )	Consigne : $\alpha_c(p)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• échelon (créneau de 20s)</li> </ul> Ou <ul style="list-style-type: none"> <li>• trapèze</li> </ul> Perturbation : $\alpha_{pert}(p)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• nulle</li> </ul> Ou <ul style="list-style-type: none"> <li>• échelon</li> </ul>

**Tableau 2 :** Notations pour les modèles de l'asservissement en incidence

Dans un premier temps, on considère une correction proportionnelle de gain K ainsi que l'absence de perturbation

**Q14.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement d'incidence :  $H_{BO}(p) = \frac{\alpha_{mes}(p)}{\varepsilon(p)}$

### 3.3. Détermination des performances

La figure 18 représente les diagrammes de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée.

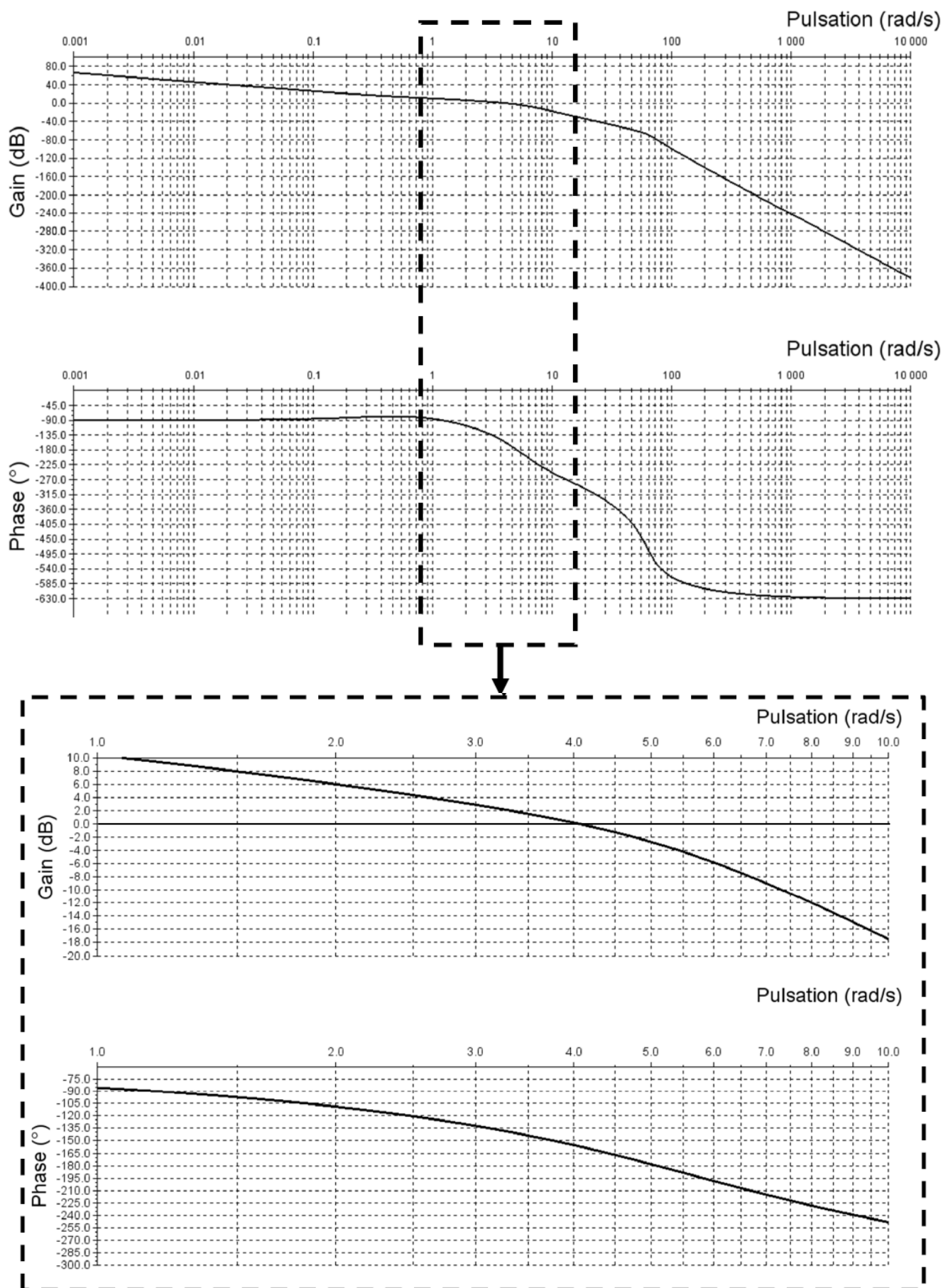


Figure 18 : Diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée ( $K = 1$ )

**Q15.** Relever les marges de gain de phase. Commenter.

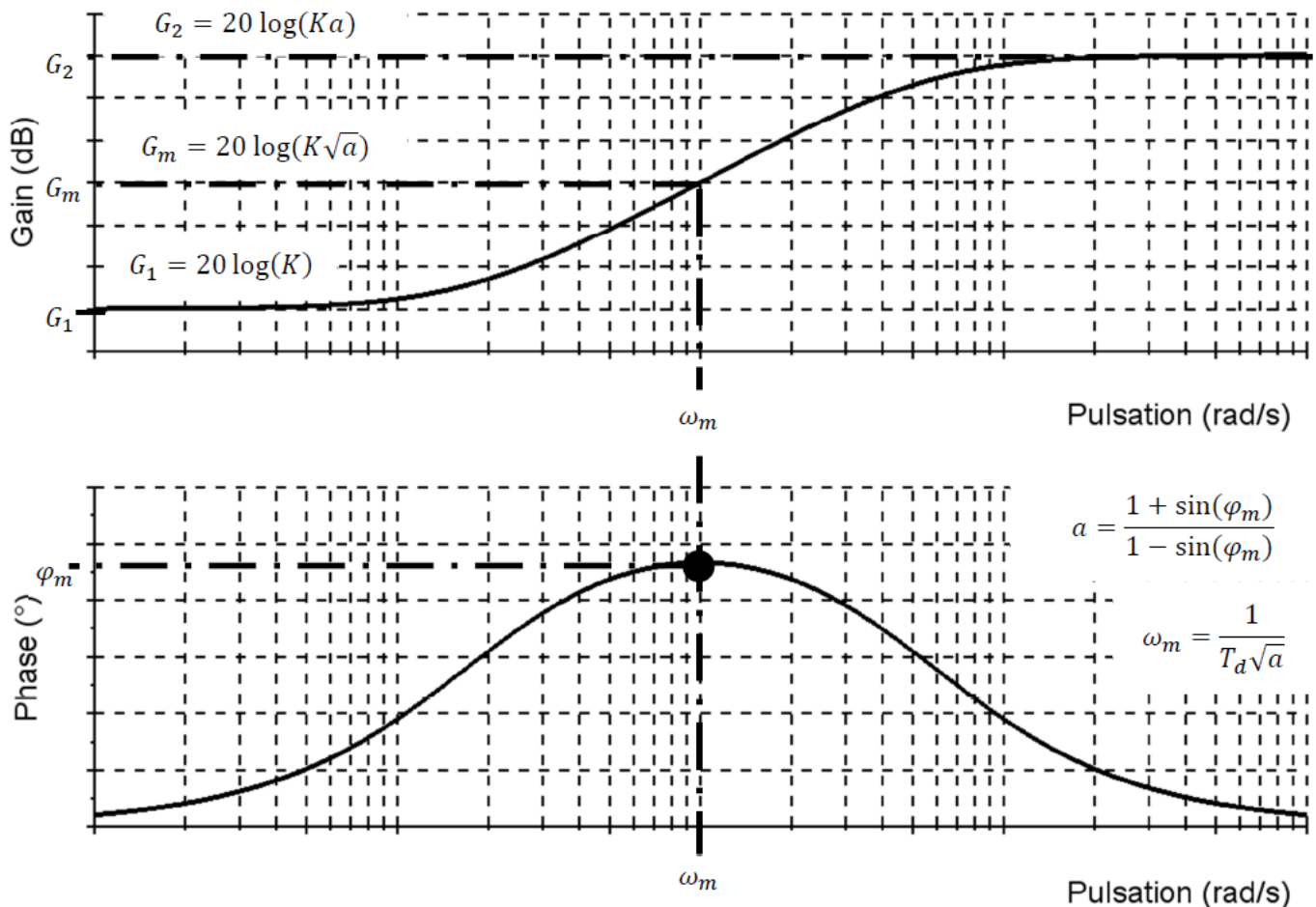
**Q16.** Dans le cas d'une correction proportionnelle de gain  $K$ , quelle valeur limite faut-il imposer à  $K$  pour respecter l'exigence de stabilité ? Quel(s) autre(s) critère(s) de l'asservissement est (seront) alors dégradé(s) ?

Afin de satisfaire le critère de stabilité du cahier des charges tout en évitant de dégrader d'autres critères, le choix de la correction se porte vers un correcteur dont la fonction de transfert est la suivante :

$$H_{Cor}(p) = K \frac{1+a\tau_d p}{1+\tau_d p} \text{ avec } a > 1$$

**Q17.** Nommer le type de correcteur choisi. Justifier son choix.

Les diagrammes de Bode (gain et phase) de ce correcteur sont donnés figure 19. Afin d'assurer un gain significatif de phase, nous décidons de placer la pulsation  $\omega_m$  du correcteur sur la pulsation de coupure à 0 dB du système non corrigé, soit à la pulsation  $\omega_m = \omega_{0dB} = 4 \text{ rad/s}$ .



**Figure 19 :** Diagramme de Bode du correcteur retenu

**Q18.** Déterminer la valeur du paramètre  $a$  pour que le correcteur permette d'assurer la marge de phase du cahier des charges. En déduire les valeurs de  $K$  et de  $\tau_d$ .

La réponse indicielle pour une consigne créneau de  $10^\circ$  et une perturbation de  $2^\circ$  du système corrigé est donnée figure 20.

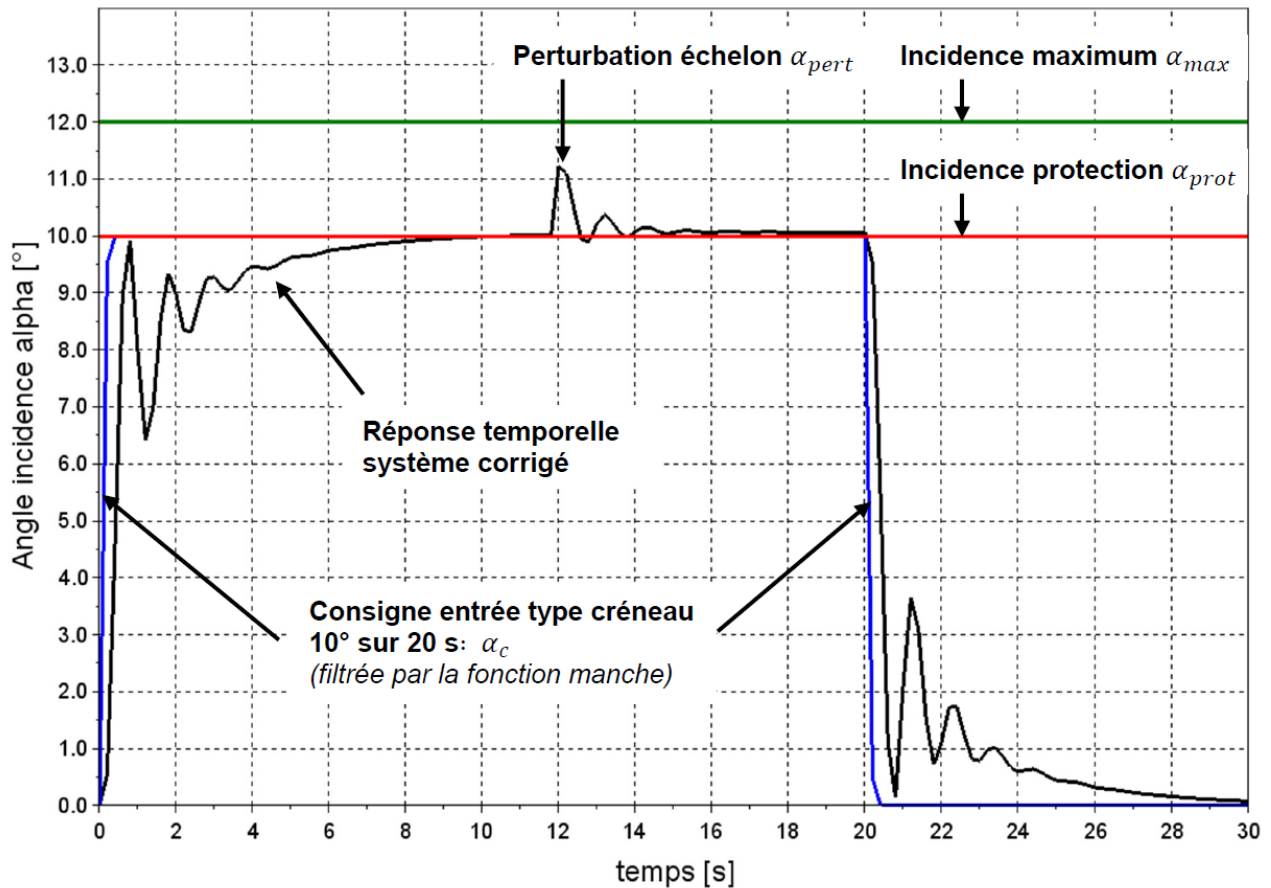


Figure 20 : Réponse temporelle en boucle fermée du système corrigé pour une consigne créneau

Par ailleurs, le diagramme de Bode (gain et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé est donné figure 21.

**Q19.** Préciser si les performances attendues dans le Cahier des Charges (CdC) sont respectées.

**Q20.** Justifier que le correcteur choisi et réglé n'a pas une grande influence sur critère de rapidité par rapport au système non corrigé ?

La sécurité de vol ne permet pas l'utilisation d'une consigne de commande en échelon. On la remplace alors par une commande trapézoïdale définie à la question Q12.

Par ailleurs, pour compenser le déphasage accumulé dans les boucles, une correction prédictive (feedforward) de gain pur  $K_{ff}$  est mise en place. Le modèle numérique Scilab ainsi que les réponses en incidence  $\alpha$ , facteur de charge  $N_z$  et en vitesse verticale  $V_z$  sont donnés figure 22.

**Q21.** Indiquer les critères du cahier des charges améliorés, par la mise en place de la correction prédictive.



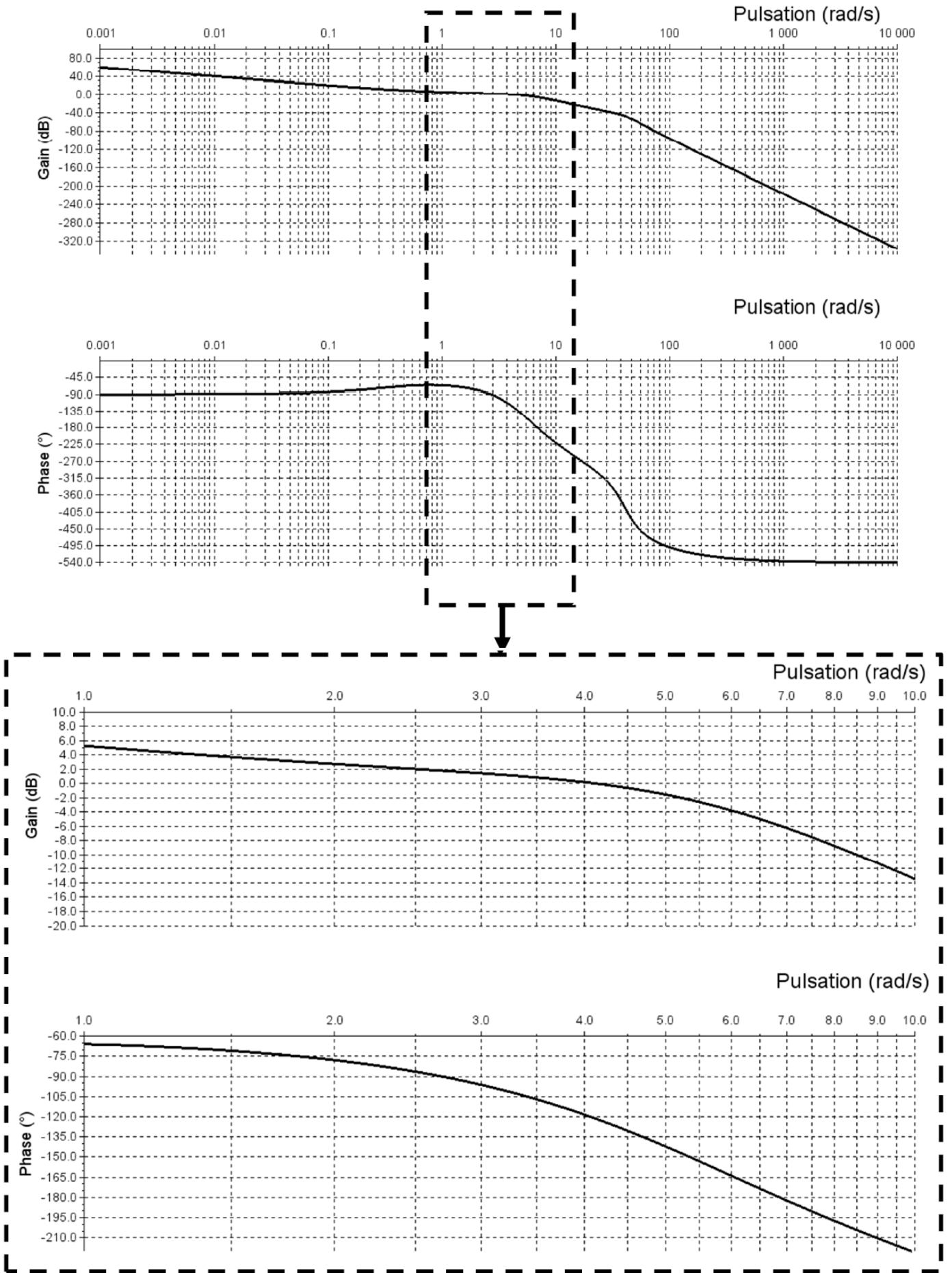


Figure 21 : Diagrammes de Bode de la FTBO corrigée

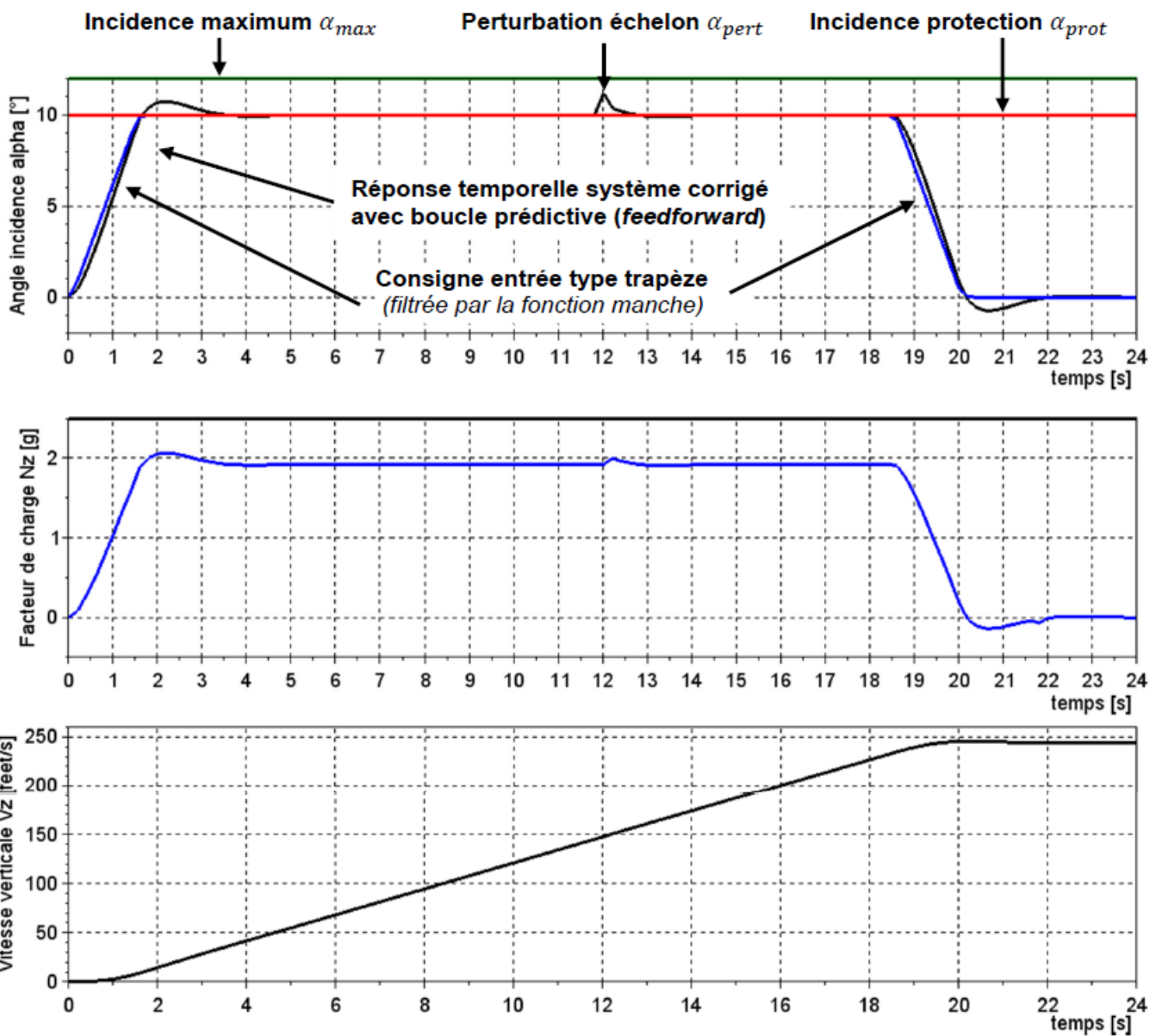
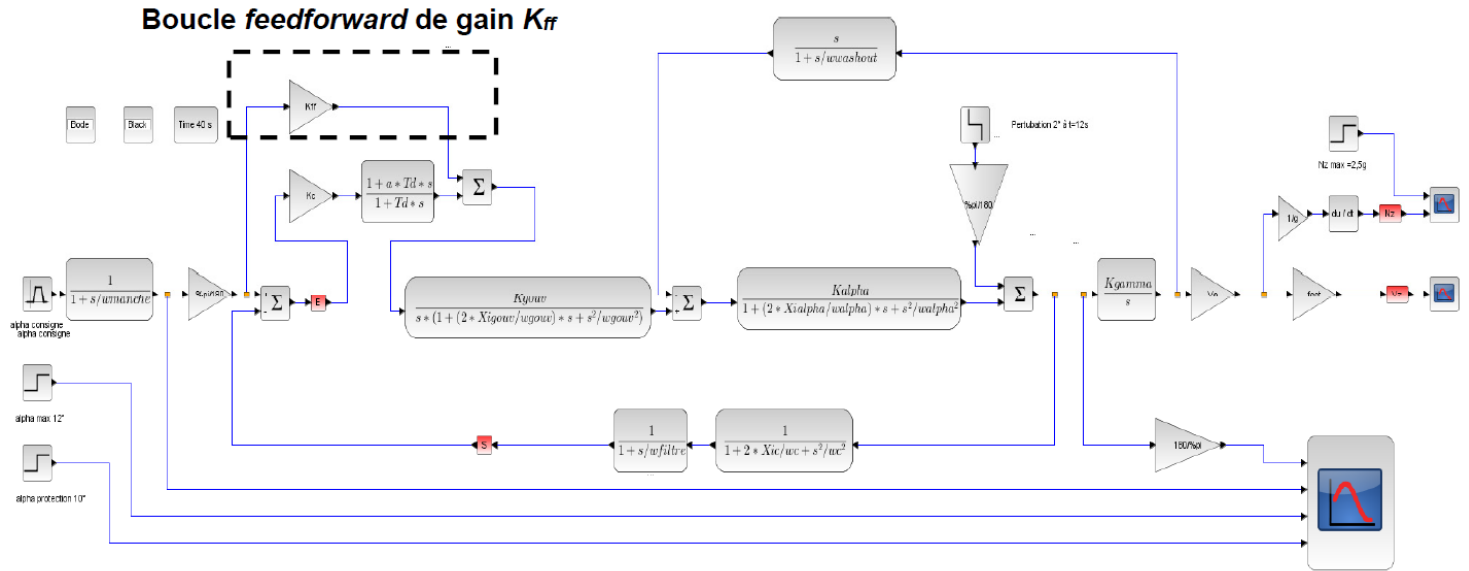


Figure 22 : Modification du correcteur avec mise en place d'une boucle prédictive : schéma causal et réponses temporelles simulées

## Problème 9 : Prothèse de main myoélectrique (Centrale mp 2015)

### 1. Présentation

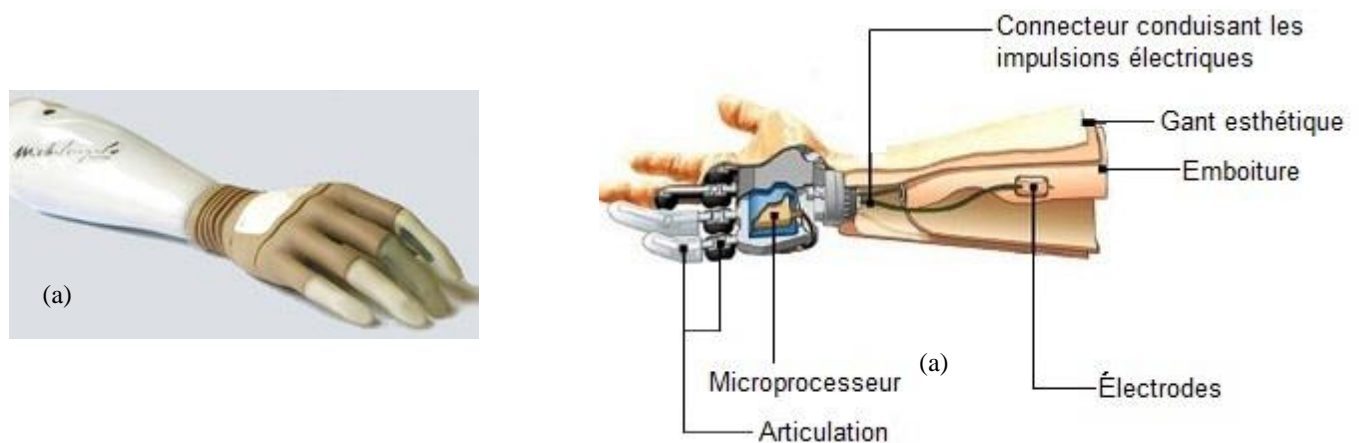
#### 1.1 Mise en situation

L'amputation d'un membre est une intervention chirurgicale lourde qui consiste à enlever tout ou partie d'un membre. Les causes d'une amputation sont multiples :

- les affections traumatiques (83%), accidents de la route, du travail, domestiques, ainsi que les brûlures, les gelures... ;
- les affections médicales (9%), irrigation sanguine insuffisante, infections osseuses ou des tissus, tumeurs... ;
- les affections congénitales (6%) ;
- ...

Bien que l'amputation puisse être associée à des causes très différentes, celle-ci est toujours vécue comme un drame humain pour l'amputé. Elle le touche en effet dans son intégrité physique et elle bouleverse sa manière de vivre dans son activité quotidienne, ses études, son métier ou ses loisirs, modifiant ainsi ses aptitudes physiques. Les amputations du ou des membres supérieurs (un doigt, une main, un avant-bras ou un bras) représentent environ 14% des amputations en France, soit environ 8 000 à 10 000 amputations par an. Un cinquième des amputations des membres supérieurs sont des amputations cubitales, c'est-à-dire comprises entre le coude et le poignet. Afin de limiter les conséquences d'une amputation, le patient peut recourir à l'usage d'une main artificielle appelée dans la suite « prothèse ».

Il existe actuellement de nombreuses technologies de prothèse de main, parmi lesquelles les prothèses esthétiques, les prothèses passives et les prothèses myoélectriques. Les prothèses esthétiques sont visuellement proches d'une main réelle mais ont des possibilités fonctionnelles limitées (soutenir des objets, porter un sac...). Les prothèses myoélectriques (figure 1a), qui représentent la dernière génération, fonctionnent grâce aux contractions musculaires du membre amputé restant, suite aux demandes du cortex frontal, qui sont acquises par des électrodes EMG (ElectroMyoGraphe) placées au contact de la peau. Ces électrodes délivrent des signaux électriques à un microprocesseur, qui après traitement, fournit les ordres de commande à un ou plusieurs actionneurs électromécaniques (figure 1b). Un gant esthétique recouvre l'ensemble de la prothèse.








**Figure 1** (a) Photographie d'une prothèse myoélectrique ; (b) Constitution d'une prothèse myoélectrique

Ce sujet s'intéresse à une prothèse de main myoélectrique dans sa phase de développement. Sa commercialisation s'est faite en 2016.

**Objectif de l'étude :** Evaluer la capacité de cette prothèse à effectuer des gestes de la vie courante, en particulier saisir un verre à eau sans le casser.

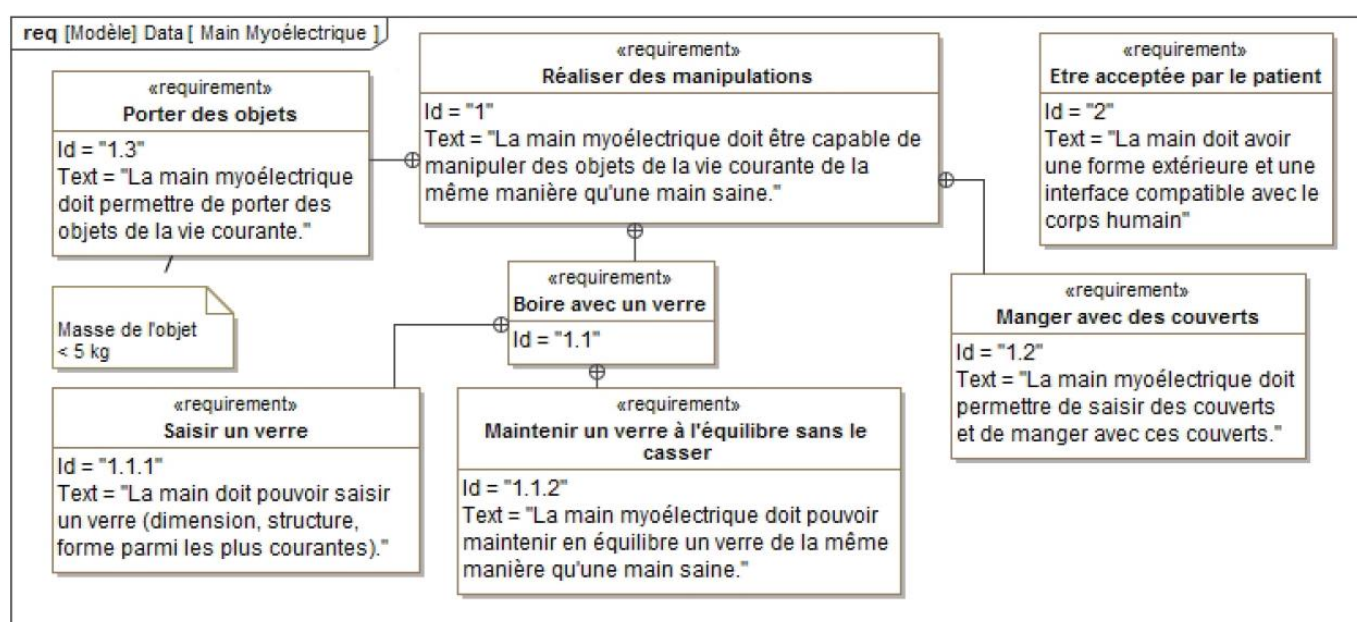
## 1.2 Exigences attendues

Le tableau 1 regroupe quelques verres de référence devant être saisis par une telle prothèse.

Modèle	Verre 1	Verre 2	Verre 3	Verre 4	Gobelet plastique
Dénomination	V1	V2	V3	V4	G
					
Contenance	33 cl	32 cl	42 cl	52 cl	20 cl
Diamètre mini	48 mm	61 mm	76 mm	94 mm	42 mm
Masse	175 g	310 g	340 g	200 g	3,3 g

**Tableau 1 :** Paramètres des différents modèles de verre à eau

Les besoins du patient s'expriment en termes d'exigences décrites dans le diagramme de la figure 2.



**Figure 2 :** Diagramme partiel des exigences de la prothèse de main

Le tableau 2 décrit la qualification des exigences relatives à la fonction « Boire avec un verre »

Id	Exigences	Caractérisation du service rendu	Critères				
			V1	V2	V3	V4	G
1.1.1	Saisir un verre	Très satisfaisant	■	■	■	■	■
		Satisfaisant	■	■	■	□	■
		Moyen	■	■	□	□	■
		Non conforme	Dans les autres cas				
1.1.2	Maintenir un verre à l'équilibre sans le casser	Très satisfaisant	■	■	■	■	■
		Satisfaisant	■	■	■	□	□
		Non conforme	Dans les autres cas				

**Tableau 2 :** Caractérisation des exigences

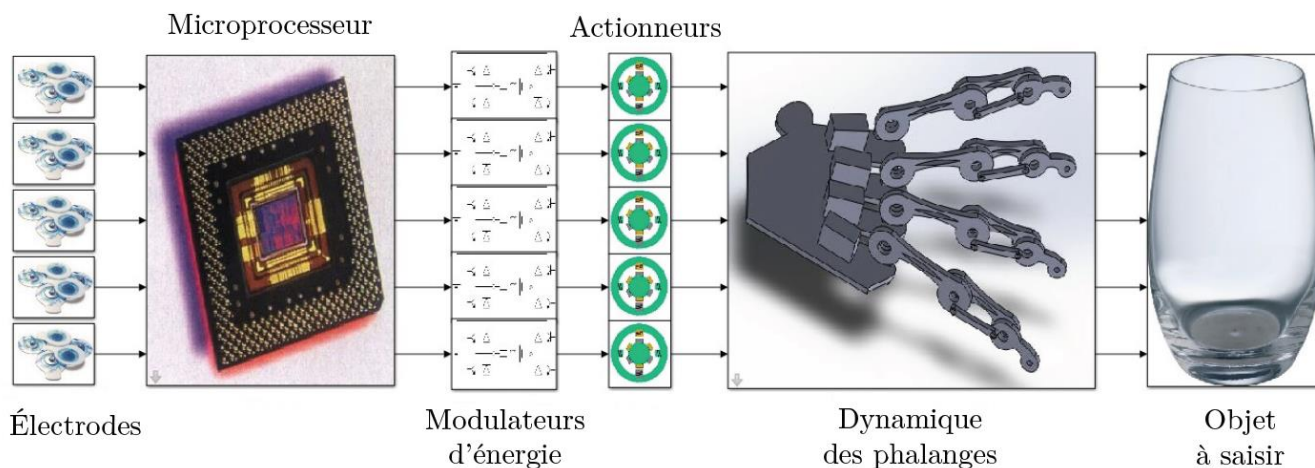
L'objectif du sujet est de proposer quelques évolutions du prototype de prothèse déjà réalisé. Ce dernier est organisé structurellement tel qu'indiqué sur la figure 3 (batterie non représentée).

Les électrodes positionnées sur les muscles de l'avant-bras délivrent des informations (impulsions électriques) traitées par le microprocesseur. Celui-ci élabore les ordres de commande pour les modulateurs d'énergie qui



transfèrent la quantité d'énergie adaptée de la batterie aux actionneurs mettant en mouvement les phalanges de la prothèse.

La première partie permet de s'approprier la problématique à l'aide d'une analyse des différences entre une main humaine et une prothèse myoélectrique. Dans un premier temps, le contrôle de la position des doigts de la main prothétique n'est pas exigé. Les ordres de commande sont donc la demande d'une flexion ou d'une extension complète des doigts. Dans les parties suivantes, des propositions d'évolutions du prototype de la prothèse myoélectrique sont étudiées afin que l'ensemble des services rendus du tableau 2 soient très satisfaisants. Dans un second temps, l'étude porte partiellement sur le contrôle de la position des doigts de la prothèse..



**Figure 3** : Organisation structurelle du prototype de prothèse myoélectrique

## 2. Comparatif des structures de commande des mouvements des doigts

**Objectif** : Mettre en évidence les différences fonctionnelles entre une prothèse myoélectrique et une main humaine saine.

Les organes du corps humain intervenant dans la commande des doigts humains sont listés ci-dessous :

- l'appareil digestif transforme les aliments en nutriments et assure également leur passage dans le sang ;
- le sang transporte les nutriments à tous les organes, notamment aux muscles ;
- les muscles actionnent le squelette osseux articulé via des tendons ;
- les capteurs sensoriels contenus dans la peau acquièrent des informations sensorielles telles que la température, la pression, la douleur... ;
- la moelle épinière et les nerfs sensitifs transmettent les informations au cortex pariétal supérieur ;
- le cortex pariétal postérieur capte les informations sensorielles ;
- le cortex frontal traite, décide et élabore les ordres de commande ;
- la moelle épinière et les nerfs moteurs transmettent les informations du cortex frontal aux muscles.

Les fonctions remplies par ces organes du corps humain peuvent être rapprochées de celles remplies par les constituants de tout système complexe, à savoir, l'actionneur, le capteur, le conditionneur de signaux issus de capteurs, l'effecteur, l'interface de traitement, l'interface de puissance, le pré-actionneur, le transmetteur et l'unité de traitement.

- Q1.** Compléter le diagramme chaîne d'énergie - chaîne d'information du document réponse DR1 en indiquant les organes du corps humain intervenant dans le fonctionnement d'une main humaine.
- Q2.** Parmi les organes listés précédemment, préciser celui qui manque dans la chaîne d'information chez la personne amputée. Indiquer la différence de comportement lors de la prise d'un objet entre une main saine et une main amputée équipée d'une prothèse myoélectrique.

## 3. La prothèse de main permet-elle de saisir un verre à eau ?

**Objectif** : Valider l'exigence Id 1.1.1, « Saisir un verre » (voir tableau 2).



La prothèse myoélectrique, comme la main humaine, est composée de 5 doigts mus par 5 actionneurs (un pour chaque doigt). Chacun des doigts est composé de 3 phalanges, à l'exception du pouce constitué seulement de 2 phalanges. Les études étant identiques pour chaque doigt composé de 3 phalanges, seule celle de l'index est mise en oeuvre.

La figure 4 décrit sous forme simplifiée les constituants réalisant l'index d'une main gauche prothétique (gant esthétique non représenté). On retrouve notamment la paume (0), la phalange (3) associée à la biellette (4), la phalangine (5) associée à la biellette (6) et la phalangette (7). La bielle (2) permet la mise en mouvement de la phalange (3) à partir du mouvement de l'arbre de l'actionneur (1).

En raison d'un encombrement limité, les ingénieurs ont proposé, sur le prototype de la prothèse, que la rotation du pouce soit réalisée dans un plan perpendiculaire à celui de l'index. La prise d'un objet se fait donc par pincement entre la phalangette (7) de l'index et la paume de la main (0). Le pouce de la main prothétique n'enroule donc pas l'objet. Pour la saisie d'un verre, seule l'action de l'index est donc étudiée. À contrario, une main humaine enroule l'objet avec tous les doigts, pouce compris, et permet de saisir des objets de plus grandes dimensions.

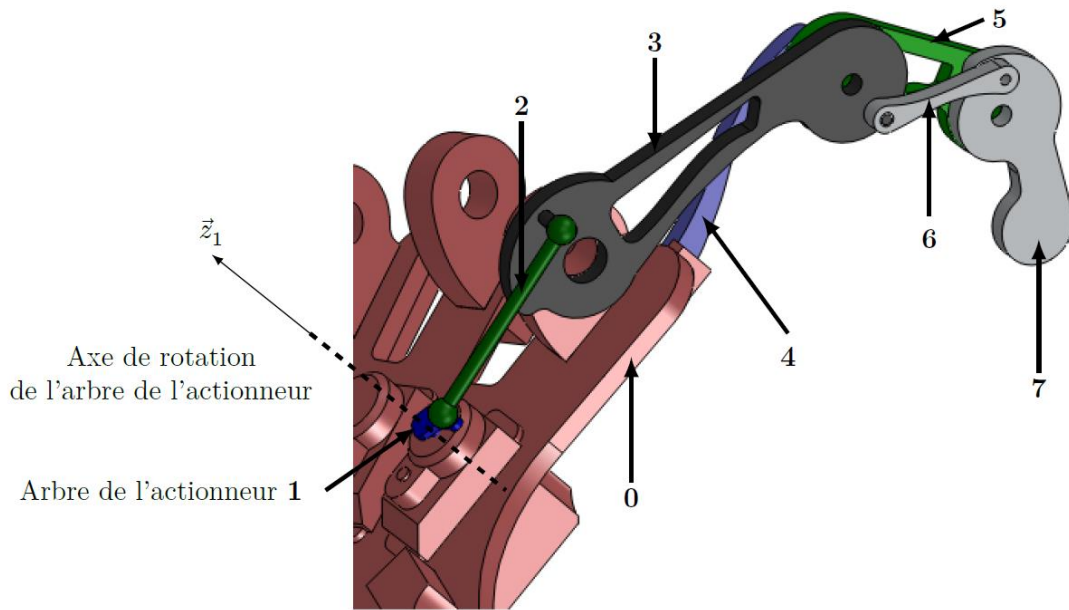


Figure 4 : Description des constituants associés aux mouvements de l'index

Le dispositif permettant de mouvoir la phalangette (7) est représenté sur la figure 4 et schématisé sur la figure 5.

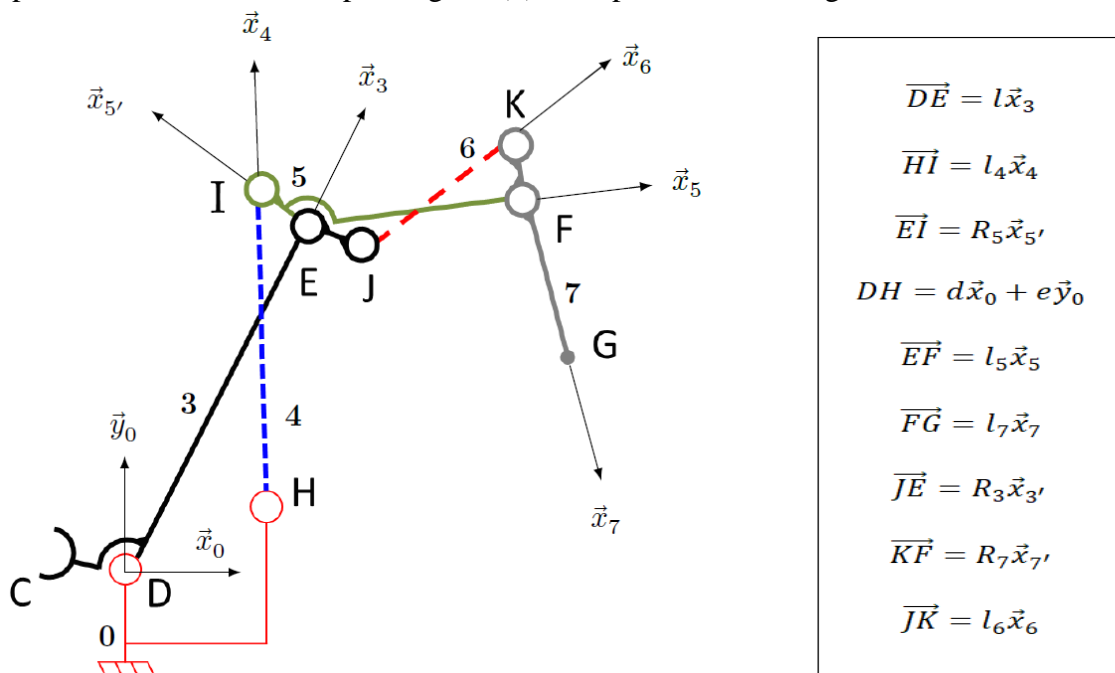
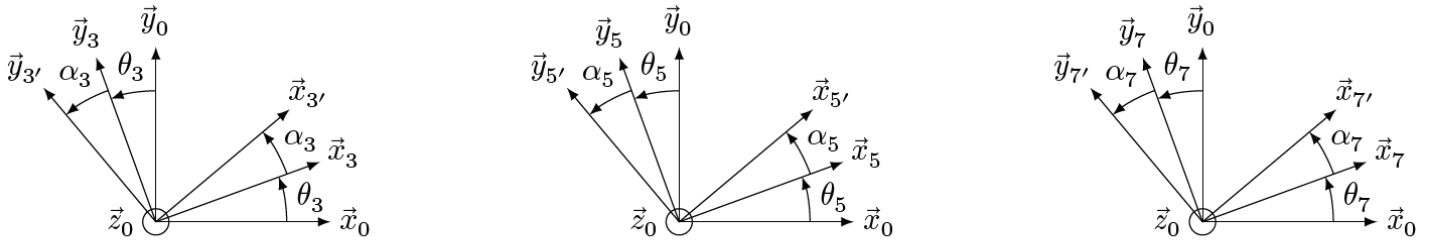


Figure 5 : Schéma cinématique du dispositif de mise en mouvement de la phalangette (7) et paramétrage associé

Le pincement d'un verre à eau par l'index entre la phalangette (7) et la paume (0) est considéré effectué entre les points H et G.

**Q3.** À partir des figures 4 et 5, indiquer le degré de mobilité de la liaison entre les solides (0) et (3), puis le comparer à celui d'une main saine. Justifier ce choix de liaison retenu par les ingénieurs sur le prototype de prothèse myoélectrique.

Les figures géométrales associées aux changements de bases sont données sur la figure 6. Les mouvements des différents solides sont dans le plan  $(D, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .



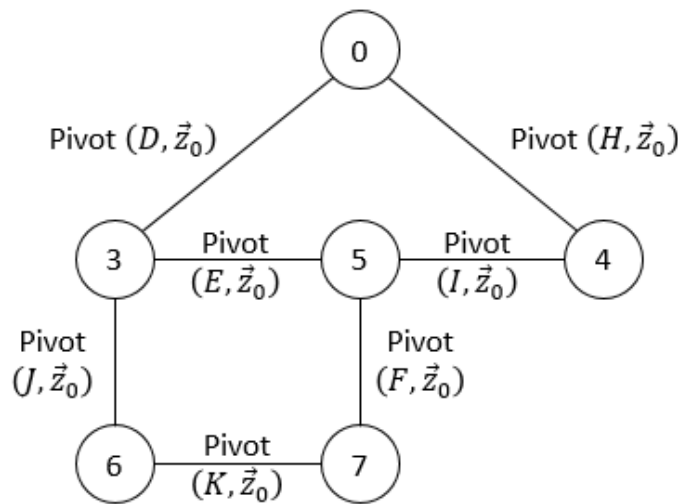
On note  $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$  et  $\theta_6 = (\vec{x}_0, \vec{x}_6) = (\vec{y}_0, \vec{y}_6)$

**Figure 6 :** Figures géométrales de changement de bases et paramétrages

**Q4.** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{HG}$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Les composantes seront exprimées en fonction des angles  $\theta_3, \theta_5$  et  $\theta_7$  et des paramètres dimensionnels du modèle  $d, e, l_3, l_5$  et  $l_7$ .

Le paramètre associé à la grandeur d'entrée lors de cette étude est l'angle  $\theta_3$  et le paramètre associé à la grandeur de sortie est la distance  $\|\overrightarrow{HG}\|$ . Il est donc nécessaire d'exprimer la distance  $\|\overrightarrow{HG}\|$  en fonction de l'angle  $\theta_3$  seul (loi d'entrée-sortie géométrique de l'index).

On donne le graphe des liaisons de l'index (chaîne complexe de solides 0-3-4-5-6-7) en figure 7.



**Figure 7 :** graphe des liaisons de l'index

**Q5.** Proposer une démarche permettant d'exprimer les angles  $\theta_5$  et  $\theta_7$  en fonction de l'angle  $\theta_3$  et les paramètres géométriques dimensionnels. Ne pas mettre en œuvre les calculs.

Le modèle de connaissance ainsi obtenu permet de tracer l'évolution de la loi d'entrée-sortie (figure 8) pour un mouvement complet de flexion (fermeture) de l'index. Le diamètre du verre pincé est égal à  $\|\overrightarrow{HG}\|$  diminué de 4 mm correspondant aux épaisseurs du gant esthétique et des pièces.

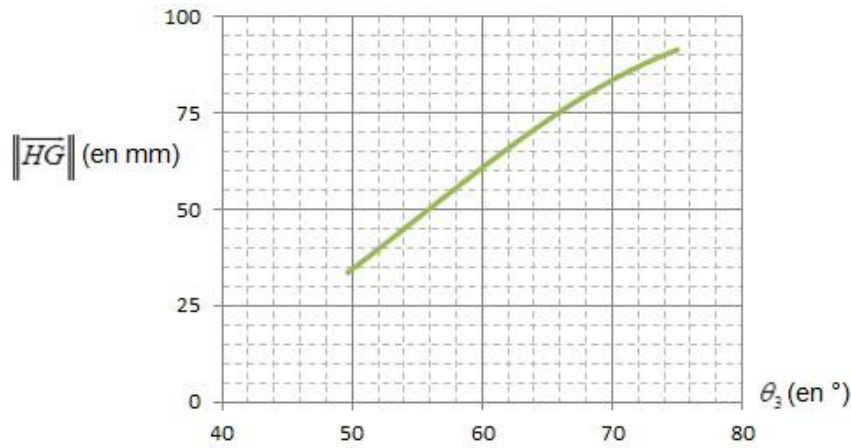


Figure 8 : Tracé de la loi d'entrée-sortie de l'index

Q6. À partir des tableaux 1 et 2, indiquer le degré de satisfaction (très satisfaisant, satisfaisant, moyen ou non conforme) du service rendu par le prototype de prothèse pour l'exigence 1.1.1.

Le choix initial sur le prototype de la prothèse myoélectrique d'imposer les mouvements du pouce et de l'index dans des plans orthogonaux ne permet pas la saisie d'un nombre suffisant de verres. Par conséquent, l'articulation du pouce a été modifiée afin de permettre la saisie d'objets entre le pouce et l'index. Cette disposition, retenue pour la suite du sujet, permet ainsi d'obtenir un degré de satisfaction du service rendu très satisfaisant.

#### 4. La prothèse de main permet-elle de saisir un verre à eau sans le casser ?

Objectif : Valider l'exigence Id 1.1.2, « Maintenir un verre à l'équilibre sans le casser » (voir tableau 2).

##### 4.1. Efforts de maintien et de rupture du verre

###### 4.1.1. Effort de maintien en équilibre du verre

La commande de l'actionneur de l'index en boucle ouverte, sous tension nominale en régime permanent (rotor bloqué), permet de déterminer l'évolution de l'effort de pincement d'un objet entre les points  $G$  et  $G_p$ , le point  $G_p$  étant défini comme l'extrémité de la phalangette du pouce. Une simulation numérique a permis de déterminer l'effort de l'index sur le verre en fonction de la distance  $\|G\vec{G}_p\|$  (égale au diamètre du verre + épaisseurs du gant esthétique et des pièces).

Le facteur d'adhérence entre le gant esthétique et le verre à eau est  $f = 0,6$  et l'hypothèse de verres parfaitement cylindriques est formulée pour la suite.

Q7. À partir de la courbe de la figure 9, compléter le tableau du document réponse DR2, et indiquer si la prothèse est capable de maintenir à l'équilibre l'ensemble des verres du tableau 1 remplis d'eau. La démarche, les hypothèses simplificatrices et la méthode sont laissées à l'initiative du candidat.

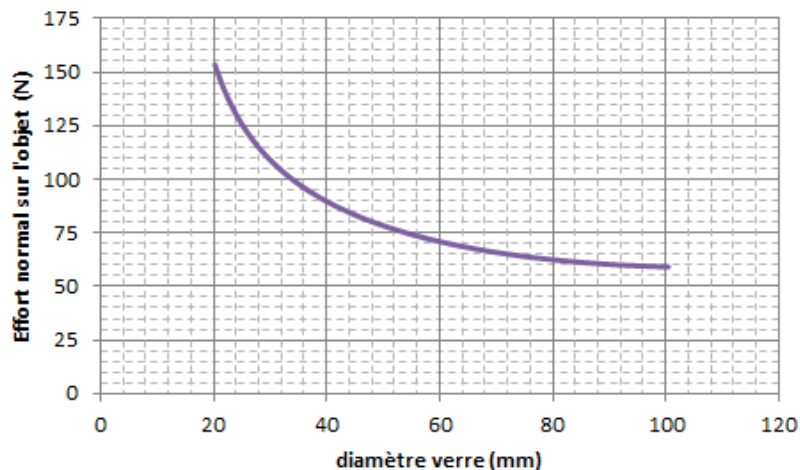


Figure 9 : Évolution de l'effort normal exercé par l'index sur le verre en fonction du diamètre du verre

### 4.1.2. Effort de rupture du verre

Des essais expérimentaux sur les 5 types de verres à eau du tableau 1 ont été réalisés à l'aide d'une machine de traction-compression afin de déterminer la valeur de l'effort de rupture ou d'écrasement. Les résultats moyennés sur 10 mesures sont répertoriés dans le tableau 3.

Modèle	Verre 1	Verre 2	Verre 3	Verre 4	Gobelet plastique
Effort (N)	532	437	461	233	12
Déformation	Rupture	Rupture	Rupture	Rupture	Écrasement

**Tableau 1** Efforts normaux provoquant la rupture ou l'écrasement des verres

- Q8.** À partir des tableaux 1 et 2, indiquer le degré de satisfaction (très satisfaisant, satisfaisant ou non conforme) du service rendu par la prothèse pour l'exigence 1.1.2.

### 4.1.3. Synthèse intermédiaire

Les ingénieurs développant la prothèse myoélectrique souhaitent améliorer le degré de satisfaction du service rendu au patient et ainsi assurer un maintien à l'équilibre sans rupture ou écrasement des 5 verres. Ils envisagent donc de contrôler l'effort appliqué par chaque doigt sur l'objet à saisir par le contrôle du couple développé par chaque actionneur. La suite de cette partie s'intéresse donc aux solutions technologiques assurant la maîtrise de l'effort de pincement.

## 4.2. Modélisation du comportement dynamique de la chaîne d'énergie de l'index

**Objectif :** Établir un modèle dynamique de la chaîne d'énergie relatif à la mise en mouvement de l'index de la main prothétique.

### 4.2.1. Modélisation de la chaîne cinématique de transmission

Dans cette partie, l'étude porte sur la chaîne cinématique, comprise entre l'arbre de l'actionneur (1) et la phalange (7), composée des solides (2), (3), (4), (5) et (6) (figure 5). L'objectif est d'évaluer le couple que devra fournir l'actionneur pour la mise en mouvement de l'index de la main prothétique. Les masses des bielles (2), (4) et (6) et des phalanges (5) et (7) sont négligées, les liaisons sont supposées parfaites et le référentiel associé à la paume de la main prothétique (0) est supposé galiléen. Lors de cette phase de mise en mouvement, il n'y a pas d'action du verre sur l'index. Les caractéristiques géométriques et inertielles de la phalange (3) et de l'arbre de l'actionneur (1) sont fournies dans le tableau 4.

Le paramètre angulaire de la liaison pivot d'axe  $(G_1, \vec{z}_1)$  orientant le solide (1) par rapport à (0) est noté  $\theta_1$ . Il représente la position angulaire de l'arbre de l'actionneur (1).

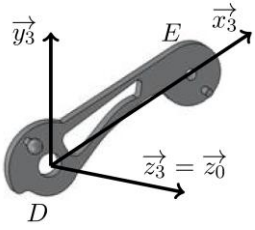
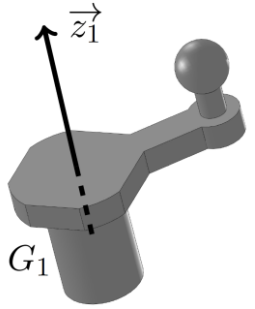
- Q9.** (pour les 5/2) Retrouver l'expression ci-dessous des énergies cinétiques des solides (1) et (3) dans leur mouvement par rapport au référentiel galiléen associé à la paume (0).

$$E_c(1/0) = \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 \quad \text{et} \quad E_c(3/0) = \frac{1}{2} M_3 \dot{\theta}_3^2 (a_3^2 + b_3^2) + \frac{1}{2} C_3 \dot{\theta}_3^2$$

L'actionneur exerce une action mécanique sur le solide (1), assimilée à un couple pur  $\vec{c}_{mot} = c_{mot} \cdot \vec{z}_1$ . L'accélération de la pesanteur est modélisée par  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$ .

- Q10.** (pour les 5/2) Après avoir calculé les expressions des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures et intérieures au système (S) composé des solides (1), (2), (3), (4), (5), (6) et (7), retrouver la relation ci-dessous entre le couple moteur  $c_{mot}(t)$ ,  $\theta_1(t)$ ,  $\theta_3(t)$ , leurs dérivées successives et les caractéristiques géométriques et inertielles des solides.

$$C_1 \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 + [M_3 (a_3^2 + b_3^2) + C_3] \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 = C_{mot} \dot{\theta}_1$$

Phalange (3)		
	Masse	$M3$
	Centre d'inertie	$\overrightarrow{DG_3} = a_3\vec{x}_3 + b_3\vec{y}_3 + c_3\vec{z}_3$
	Opérateur d'inertie	$\bar{I}(G_3, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{B_3}$
Arbre actionneur (1)		
	Masse	$M1$
	Centre d'inertie	$G_1$ situé sur l'axe de rotation de l'actionneur
	Opérateur d'inertie	$\bar{I}(G_1, 1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{B_1}$

**Tableau 2** Tableau des caractéristiques géométriques et inertielles de l'arbre de l'actionneur (1) et de la phalange (3)

Pour le système existant, le comportement dynamique de la chaîne d'énergie relative aux mouvements de l'index en tenant compte des frottements dans les différentes liaisons et de l'action du verre sur la phalangette (7) peut être décrit par l'équation différentielle :

$$J_{eq} \frac{d\omega_{mot}}{dt} = c_{mot}(t) + c_r(t) - f_{eq}\omega_{mot} \quad \text{avec} \quad \omega_{mot} = \frac{d\theta_1}{dt} = \dot{\theta}_1$$

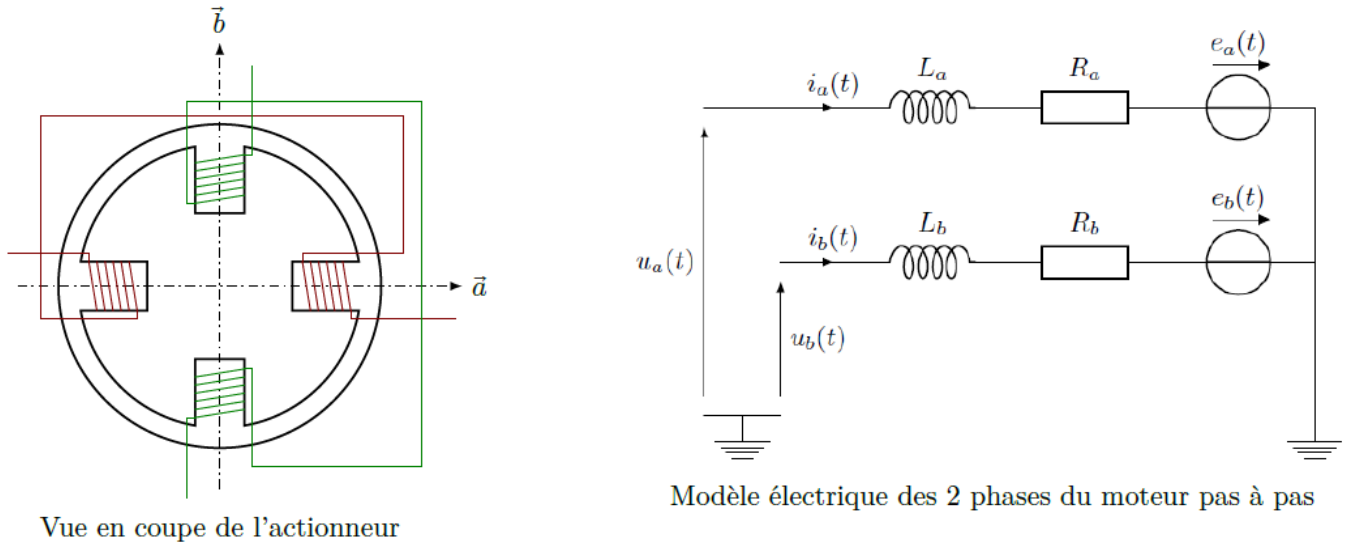
où  $\omega_{mot}$  est la vitesse angulaire de l'actionneur,  $c_{mot}(t)$  le couple fourni par l'actionneur,  $J_{eq}$  l'inertie équivalente rapportée sur l'axe de l'arbre de l'actionneur fonction de la position angulaire de (1) et de sa vitesse angulaire,  $c_r(t)$  le couple résistant rapporté sur l'axe de l'arbre de l'actionneur modélisant l'action du verre sur la phalangette (7), et  $f_{eq}$  un coefficient tenant compte des frottements visqueux et des effets inertiels.

L'analyse de l'expression du couple que devra fournir l'actionneur pour mettre en mouvement l'index de la main prothétique, dans le cadre des hypothèses retenues, montre un comportement fortement non linéaire. Il est donc nécessaire d'élaborer un modèle de l'actionneur afin de déterminer une loi de commande permettant un contrôle en couple de celui-ci. La maîtrise du couple fourni par l'actionneur est alors primordiale, afin de contrôler les efforts lors d'une phase de saisie d'un verre et d'éviter ainsi son écrasement ou sa rupture.

#### 4.2.2. Modélisation de l'actionneur

L'actionneur utilisé est un moteur pas à pas hybride biphasé, c'est-à-dire composé de deux phases au stator (partie fixe, aussi appelée induit) dont les axes magnétiques sont orthogonaux, représenté sur la figure 10 et d'un rotor (partie mobile non représentée) constitué de  $N = 12$  dents.





Vue en coupe de l'actionneur

Figure 10 : Actionneur

Le circuit magnétique n'est pas saturé. Pour chaque phase de l'actionneur, le modèle représenté sur la figure 10 est adopté et les tensions d'alimentation de l'actionneur sont notées  $u_a(t)$  et  $u_b(t)$ . Les paramètres électriques et mécaniques utilisés pour le modèle de l'actionneur sont décrits dans le tableau 5. L'inertie équivalente  $J_{eq}$ , présentant des non linéarités, est modélisée par  $J$  où  $J$  représente le maximum de l'inertie équivalente rapportée sur l'arbre de l'actionneur.

$R_a, R_b$	Résistances électriques des phases $a$ et $b$	$\Omega$
$L_a, L_b$	Inductances propres des phases $a$ et $b$	$H$
$N$	Nombre de dents du rotor	
$K_m$	Constante de couple	$N \cdot m \cdot A^{-1}$
$J$	Inertie équivalente rapportée sur l'arbre de l'actionneur	$kg \cdot m^2$
$f_{eq}$	Coefficient tenant compte des frottements et effets inertiels	$N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$

Tableau 3 Paramètres du modèle de l'actionneur

Les forces contre-électromotrices  $e_a(t)$  et  $e_b(t)$  apparaissent en raison de la variation de flux magnétique embrassé par les enroulements  $a$  et  $b$  en fonction de la position angulaire du rotor  $\theta_1$ . Les flux magnétiques  $\Phi_a$  et  $\Phi_b$  embrassés respectivement par les enroulements  $a$  et  $b$  s'expriment alors par :

$$\Phi_a = \frac{K_m}{N} \cdot \cos(N\theta_1) \quad \text{et} \quad \Phi_b = \frac{K_m}{N} \cdot \sin(N\theta_1)$$

Le modèle de l'actionneur dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  représenté sur la figure 10 est composé des équations des grandeurs électriques et mécaniques décrites à partir des grandeurs temporelles liées aux phases physiques  $a$  et  $b$ . Cette base est fixe car liée au stator de l'actionneur.

**Q11.** Montrer que les 2 équations électriques du moteur pas à pas dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  s'écrivent :

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} - K_m \dot{\theta}_1 \sin(N\theta_1)$$

$$u_b(t) = R_b i_b(t) + L_b \frac{di_b(t)}{dt} + K_m \dot{\theta}_1 \cos(N\theta_1)$$

Le moteur pas à pas, d'un point de vue énergétique, et dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$ , peut être représenté par la figure 10.

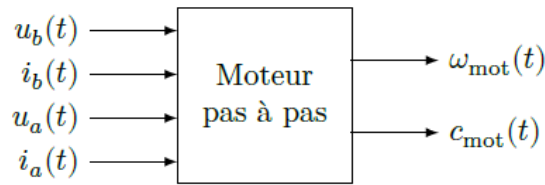


Figure 41 Représentation de l'actionneur dans la base fixe

- Q12.** Donner l'expression des puissances électriques instantanées absorbées par les phases  $a$  et  $b$  notées respectivement  $p_a(t)$  et  $p_b(t)$ . En déduire la puissance électrique instantanée totale absorbée par l'actionneur notée  $p_{mpp}(t)$  et l'écrire sous la forme :  $p_{mpp}(t) = p_J(t) + p_{em}(t) + p_{tr}(t)$  où  $p_J(t)$  représente la puissance instantanée dissipée par effet Joule,  $p_{em}(t)$  la puissance instantanée électromagnétique stockée dans les inductances et  $p_{tr}(t)$  la puissance instantanée transmise au rotor.

Le couple moteur  $c_{mot}(t)$  délivré par l'actionneur s'exprime par :

$$c_{mot}(t) = \frac{\partial p_{tr}}{\partial \dot{\theta}_1} \text{ avec } \dot{\theta}_1 = \omega_{mot} = \frac{d\theta_1}{dt}$$

- Q13.** Déterminer l'expression du couple moteur  $c_{mot}(t)$  en fonction de  $K_m$ ,  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$ ,  $N$  et  $\theta_1(t)$ .

Le modèle de l'actionneur élaboré dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  est composé de deux équations électriques et une équation électromécanique. L'analyse de ce modèle montre qu'il est non linéaire et que les grandeurs sont couplées entre elles. Dans le but d'obtenir un modèle linéaire et découplé, il est possible de travailler dans une autre base, appelée base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$ , telle que représentée sur la figure 12. Les bases  $(\vec{a}, \vec{b})$  et  $(\vec{d}, \vec{q})$  sont orthonormées directes. On note  $\vec{X}$  un vecteur associé à une grandeur électrique (tension ou courant) tel que  $\vec{X} = a\vec{a} + b\vec{b} = d\vec{d} + q\vec{q}$ .

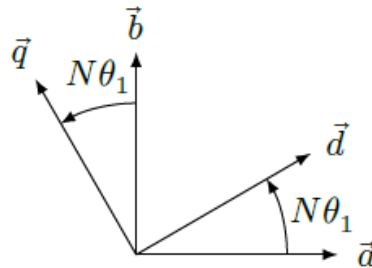


Figure 52 Figure géométrale de changement de bases

- Q14.** Déterminer la matrice de changement de bases  $P(N\theta_1)$  telle que  $\begin{pmatrix} d \\ q \end{pmatrix} = P(N\theta_1) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ . Exprimer la matrice  $P^{-1}(N\theta_1)$ .

De par sa construction, l'actionneur est équilibré, c'est-à-dire que les paramètres relatifs à chaque phase sont identiques ( $R_a = R_b = R$  et  $L_a = L_b = L$ ). Les tensions et les courants dans la base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$  sont notés respectivement  $u_d(t)$ ,  $u_q(t)$ ,  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$ .

- Q15.** Montrer que les 2 équations électriques de l'actionneur dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  de la question 11, s'écrivent dans la base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$  :

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + N\omega_{mot} \begin{pmatrix} 0 & -L \\ L & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + K_m\omega_{mot} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La démarche mise en œuvre à la question 12 pour la détermination de la puissance absorbée par l'actionneur dans la base fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  peut être reconduite dans la base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$ . Celle-ci conduit au résultat suivant

$$p_{mpp}(t) = R \left( i_d^2(t) + i_q^2(t) \right) + \frac{1}{2} L \frac{d \left( i_d^2(t) + i_q^2(t) \right)}{dt} + K_m i_q(t) \omega_{mot}$$

L'expression du couple fourni par l'actionneur devient donc :  $c_{mot}(t) = K_m i_q(t)$

Le changement de bases a donc permis de linéariser et de découpler les grandeurs dans l'équation du couple fourni par l'actionneur.

Une prothèse de main étant un système autonome en énergie, il est nécessaire de maîtriser la consommation d'énergie électrique, et notamment de minimiser les pertes par effet Joule de chacun des actionneurs.

**Q16.** Quelle valeur le courant  $i_d(t)$  doit-il prendre pour minimiser les pertes par effet Joule dans chaque actionneur. Conclure sur le couplage des grandeurs et la linéarité du modèle de l'actionneur dans la base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$  avec la valeur proposée du courant  $i_d(t)$ .

L'analyse des expressions du couple moteur et celle issue du théorème de l'énergie cinétique montre que le couple  $c_{mot}(t)$  et donc l'effort de pincement au moment de la saisie du verre est contrôlable par la maîtrise des courants  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$ .

### 4.3. Étude du contrôle en couple de l'actionneur

**Objectif :** Analyser les solutions constructives permettant un contrôle en couple de l'actionneur.

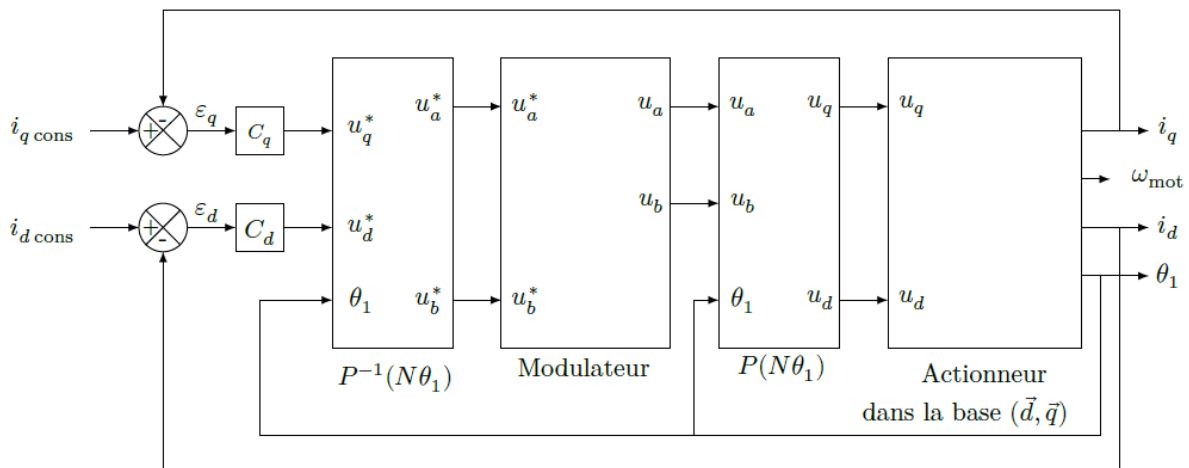
Le changement de bases, fixe  $(\vec{a}, \vec{b})$  vers tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$ , et le choix d'une loi de commande adaptée permettent l'obtention d'un modèle linéaire dont les grandeurs sont parfaitement découplées. Afin de s'assurer de la maîtrise du couple moteur, il est donc nécessaire d'asservir les courants  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$ . Ces asservissements constituent les boucles de courant. Les correcteurs des deux boucles sont respectivement notés  $C_d(p)$  et  $C_q(p)$ .

Le schéma-blocs de l'asservissement en courant est donné sur la figure 13.

L'objectif est de déterminer les correcteurs  $C_d(p)$  et  $C_q(p)$  des boucles de courants afin de satisfaire le cahier des charges fourni dans le tableau 6.

Il est nécessaire d'établir, dans un premier temps, un modèle linéaire du moteur pas à pas dans la base tournante  $(\vec{d}, \vec{q})$  valable autour d'un point de fonctionnement  $F$  défini par :

$$F \begin{cases} u_d = U_{d0} \\ u_q = U_{q0} \\ i_d = I_{d0} \\ i_q = I_{q0} \\ \omega_{mot} = \omega_0 = \text{constante} \end{cases}$$



**Figure 13** Modèle des boucles de courant  $i_d$  et  $i_q$

Qualification	Critères	Niveaux
Contrôler les courants $i_d$ et $i_q$	Erreur en régime permanent pour une entrée échelon	Nulle
	Temps de réponse à 5%	$< 13 \text{ ms}$
	Dépassement en boucle fermée	Aucun
	Marge de gain	$> 60 \text{ dB}$
	Marge de phase	$\geq 90^\circ$

**Tableau 4** Cahier des charges fonctionnel relatif aux boucles de courant

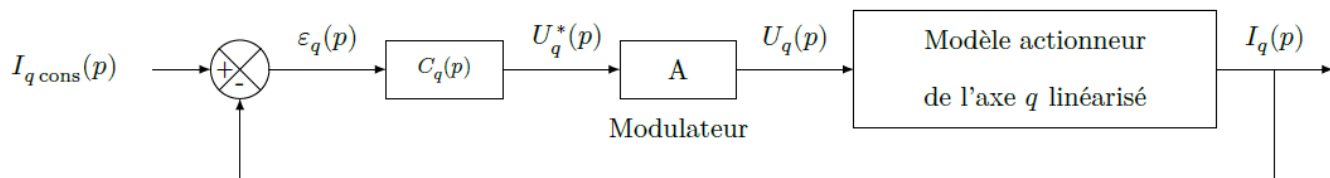
De petites variations de tensions notées  $\delta u_d(t)$  et  $\delta u_q(t)$  provoquent de petites variations des courants notées respectivement  $\delta i_d(t)$  et  $\delta i_q(t)$ . La pulsation angulaire  $\omega_{mot}(t)$  est supposée constante et égale à  $\omega_0$ . Cette hypothèse est vérifiée car la constante de temps électrique est très inférieure à la constante de temps mécanique. Ce modèle linéaire permettra ensuite de déterminer les paramètres des correcteurs  $C_d(p)$  et  $C_p(p)$  afin de vérifier le cahier des charges relatif aux asservissements de courant du tableau 6.

**Q17.** Déterminer les deux relations liant les grandeurs  $\delta u_d(t)$ ,  $\delta u_q(t)$ ,  $\delta i_d(t)$ ,  $\delta i_q(t)$ ,  $\omega_0$  et les paramètres électriques du modèle de l'actionneur.

On note  $U_d(p)$ ,  $U_q(p)$ ,  $I_d(p)$  et  $I_q(p)$  respectivement les transformées de Laplace des grandeurs temporelles  $\delta u_d(t)$ ,  $\delta u_q(t)$ ,  $\delta i_d(t)$  et  $\delta i_q(t)$ .

**Q18.** Déterminer la fonction de transfert  $\left. \frac{I_q(q)}{U_q(p)} \right|_{U_d(p)=0}$

La synthèse des deux correcteurs étant similaire, seule celle de  $C_q(p)$  est abordée. Le schéma-blocs de la figure 13 se résume à celui de la figure 14 pour l'étude de l'axe  $q$  de l'actionneur, où  $A$  représente l'amplification statique du modulateur d'énergie.  $\varepsilon_q(p)$  est l'entrée du correcteur  $C_q(p)$ .



**Figure 14** : Modèle linéarisé de la boucle d'asservissement du courant  $i_q$

Le choix des correcteurs pour les asservissements des courants  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$  s'est porté dans un premier temps sur des correcteurs de fonctions de transfert :

$$C_d(p) = K_{id} \cdot \frac{1 + T_{id}p}{T_{id}p} \quad \text{et} \quad C_q(p) = K_{iq} \cdot \frac{1 + T_{iq}p}{T_{iq}p}$$

On note  $FTBO_q(p)$  la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement du courant sur l'axe  $q$  définie

$$\text{par : } FTBO_q(p) = \frac{I_q(p)}{\varepsilon_q(p)}$$

**Q19.** Justifier l'utilisation de tels correcteurs vis-à-vis des performances attendues du cahier des charges fonctionnel (tableau 6).

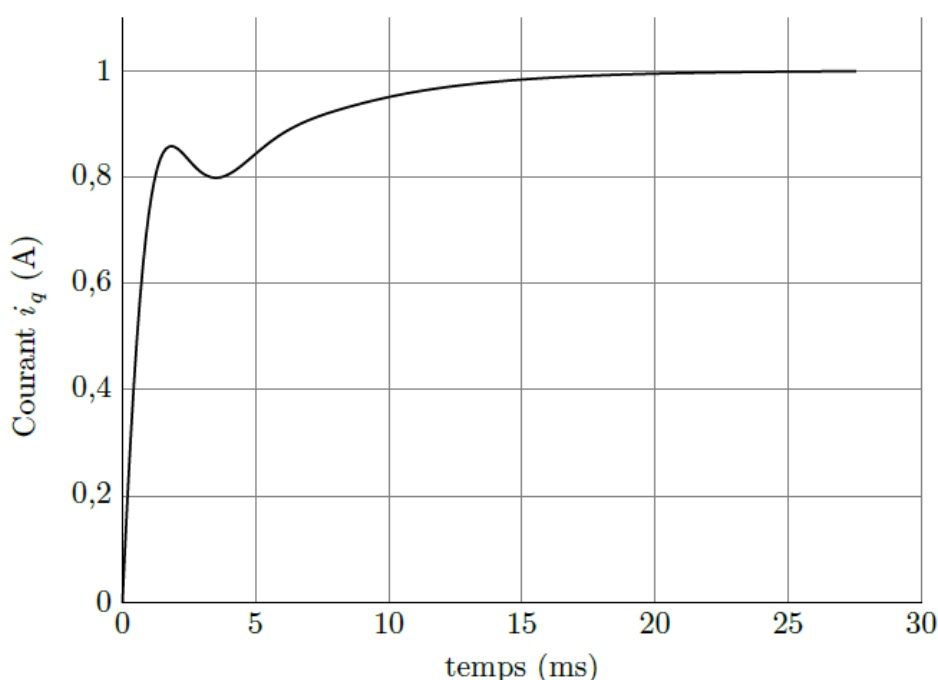
Sur le document réponse DR3 est fourni le diagramme de Bode de  $FTBO_q(p)$  pour  $C_q(p) = 1$  et  $\omega_{mot} = 70 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Les deux paramètres  $T_{iq}$  et  $K_{iq}$  influencent tous les deux la marge de phase. La démarche de réglage mise en œuvre consiste à déterminer dans un premier temps le paramètre  $T_{iq}$  permettant d'obtenir une marge de phase intermédiaire de  $75^\circ$  pour  $K_{iq} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$ , puis à déterminer  $K_{iq}$  afin d'imposer la marge de phase du cahier des charges fonctionnel.

- Q20.** Déterminer, à partir du document réponse DR3, la marge de phase minimale atteignable par variation du gain de la boucle de courant  $i_q$ .
- Q21.** Déterminer la valeur de  $T_{iq}$  permettant d'obtenir une marge de phase de  $75^\circ$  pour  $K_{iq} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$  et en conservant la même pulsation de coupure que sans correction c'est-à-dire  $\omega_{0dB} \approx 1,2 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Pour la suite, le paramètre  $T_{iq}$  du correcteur est pris égal à  $1 \text{ ms}$ . Sur le document réponse DR4 est fourni le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO_q(p)$  pour  $\omega_{mot} = 70 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $K_{iq} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$  et  $T_{iq} = 1 \text{ ms}$ .

- Q22.** Déterminer la valeur de  $K_{iq}$  permettant d'obtenir la marge de phase de  $90^\circ$  imposée par le cahier des charges fonctionnel.

Une simulation de la boucle de courant relative à  $i_q(t)$  pour une consigne échelon d'amplitude  $1 \text{ A}$  fournit le résultat de la figure 15 avec les paramètres adaptés.



**Figure 15** Réponse indicielle de la boucle de courant  $i_q$  pour  $\omega_{mot} = 70 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

- Q23.** Vérifier l'ensemble des performances attendues dans le cahier des charges fonctionnel pour le point de fonctionnement  $F$ .

Il faut maintenant s'assurer que les performances des boucles de courant sont atteintes quel que soit le point de fonctionnement  $F$ . L'étude se limite ici à l'arrêt et dans ce cas, la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit :

$$FTBO_q(p) = \frac{I_q(p)}{\varepsilon_q(p)} = \frac{K(1 + T_1 p)}{p(1 + T_2 p)}$$

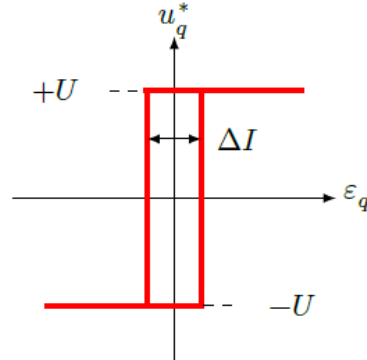
avec  $K = 1,85 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ ;  $T_1 = 1,10 \times 10^{-3} \text{ s}$  et  $T_2 = 2,4 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

- Q24.** Montrer qu'à l'arrêt, le critère de non dépassement du cahier des charges (tableau 6) n'est pas vérifié.

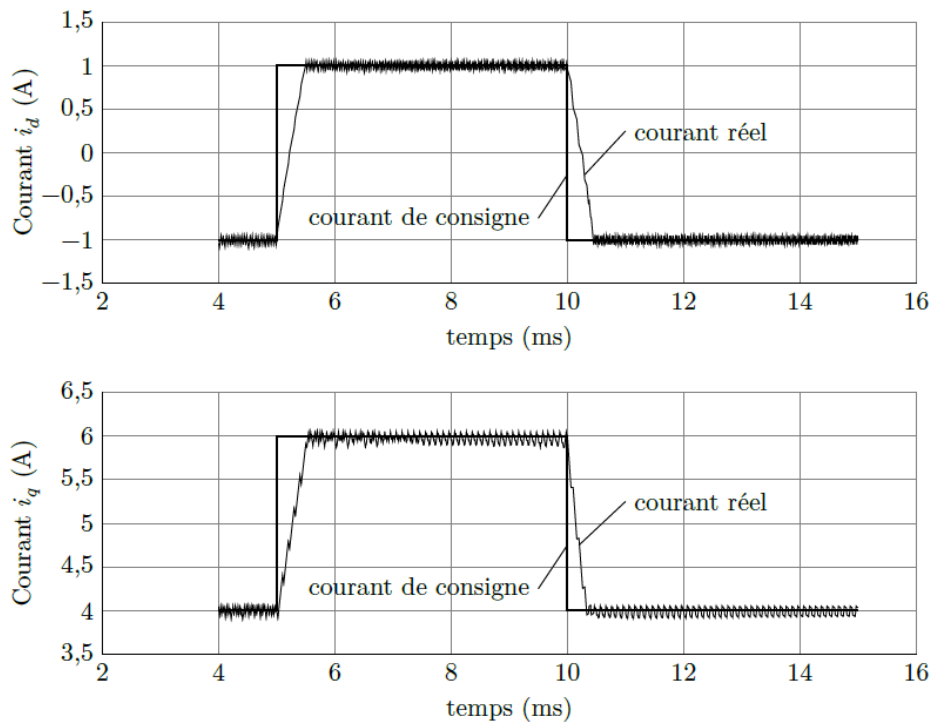
L'étude d'un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement a montré ses limites pour la détermination des paramètres d'un correcteur linéaire. Afin de valider le cahier des charges quel que soit le point de fonctionnement  $F$ , le choix des ingénieurs s'est porté sur des correcteurs non linéaires dit « à fourchette de courant », dont la loi entrée-sortie est donnée figure 16.

Une simulation du modèle donné figure 13 fournit les résultats de la figure 17 avec  $\Delta I = 0,1 A$ , autour d'un point de fonctionnement  $F$  défini par  $I_{d0} = -1 A$ ,  $I_{q0} = 4 A$ , pour des échelons de consigne de  $2 A$ .

**Q25.** *Après avoir analysé les résultats de simulation des boucles de courant  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$  donnés figure 17, conclure sur la validation du cahier des charges fonctionnel relatif aux performances attendues des boucles de courant (tableau 6).*



**Figure 66 :** Loi entrée-sortie du correcteur non linéaire



**Figure 77 :** Résultats de simulation des boucles de courant avec correcteurs à fourchette de courant ( $\Delta I = 0,1 A$ )

Dans l'objectif global de contrôler le couple moteur, l'ondulation des courants ( $\Delta I$ ) due à la correction en fourchette de courant est négligée. Par ailleurs, comme les temps de réponse des boucles de courant pour des entrées échelon sont inférieurs à  $1 ms$ , alors ils sont négligeables. Au final, les boucles de courant sont donc assimilables à des systèmes infiniment rapides et d'amplification unitaire.

#### 4.4.Synthèse

Cette étude a permis de valider les solutions technologiques ainsi que la loi de commande pour contrôler le couple moteur  $c_{mot}(t)$  par régulation du courant  $i_d(t) = 0$  et par asservissement du courant  $i_q(t)$ , avec la mise en place de correcteurs non linéaires. Il est donc possible de contrôler l'effort normal des doigts de la prothèse sur le verre à eau. Des saturations sont mises en place dans la chaîne d'asservissement des courants afin de maîtriser le couple maximal développé par l'actionneur de chaque doigt, et ainsi éviter l'écrasement ou la rupture des verres. La commande élaborée par le microprocesseur peut donc être du type Tout Ou Rien (sans contrôle de la position des doigts) à partir des signaux fournis par les électrodes EMG.



## 5. Etude d'une évolution de la prothèse myoélectrique

Le traitement réalisé par le microprocesseur implanté dans la prothèse myoélectrique ne permet pas actuellement de contrôler l'angle de flexion des doigts. Chaque doigt est commandé pour être soit totalement fléchi, soit totalement tendu (commande TOR). La présence d'un objet bloque la rotation de l'actionneur et donc le mouvement des doigts, mais le contrôle de l'effort mis en place et analysé dans la partie 3 permet de s'assurer de la non détérioration du verre.

Les recherches actuelles sur les prothèses de main permettent, grâce aux traitements des signaux émis par les électrodes EMG, de quantifier la flexion souhaitée des doigts. Dans le cas d'une main saine, les capteurs sensoriels situés sur la peau des doigts ainsi que les yeux permettent un contrôle de la flexion lors de la prise du verre. Les concepteurs de la prothèse myoélectrique souhaitent donc la faire évoluer en contrôlant la flexion des doigts afin de proposer aux patients une prothèse très proche en termes de comportement et de performances d'une main humaine.

L'organisation générale de la prothèse myoélectrique suite à cette évolution est fournie sur la figure 18.

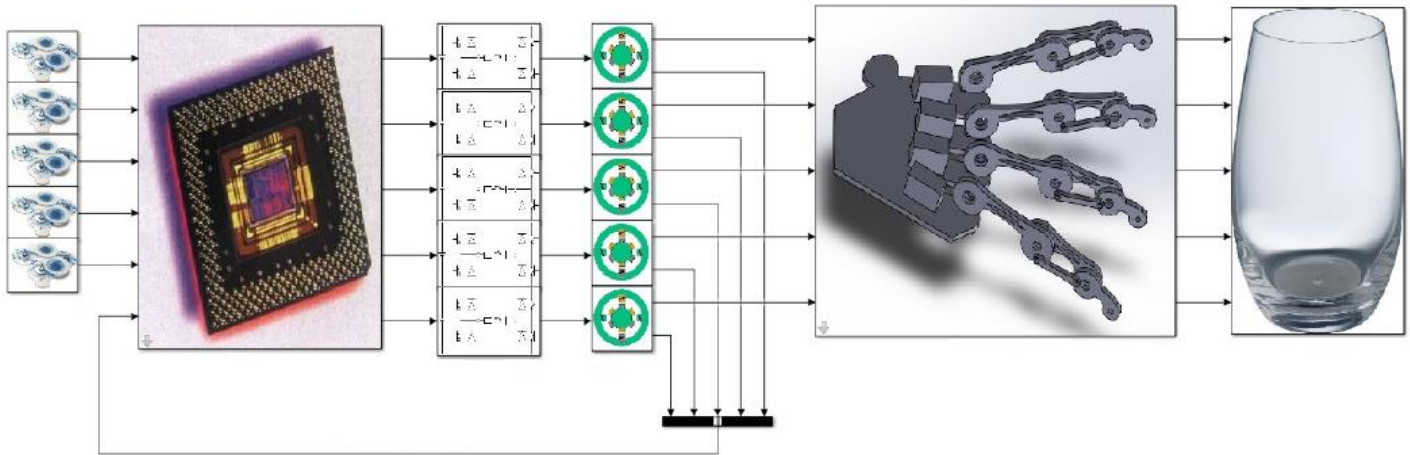


Figure 18 : organisation générale de la prothèse

Le microprocesseur équipant la prothèse myoélectrique reçoit et traite les signaux fournis par les électrodes EMG placées au niveau des muscles et détermine la consigne de position angulaire  $\theta_{1\text{cons}}$  de l'arbre de l'actionneur. Un capteur de position angulaire de coefficient d'amplification unitaire est placé sur l'arbre de l'actionneur. Il délivre au microprocesseur un signal électrique, image de la position angulaire réelle de l'actionneur. Le schéma de principe de l'asservissement en position angulaire à retour unitaire est donné figure 19.

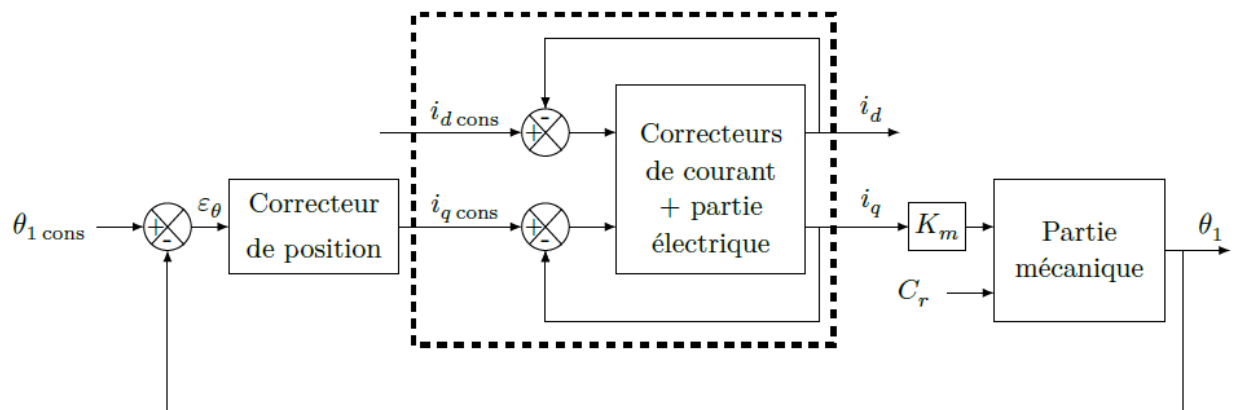


Figure 19 : Schéma de principe de l'asservissement de position angulaire de l'arbre de l'actionneur de l'index de la prothèse myoélectrique

La modélisation du comportement dynamique de la chaîne fonctionnelle est fortement non linéaire (comme vue dans les parties 2 et 3). L'étude de l'asservissement en position angulaire  $\theta_1$  de l'arbre de l'actionneur est donc réalisée à partir d'un modèle multi-physique acausal. La détermination des paramètres du correcteur de position  $C_{pos}(p)$  est réalisée par approches successives afin d'obtenir des performances globales adaptées à la morphologie de l'amputé et à son activité professionnelle.

Le correcteur de position angulaire choisi pour la suite est :

$$C_{pos}(p) = \frac{I_{qcons}(p)}{\varepsilon_{\theta}(p)} = K_p \cdot \frac{1 + T_p p}{T_p p}$$

**Objectif :** Décrire le traitement réalisé par le microprocesseur afin de contrôler l'angle de flexion des doigts de la prothèse de main myoélectrique.

Ce correcteur de position est réalisé par le microprocesseur, et par conséquent le traitement est numérique avec une période d'échantillonnage, notée  $T_e$ , supposée très faible. Cette partie s'intéresse à la réalisation du correcteur de position sous forme numérique à partir d'une équation de récurrence.

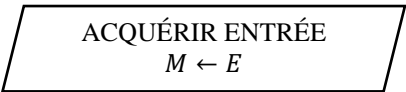

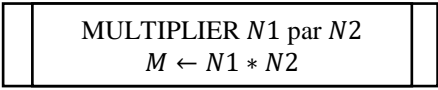
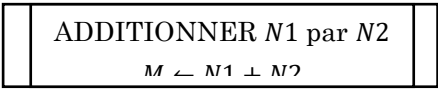

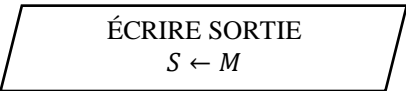
**Q26.** Donner l'équation différentielle décrivant le correcteur de position  $C_{pos}(p)$ , en exprimant la relation entre  $i_{qcons}(t)$ ,  $\varepsilon_{\theta}(t)$  et leurs dérivées temporelles respectives.

Les fonctions associées aux grandeurs  $i_{qcons}(t)$  et  $\varepsilon_{\theta}(t)$  sont des fonctions supposées de classe au moins  $\mathcal{C}^1$ .

**Q27.** À l'aide d'un développement de Taylor à l'ordre un, exprimer la relation liant  $i_{qcons}(t - T_e)$ ,  $i_{qcons}(t)$ ,  $\frac{di_{qcons}(t)}{dt}$  et  $T_e$ . De même pour  $\varepsilon_{\theta}(t - T_e)$ ,  $\varepsilon_{\theta}(t)$ ,  $\frac{d\varepsilon_{\theta}(t)}{dt}$ .

En déduire l'équation de récurrence du correcteur  $C_{pos}(p)$  réalisé sous forme numérique et la mettre sous la forme  $i_{qcons}(nT_e) = A \cdot i_{qcons}((n-1)T_e) + B \cdot \varepsilon_{\theta}(nT_e) + C \cdot \varepsilon_{\theta}((n-1)T_e)$  en précisant les expressions de  $A$ ,  $B$  et  $C$  en fonction de  $K_p$ ,  $T_p$  et  $T_e$  et en posant  $t = n \cdot T_e$ .

Les opérations exécutées par le microprocesseur pour réaliser le correcteur de position étant séquentielles, le comportement de celui-ci peut être décrit par un algorithme (algorithme sous forme graphique). Seule la mesure de  $\theta_1$  est à réaliser car  $\theta_{1cons}$  est supposé connu par le microprocesseur. La grandeur de sortie est  $i_{qcons}$ . Le tableau 7 fournit les symboles graphiques nécessaires à la description du comportement séquentiel d'un système et leurs fonctions.

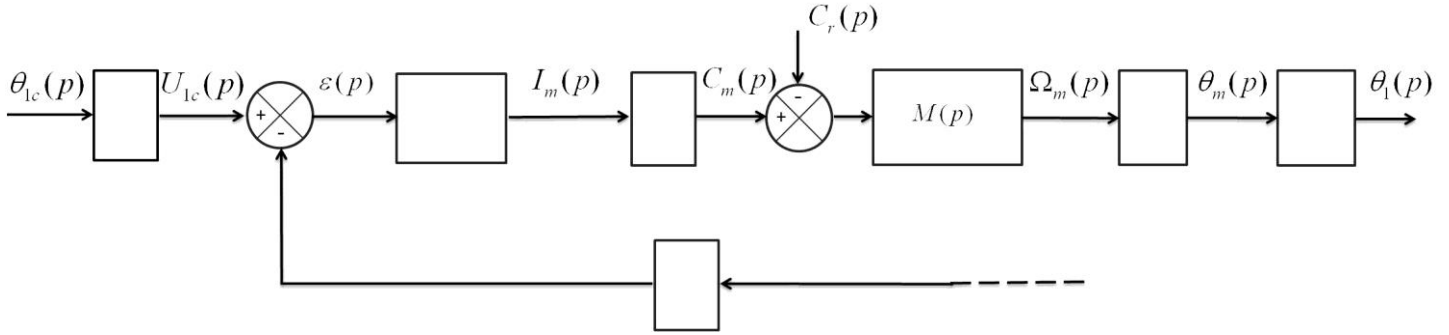
Symboles	Fonctions
	Cette fonction fait l'acquisition d'une grandeur analogique et réalise la conversion analogique-numérique, puis sauvegarde la valeur numérisée ( $E$ ) en mémoire dans la variable ( $M$ ).
	Cette fonction permet de sauvegarder une valeur ( $V$ ) en mémoire dans la variable ( $M$ ) du microprocesseur.
	Cette fonction multiplie deux nombres décimaux ( $N1$ ) et ( $N2$ ). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable ( $M$ ).
	Cette fonction additionne deux nombres décimaux ( $N1$ ) et ( $N2$ ). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable ( $M$ ).
	Cette fonction soustrait deux nombres décimaux ( $N1$ ) et ( $N2$ ). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable ( $M$ ).
	Cette fonction écrit la valeur ( $S$ ) à l'entrée du convertisseur numérique-analogique à partir d'une valeur située en mémoire ( $M$ ) puis réalise la conversion numérique-analogique.

**Tableau 5 :** Symboles élémentaires d'un algorithme

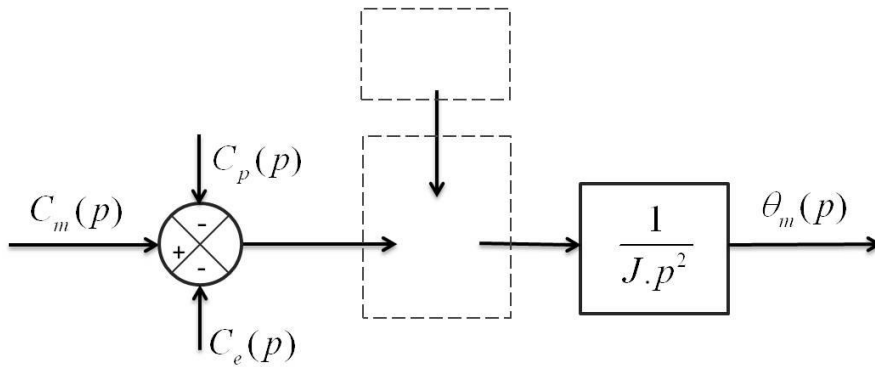
**Q28.** Compléter, sur le document réponse DR5, l'algorithme décrivant la suite d'opérations que doit réaliser le microprocesseur afin de réaliser le correcteur de position  $C_{pos}(p)$  avec les constantes  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Document réponses problème 6

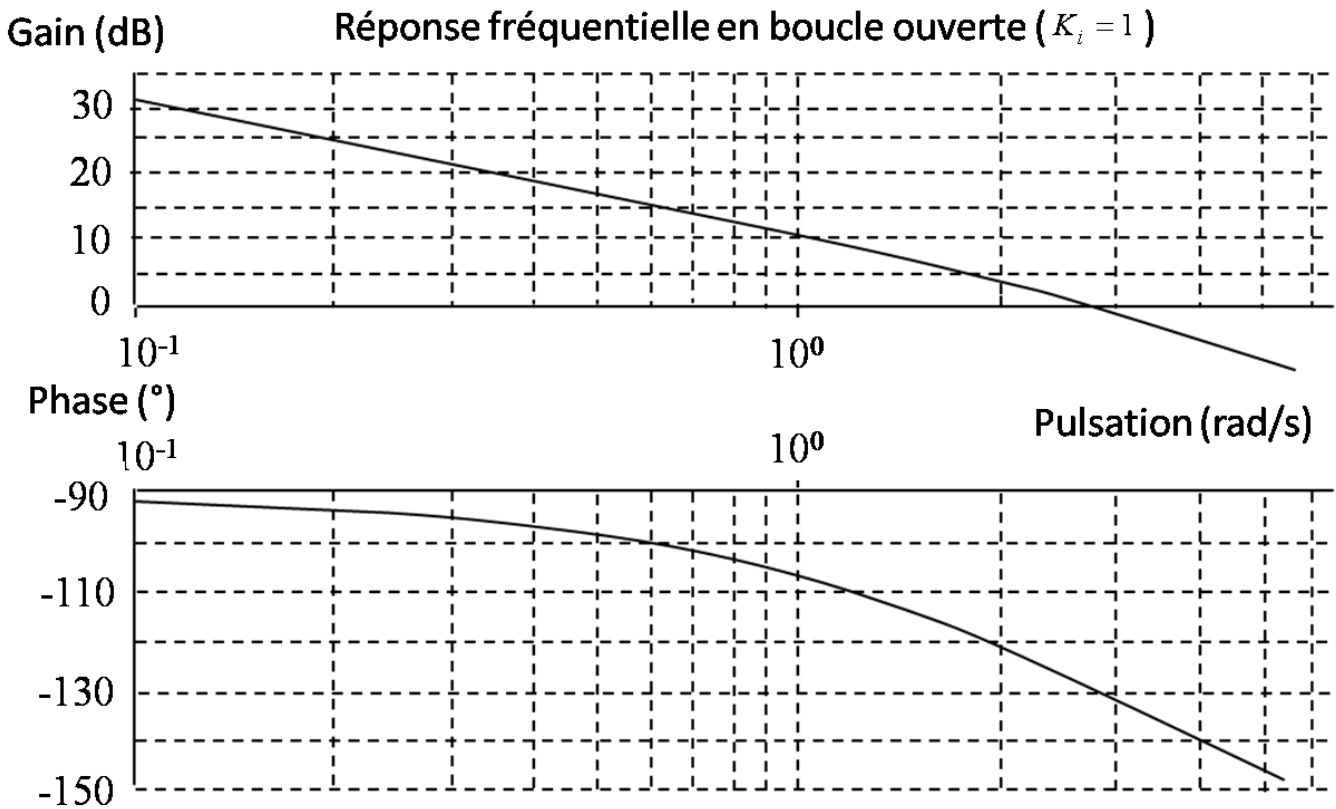
Q1 :

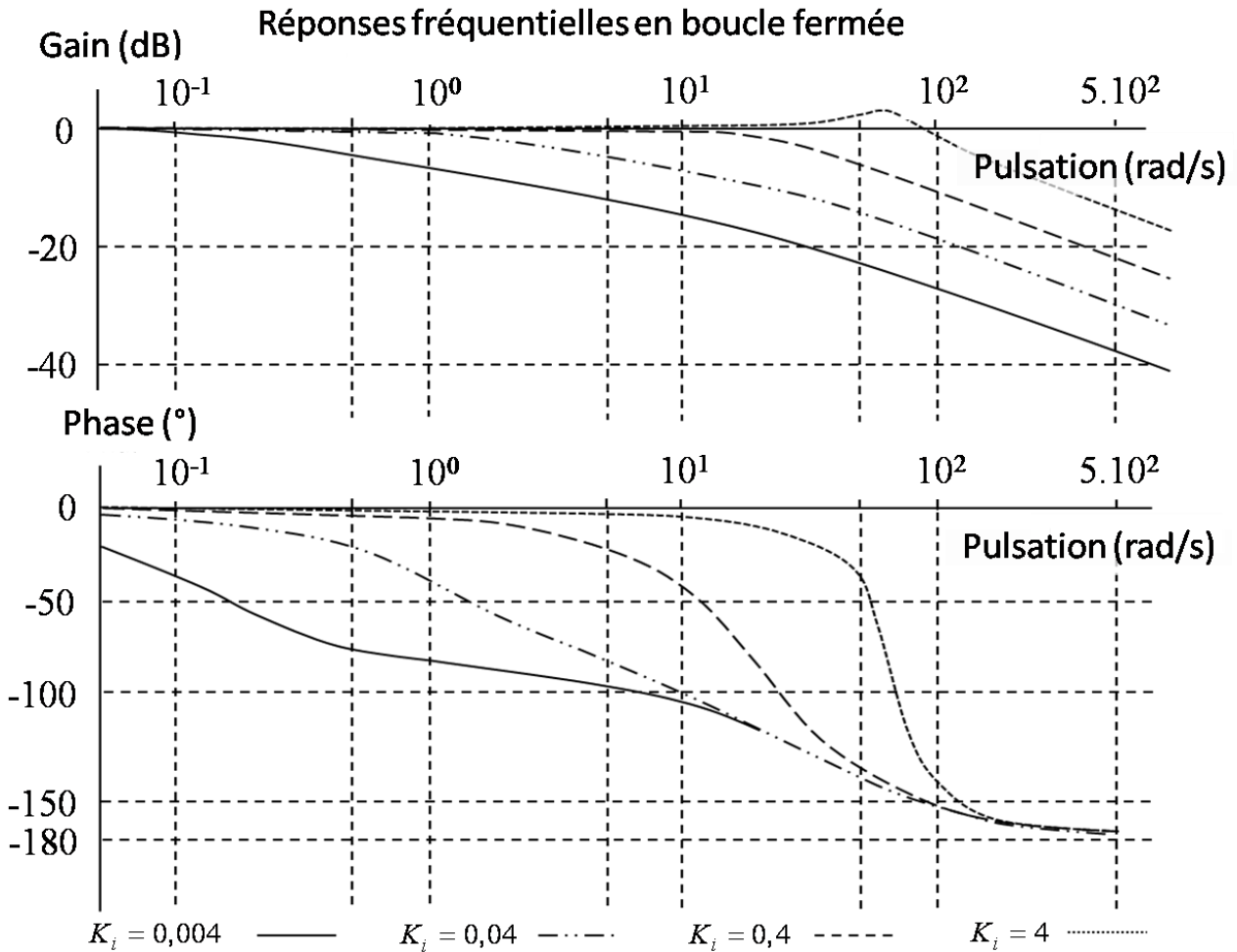


Q8 :

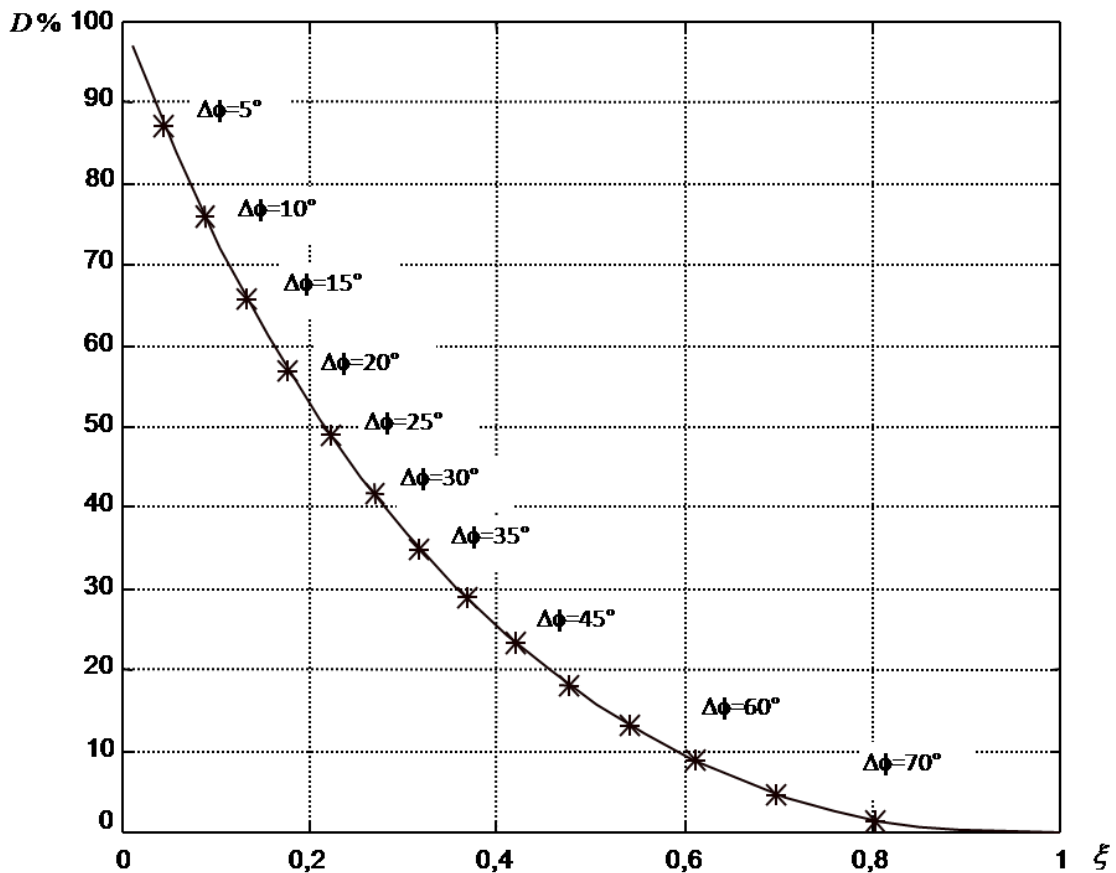


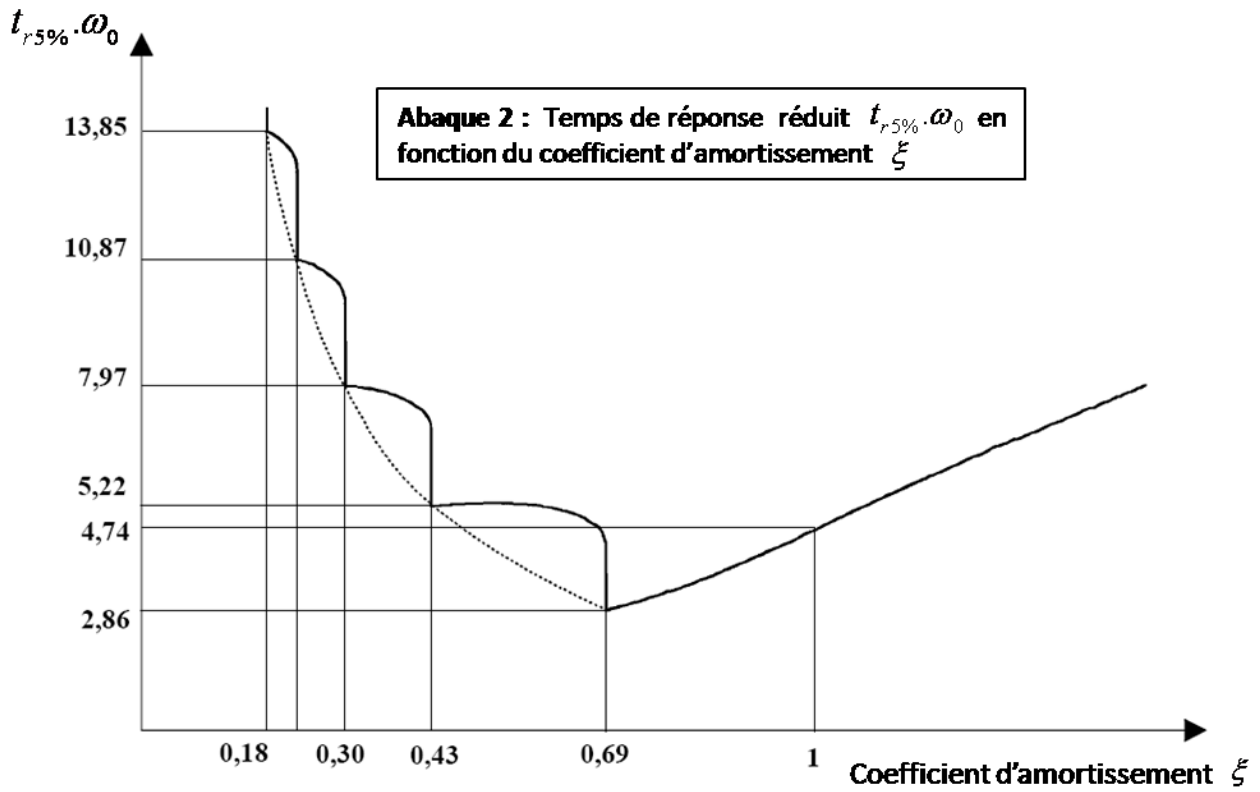
Q13 :





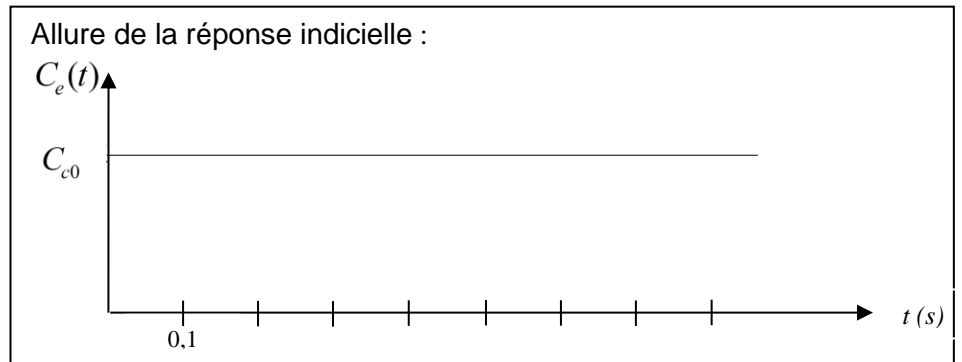
**Abaque 1 : Premier dépassement  $D\%$  en régime indiciel en boucle fermée pour un système du second ordre en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$  (sur la courbe figure la marge de phase en boucle ouverte  $\Delta\phi$  en astérisque)**



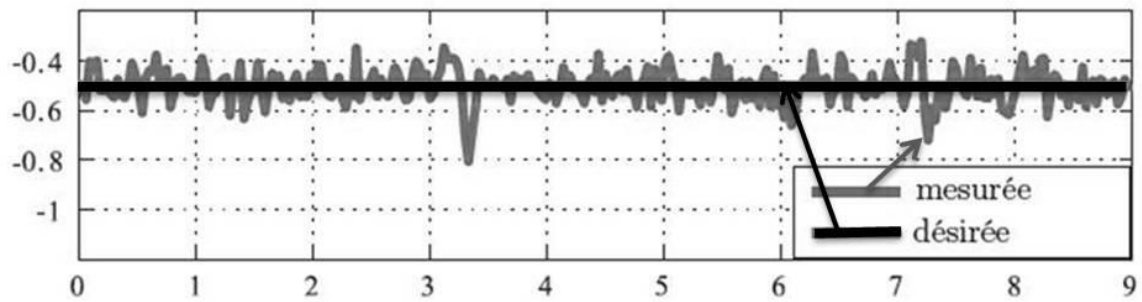


Q16 :

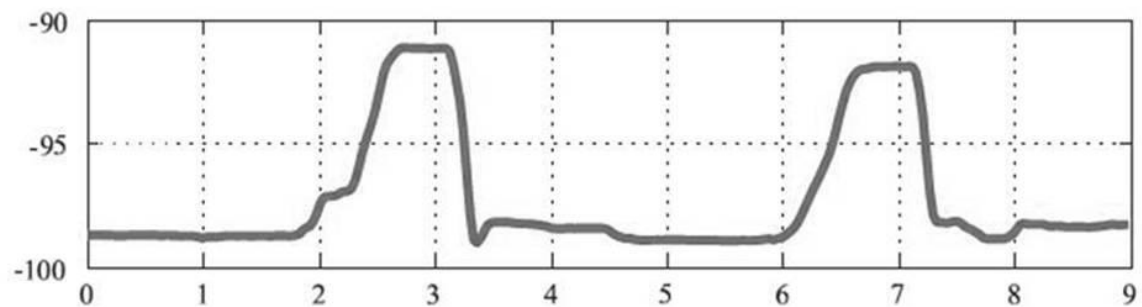
Critère	Valeur
Marges de stabilité	
Dépassement	
Tr5%	
Erreur statique en réponse à un échelon	



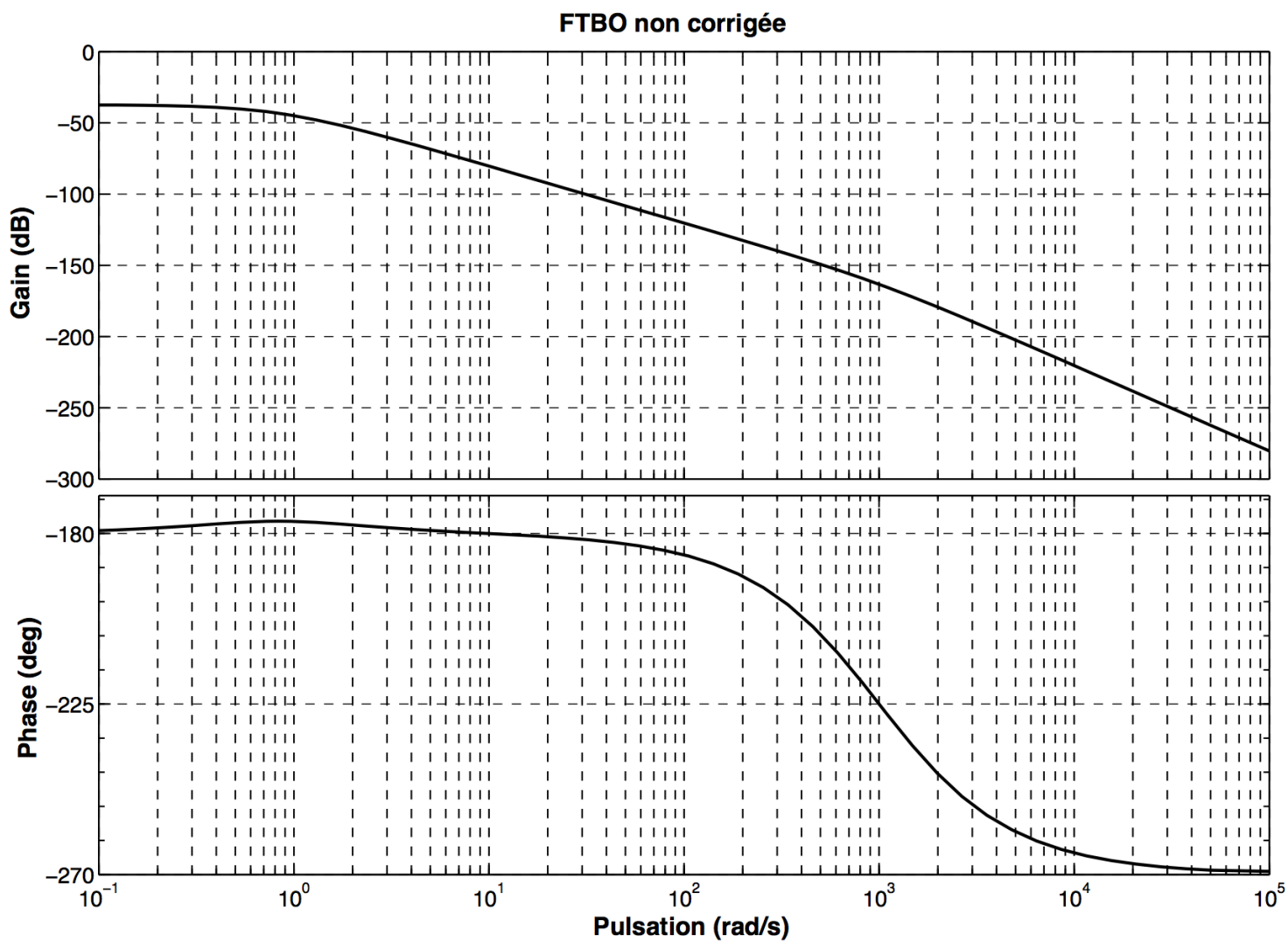
Q17 :



(a) Force de contact  $\bar{R}_{ext \rightarrow 4}$  mesurée et désirée



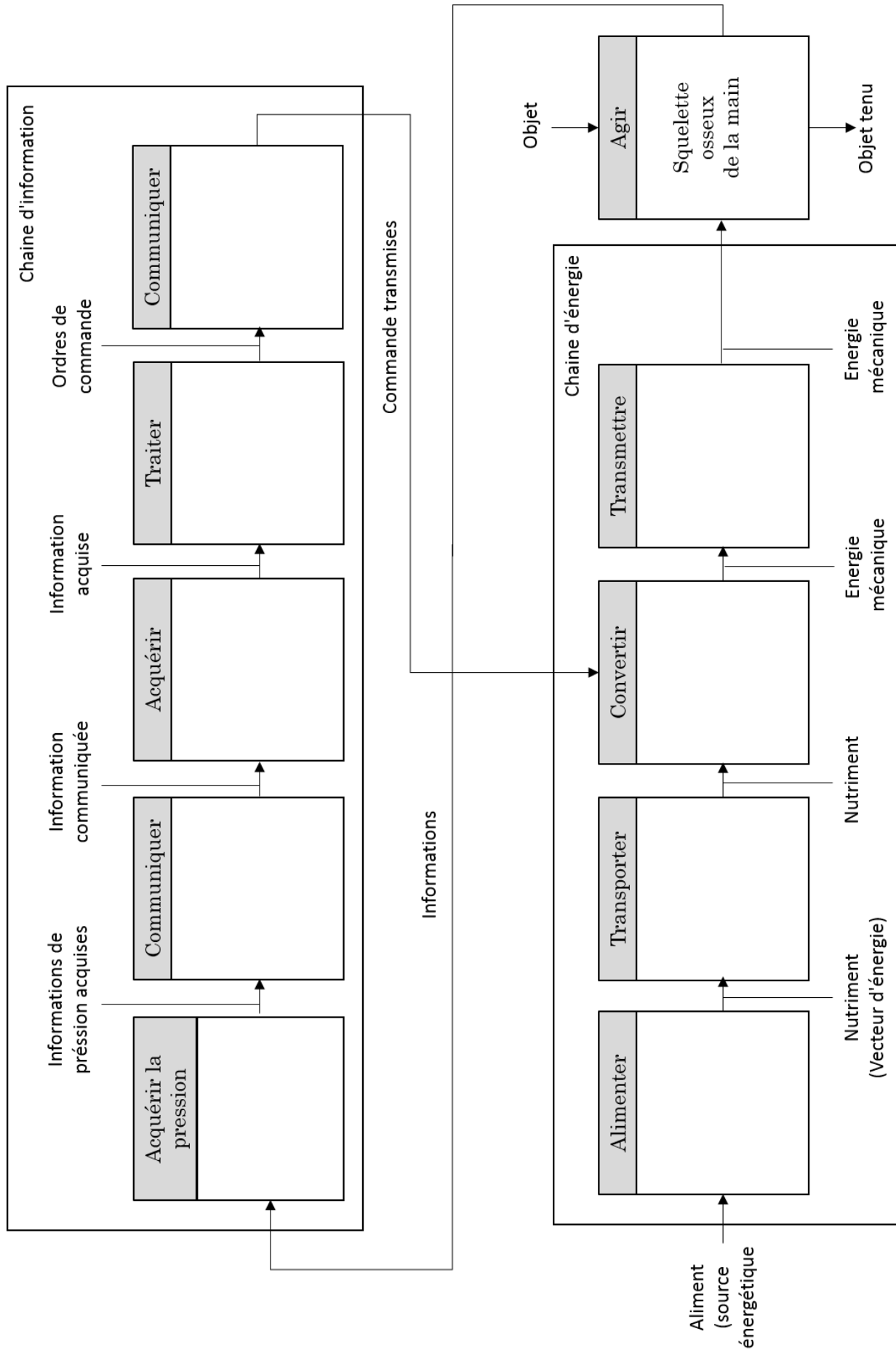
(b) Position  $z$  (mm) de l'instrument (4)

*Document réponses problème 7*



Document réponses problème 9

DR1 : chaine d'énergie - chaine d'information

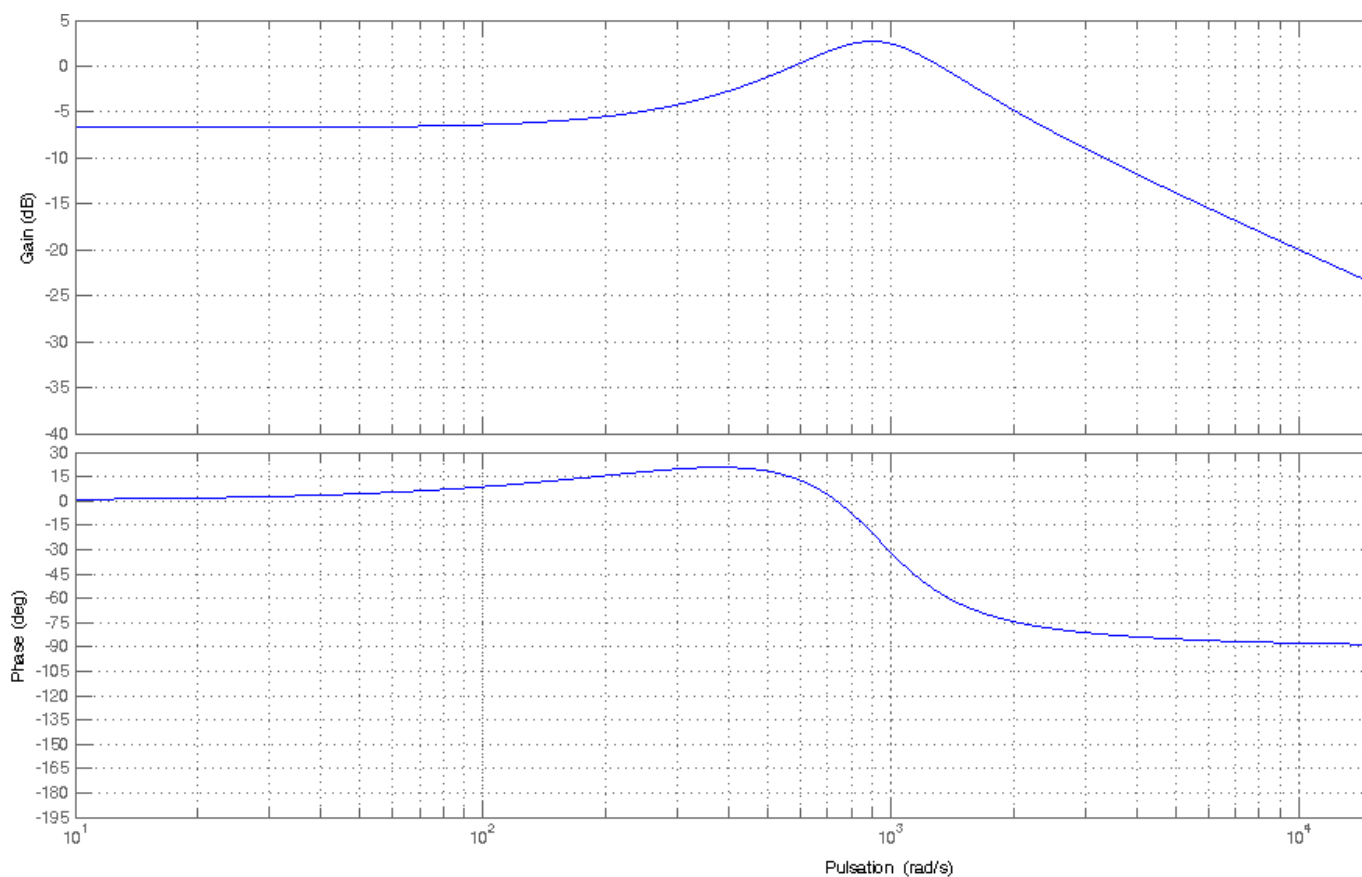


## DR2 : validation de la capacité de la prothèse à maintenir en équilibre les verres

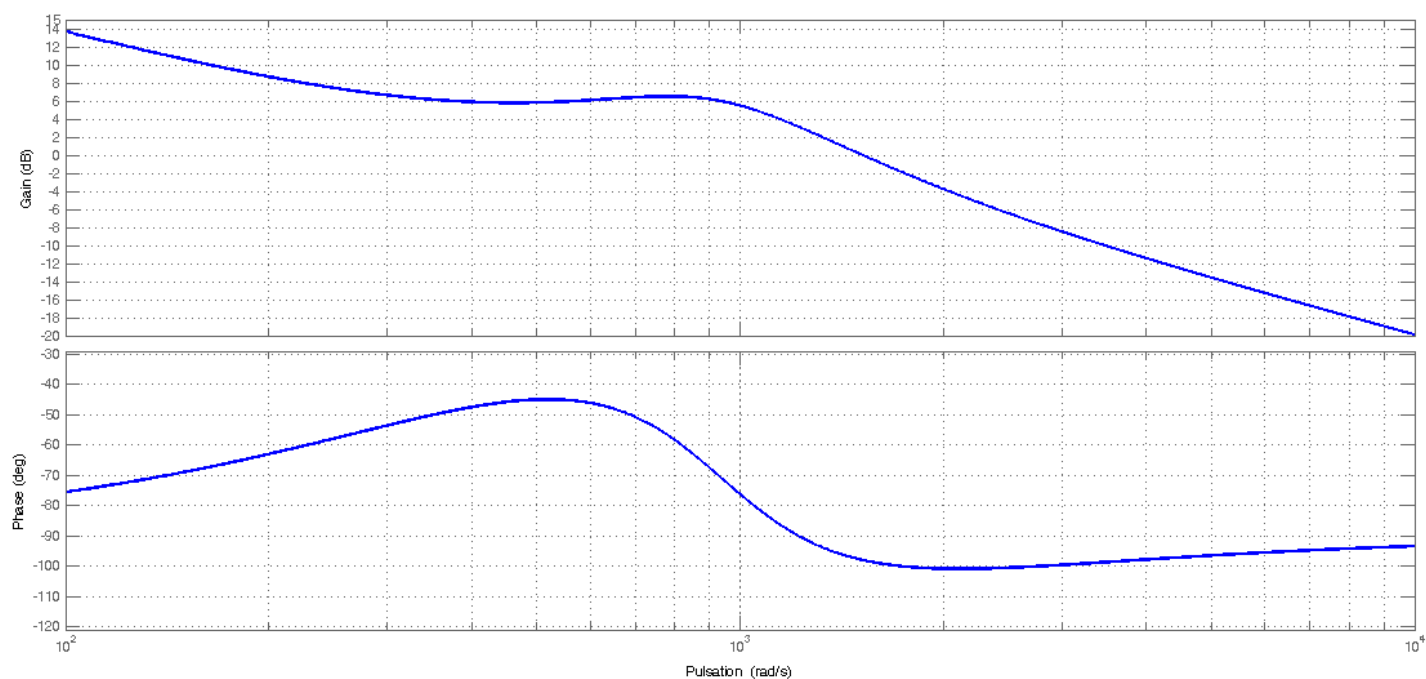
	Diamètre	Masse à vide	Contenance	Poids total	Effort normal nécessaire au maintien du verre	Effort normal développé par un doigt	Conclusion
Unité	mm	g	cl	N	N	N	
Verre 1	48	175	33				
Verre 2	61	310	32				
Verre 3	76	340	42				
Verre 4	94	200	52				
Gobelet plastique	42	3,3	20				

Conclusion

DR3 : diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'axe  $q$  pour  $C_q(p) = 1$  et  $\omega_{mot} = 70 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



DR4 : diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'axe  $q$  pour  $\omega_{mot} = 70 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $K_{iq} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$  et  $T_{iq} = 1 \text{ ms}$



DR5 : algorithme de description de la réalisation du correcteur  $C_{pos}(p)$ 

## Remarques :

- Les constantes  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont définies dans un autre algorithme appelé avant celui du correcteur de position.
- La valeur de  $\theta_{1cons}$  est élaborée par un autre algorithme appelé avant celui du correcteur de position.
- On note  $\varepsilon_{\theta_{old}}$  et  $i_{qcons_{old}}$ , respectivement la valeur de  $\varepsilon_{\theta}(t)$  et  $i_{qcons}(t)$  à l'instant  $(n - 1) \cdot T_e$ .
- On note  $\theta_{mes}$ ,  $\varepsilon_{\theta_{new}}$  et  $i_{qcons_{new}}$ , respectivement la valeur de la position angulaire  $\theta_1(t)$ , la valeur de  $\varepsilon_{\theta}(t)$  et  $i_{qcons}(t)$  à l'instant  $n \cdot T_e$ .

