

Problème 10 : enfouissement de câbles sous-marins (centrale mp 2019)

I Introduction

Le développement de fermes éoliennes en mer nécessite la pose de câbles sous-marins de forte puissance sur de très grandes distances. Le déploiement de ces câbles doit se faire en tenant compte de contraintes environnementales sévères visant à limiter l'impact sur le milieu marin. Les opérateurs « offshore » ont constaté une élévation de la température de l'eau autour du câble provoquant le développement de micro-organismes. Pour limiter ce phénomène, la solution est d'ensouiller (enfouir) le câble dans les sédiments terrigènes des plateaux continentaux. La société TravOcéan a acquis au fil des années une expertise unique dans les domaines de la pose et de la protection de câbles sous-marins, couvrant en particulier tous les types de sol (du sol très meuble au sol très dur) ainsi que tous les types de câbles (fibre optique, câbles électriques).

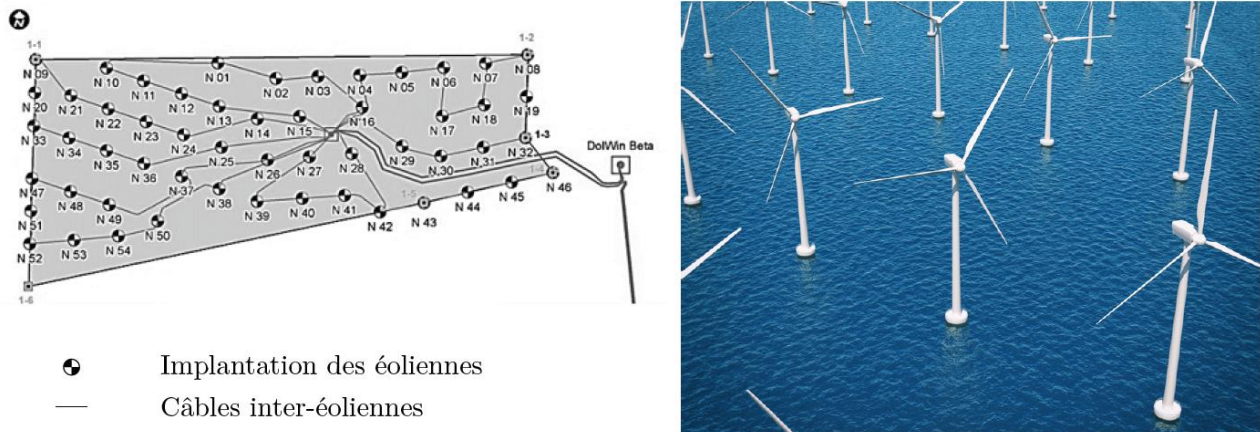


Figure 1 Implantation de la ferme éolienne North Sea One

Pour réaliser l'ensouillage, le câble est déposé sur le fond marin par un navire câblier. Le robot sous-marin ROV (Remotely Operated Vehicle) est déposé sur le fond marin par un bateau support et ensouille le câble provenant du navire câblier après l'avoir détecté et s'être aligné dans l'axe de celui-ci (figure 2).

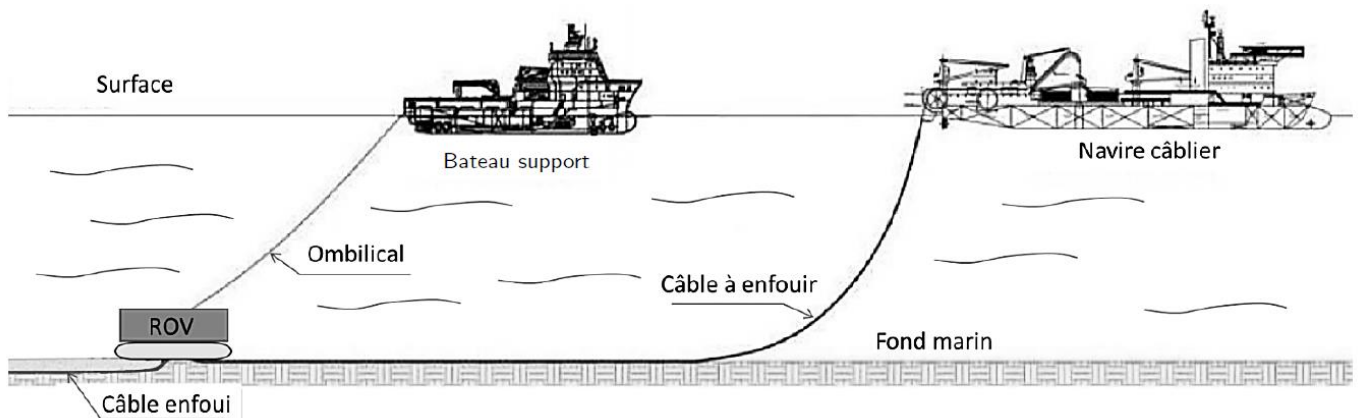


Figure 2 Environnement du ROV

Les opérations de mise en oeuvre du ROV se font en trois étapes.

Étape 1. Mise à l'eau

Cette phase utilise une grue portique pour transférer le ROV du pont du bateau support jusqu'à l'aplomb de la surface d'immersion. Dans cette phase, le ROV n'est porté par aucun câble mais par un dispositif d'accrochage spécifique appelé snubber (figure 3).

Étape 2. Descente

Dans cette phase, le ROV est suspendu à un câble ombilical. Un bon équilibre hydrostatique est nécessaire pour assurer l'horizontalité du ROV pendant la descente.

Étape 3. Enfouissement du câble

Non étudié dans ce sujet.

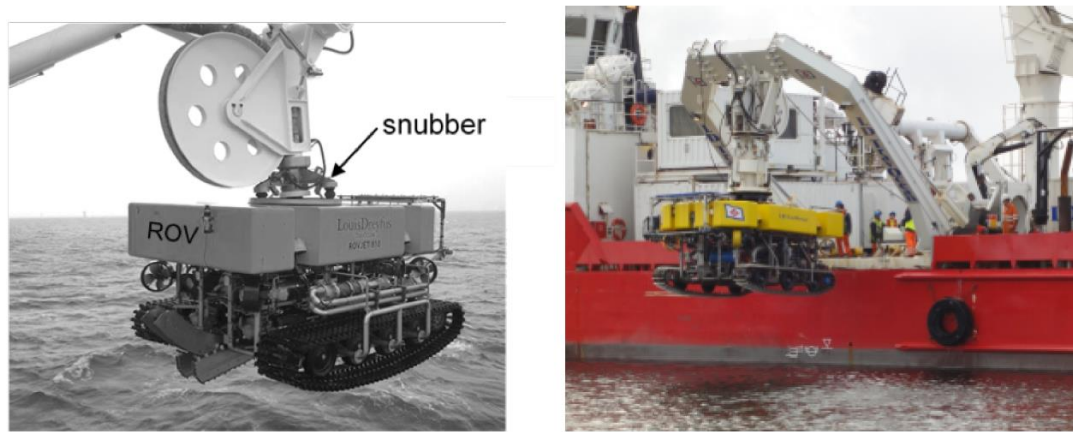


Figure 3 ROV suspendu à la grue portique

I.A – Étude de l'effet de la houle sur les mouvements du ROV au début de l'étape 1

Objectif : Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

La société TravOcéan souhaite pouvoir travailler dans des conditions de mer difficiles pour limiter au maximum les périodes d'arrêt des chantiers. Pour cela, elle souhaite disposer d'un système de treuillage de ses ROV certifié pour une houle d'amplitude verticale de 5 m. Le tableau 1 présente un extrait du cahier des charges correspondant.

Exigence	Critère	Niveau
Id 1.1 Compensation des mouvements du ROV pour une houle d'amplitude de 5 m et de pulsations comprises entre $0,5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ à $1,7 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$	Amplitude verticale du ROV maximale	< 1 m pour 5 m d'amplitude de houle
Id 1.2 Mise en tension du câble	Temps de réponse, $T_{r5\%}$	< 3 s

Tableau 1 Extrait du cahier des charges

Une étude expérimentale en bassin de carène a permis d'obtenir un modèle de comportement de l'ensemble $S = \{\text{bateau} + \text{portique} + \text{ROV}\}$ suivant l'axe vertical, sous l'effet de la houle, au point d'ancrage du ROV sur la grue portique.

La fonction de transfert de l'ensemble S est $B(p) = \frac{Y_S(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$ avec $Y_S(p)$ la transformée de Laplace de la variation du déplacement vertical du point d'ancrage du ROV et $Y_{\text{vague}}(p)$ la transformée de Laplace de la variation du déplacement de la surface de l'eau à la verticale du point d'ancrage du ROV.

Q 1. Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.

Le tracé du gain de $B(p)$ dans le plan de Bode est donné figure A du document réponse.

Q 2. En faisant apparaître le domaine d'utilisation du système sur la figure A, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

I.B – Conclusion

L'analyse du comportement du bateau sous l'effet de la houle montre que les conditions ne sont pas réunies pour travailler par une houle de 5 m. La société TravOcéan doit donc répondre à la problématique suivante :

Comment assurer le transfert du ROV entre le bateau support et l'océan dans les conditions définies par la norme « Cranes and Submersibles Lifting Appliances » pour une amplitude de houle de 5 m en toute sécurité pour l'environnement, les opérateurs et le matériel ?

II Transfert du ROV : étude de l'actionneur de mise à l'eau

Objectif : Vérifier le dimensionnement du vérin de la grue portique permettant la mise à l'eau du ROV en respectant la norme « Cranes and Submersibles Lifting Appliances ».

Le câble ombilical est enroulé sur un tambour motorisé équipé d'un système de trancannage (Le trancannage est une opération de va-et-vient nécessaire au bon enroulement d'un câble sur un tambour) (figure 4). Il est raccordé au ROV par un snubber de jonction. La grue portique est actionnée par un ensemble de deux vérins hydrauliques modélisés en un seul vérin équivalent pour cette étude.

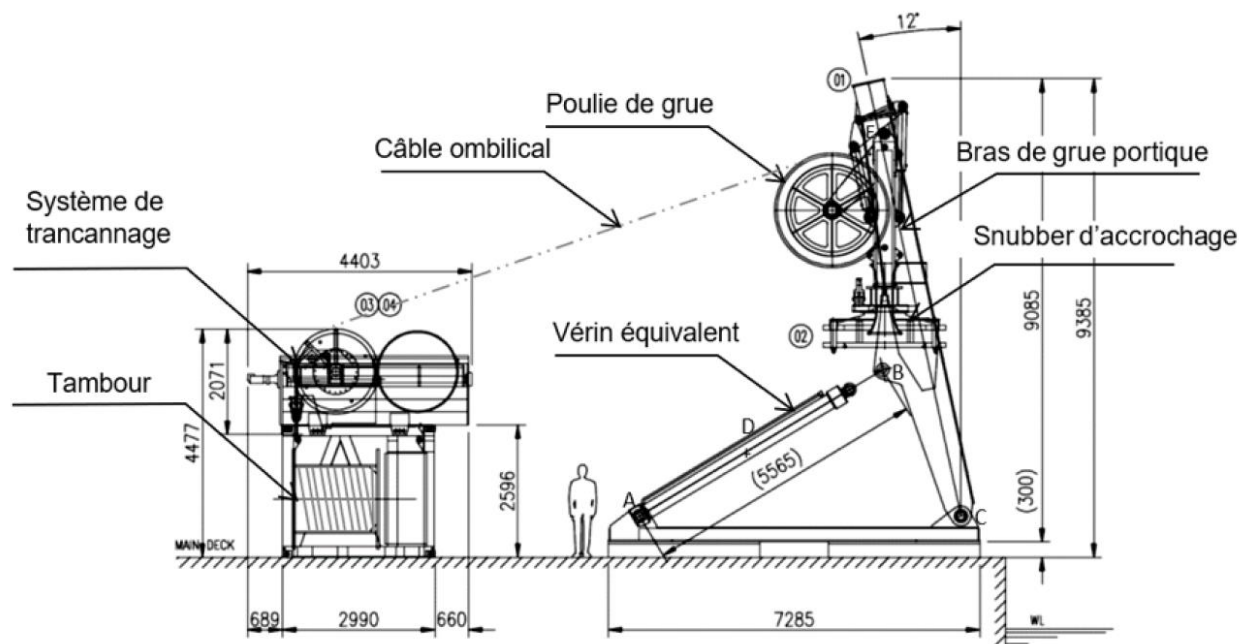


Figure 4 Implantation de la grue et du tambour d'enroulement sur le pont du bateau

Les conditions de houle et la masse importante du ROV (13 tonnes) impliquent un dimensionnement précis des éléments définis par la norme de certification « Cranes and Submersibles Lifting Appliances » qui impose des coefficients de majoration pour prendre en compte des effets dynamiques dus à une houle donnée. La grue portique et les éléments de levage sont conçus pour être homologués avec une houle de 5 m.

Conditions d'étude :

- d'après la norme, les effets de la houle impliquent une majoration de 100 % des efforts statiques ;
- le portique se déplace entre 12° et -53° par rapport à la verticale (figure 5).

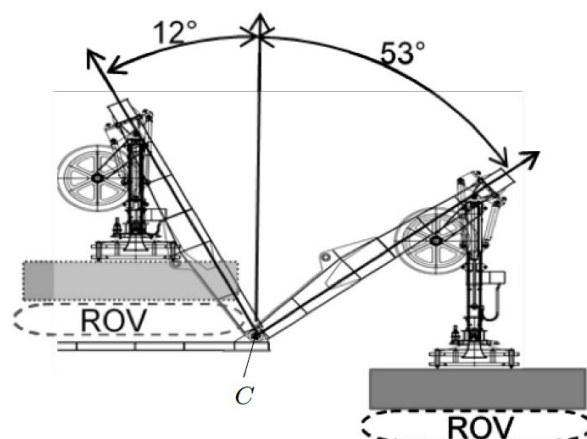


Figure 5 Positions extrêmes du ROV

La grue portique permet le transfert du ROV entre la surface de l'eau et le bateau support. Dans cette phase le ROV est relié au snubber (figure 5). Le câble n'est pas porteur.

On souhaite déterminer la course et les efforts dans les vérins pour vérifier que la pression du groupe hydraulique d'alimentation disponible sur le bateau support est suffisante et que la géométrie choisie est correctement dimensionnée.

Pour cette étude le constructeur a fait les hypothèses suivantes :

- les liaisons sont considérées comme parfaites ;
- les liaisons pivot en A et B seront modélisées par des rotules pour l'étude des efforts ;

— l'action du snubber, sur lequel est fixé le ROV, sur le bras de la grue portique est modélisée par un torseur exprimé en

$$E, \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_{ROV \rightarrow bras} = -Mg \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E \text{ avec } M = 13\,000\text{kg} ;$$

— le poids des pièces autres que le ROV est supposé négligeable devant les autres efforts mis en jeu ;

— le repère $R_0(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est supposé galiléen.

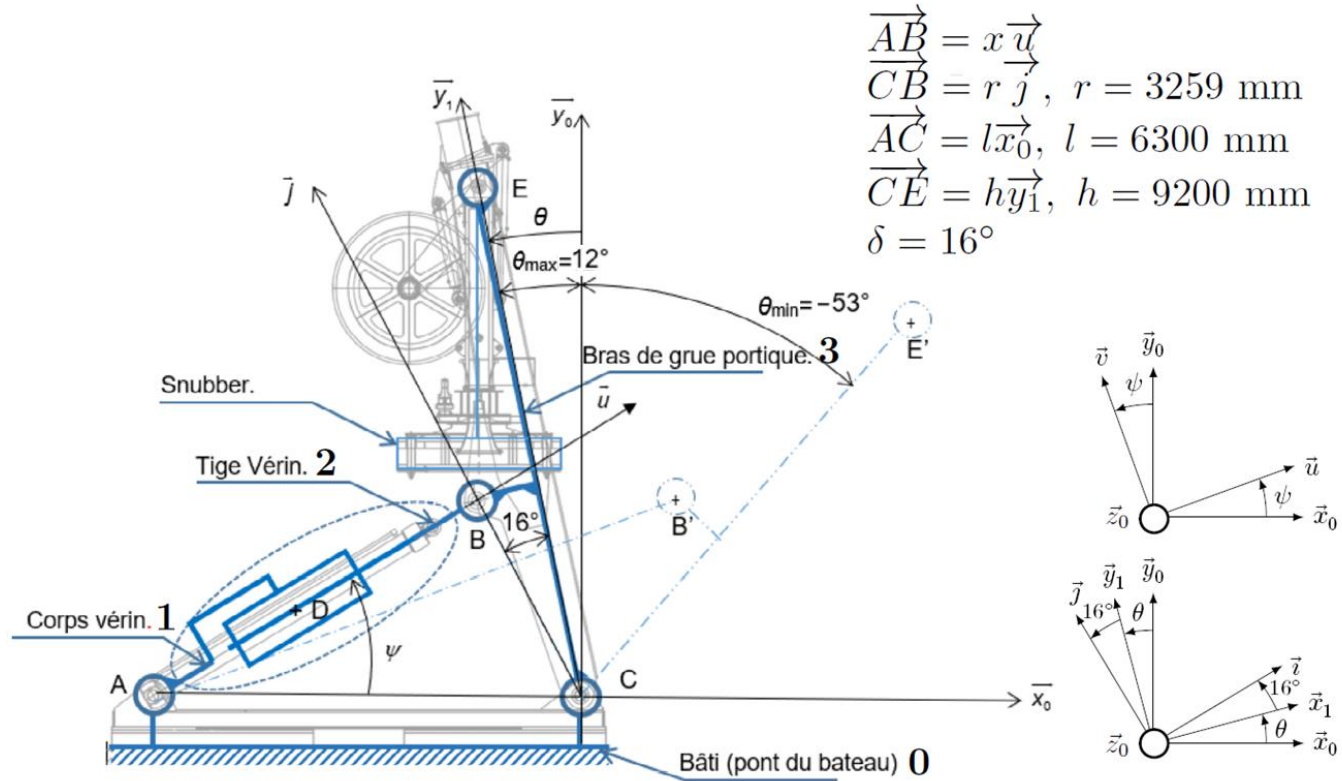


Figure 6 Schéma cinématique de la grue portique

Une modélisation 3D du bras de la grue portique et du vérin principal a permis d'obtenir un modèle mécanique à utiliser par la suite dans le modèle multi physique de simulation.

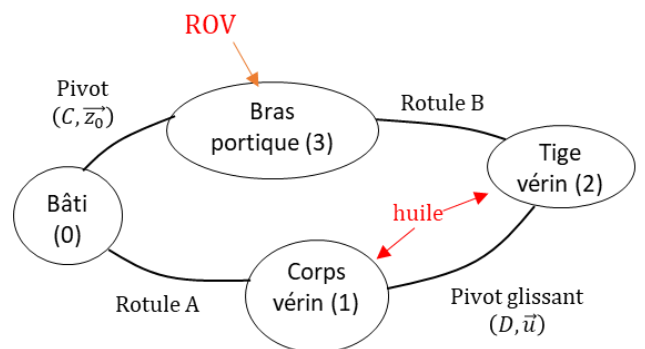
Q 3. Déterminer la loi entrée sortie $x = f(\theta, r, \ell, \delta)$ en utilisant la fermeture géométrique : $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$

Q 4. En déduire, en justifiant les calculs, l'expression littérale et la valeur numérique de la course du vérin (la course est l'amplitude du déplacement soit $x(\theta_{min}) - x(\theta_{max})$).

La simulation avec une analyse géométrique à l'aide du modèle multi physique complet a permis d'obtenir la courbe donnée figure 7.

Q 5. À partir de la courbe de simulation, déterminer la course du vérin. Comparer le résultat à celui obtenu à la question 4 et évaluer l'écart.

Q 6. Déterminer l'expression de la résultante de l'effort de la tige du vérin sur le bras de la grue portique, notée $\vec{B}_{tige \rightarrow bras}$. Pour cela, justifier que $\vec{B}_{tige \rightarrow bras} = B_{tige \rightarrow bras} \vec{u}$. Déterminer ensuite $B_{tige \rightarrow bras}$ en fonction de θ, ψ , des paramètres dimensionnels h, r et δ et des données associées aux actions mécaniques en précisant le ou les systèmes isolés et le ou les théorèmes employés. Un graphe des liaisons complété par les actions mécaniques est donné ci-contre pour vous aider.



Le résultat de ce calcul combiné à la loi entrée sortie $\psi = f(\theta)$ permettent d'obtenir un résultat identique à celui obtenu par simulation pour une étude statique dont la courbe résultat est donnée figure 8. Remarque : la simulation prend en compte la majoration de la norme et les résultats donnés pour un seul vérin.

Le vérin utilisé a les caractéristiques suivantes :

- diamètre de la tige $d = 180$ mm ;
- diamètre du piston $D = 250$ mm ;
- course maximale $course_{max} = 3800$ mm ;
- le port A permet la sortie de la tige, le port B la rentrée ;
- le circuit hydraulique peut délivrer une pression maximale de 250 bar.

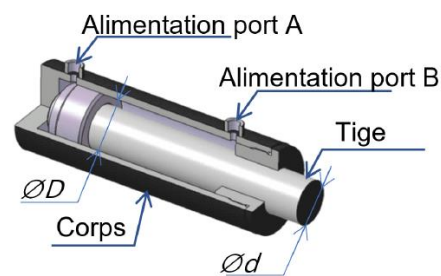


Figure 9 Vue en quart de coupe du vérin

Q 7. Déterminer la pression d'alimentation théorique maximale du vérin nécessaire pour assurer le maintien du portique dans la position la plus défavorable. Est-elle compatible avec le circuit hydraulique ?

Q 8. Conclure sur le choix du vérin à partir des résultats des questions précédentes.

L'étude précédente a été faite dans la phase de transfert du ROV, celui-ci étant accroché au snubber. Une démarche similaire de dimensionnement du vérin a montré que le résultat de la question 7 reste valable lors de la phase de descente, le ROV étant accroché au câble.

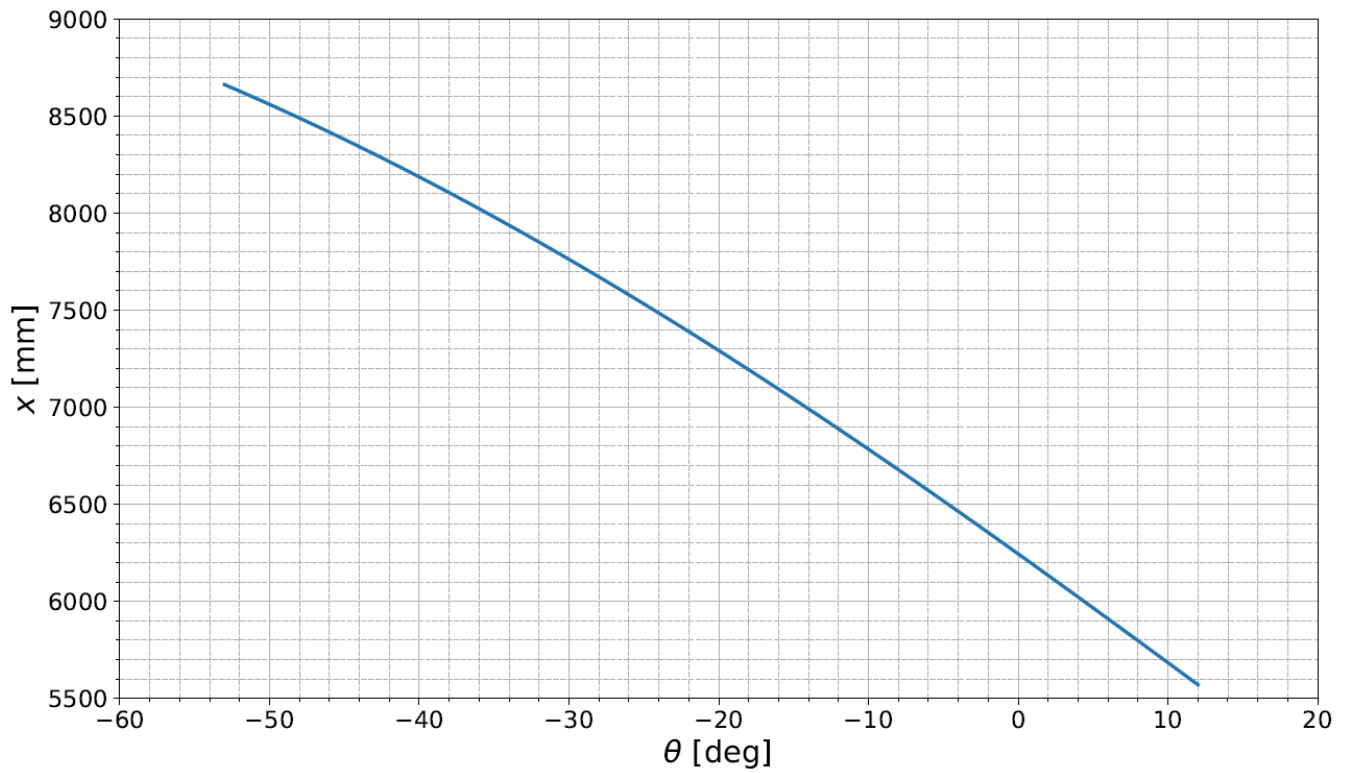


Figure 7 Déplacement de la tige du vérin en fonction de θ

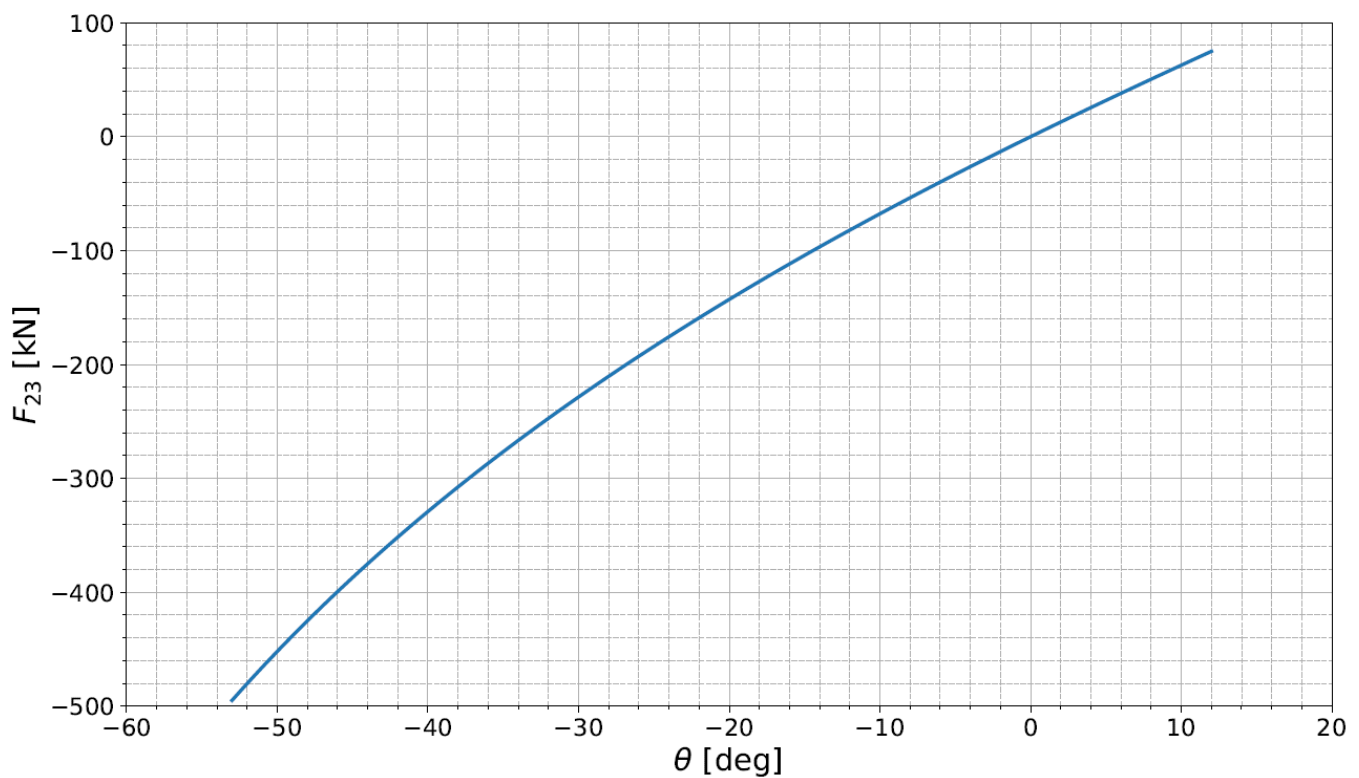


Figure 8 Effort à l'extrémité de la tige du vérin en fonction de θ

III Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

Objectif : Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Pour compenser les effets de la houle, une solution hydropneumatique est alors envisagée. Ce système est un compensateur de houle passif noté PHC (figure 10).

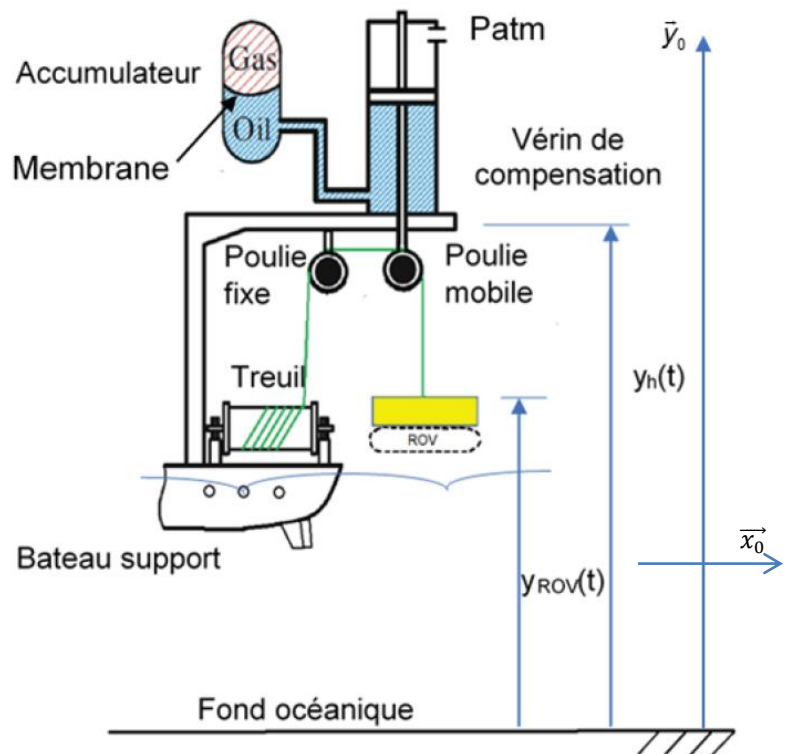


Figure 10 Schéma d'implantation du PHV (non à l'échelle)

Notations et hypothèses :

- le déplacement du bateau est noté $y_h(t)$;
- le déplacement du ROV hors de l'eau est noté $y_{ROV}(t)$;
- le vérin de compensation hydraulique a des surfaces actives de part et d'autre du piston égales et notées A en m^2 ;
- le vérin de compensation hydraulique a une force d'amortissement linéaire de coefficient d'amortissement visqueux $c = 100 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$;
- la masse suspendue du ROV et du système d'accroche est considérée constante $M = 26 \text{ t}$ (majoration de 100 %) ;
- les masses des autres pièces sont négligeables ;
- le treuil est considéré bloqué pendant la phase étudiée ;
- l'huile hydraulique (oil) est compressible avec un module de masse K , ce qui signifie que la variation de pression du vérin affecte le volume d'huile V_E ;
- l'ensemble du bateau support est considéré rigide ;
- la transformée de Laplace de la fonction $y_i(t)$ est notée $Y_i(p)$;
- les transformées de Laplace des fonctions $\Delta p_E(t)$ et $\Delta(t)$ sont notées respectivement $\Delta P_E(p)$ et $\Delta P_G(p)$.

Les grandeurs statiques à l'équilibre sont :

- le volume de gaz dans l'accumulateur V_{G0} ;
- la pression de gaz dans l'accumulateur P_{G0} ;
- la pression d'huile dans la chambre active du vérin P_{E0} .

Les variables dynamiques sont :

- la pression du gaz dans l'accumulateur $p_G(t)$;
- la pression d'huile dans la chambre active du vérin $p_E(t)$.

Les paramètres hydrauliques sont :

- le coefficient polytropique de la compression du gaz $r = 1,33$;
- la conductivité hydraulique entre le vérin et l'accumulateur C_{qR} .

Par conséquent, les petites variations de pression $\Delta p_E(t)$ et $\Delta(t)$ autour du point d'équilibre peuvent être

définies par $\Delta p_E(t) = p(t) - P_{E0}$ et $\Delta(t) = p_G(t) - P_{G0}$.

Une étude de mécanique des fluides a permis d'obtenir les relations (III.1) et (III.2).

$$\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = \frac{K}{V_E} \left(A \left(\frac{dy_h(t)}{dt} - \frac{dy_{ROV}(t)}{dt} \right) + C_{qR} (\Delta p_G(t) - \Delta p_E(t)) \right) \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{d\Delta p_G(t)}{dt} = \frac{r \cdot P_{G0} \cdot C_{qR}}{V_{G0}} (\Delta p_E(t) - \Delta p_G(t)) \quad (\text{III.2})$$

Q 9. Faire l'inventaire des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur le système matériel défini par $\Sigma = \{\text{ROV} + \text{snubber} + \text{Piston vérin} + \text{Poulie mobile}\}$. Écrire la condition d'équilibre du système matériel Σ en donnant l'expression de P_{E0} en fonction de M , g , P_{atm} et A . On fera l'hypothèse que le câble entre les poulies fixe et mobile reste horizontal.

Q 10. L'équilibre de la membrane permet d'obtenir l'égalité $P_{E0} = P_{G0} = 180 \text{ bar}$. En déduire la valeur de A .

On se place dans le cas d'un mouvement vertical ascendant du vérin obtenu en augmentant la pression hydraulique dans celui-ci ($P_E(t) > P_{E0}$). Le Principe Fondamental de la dynamique appliqué en résultante à Σ s'écrit en projection sur \vec{y}_0 :

$$\left(\vec{F}(\text{câble} \rightarrow \Sigma) + \vec{F}(\text{vérin} \rightarrow \Sigma) + \vec{F}(\text{pes} \rightarrow \text{ROV}) + \vec{F}(\text{frottement} \rightarrow \text{vérin}) \right) \cdot \vec{y}_0 = M \cdot \vec{\Gamma}(M, \Sigma/0) \cdot \vec{y}_0$$

Avec $\vec{\Gamma}(M, \Sigma/0)$ l'accélération galiléenne en un point M de Σ .

Le frottement visqueux au niveau du vérin (coefficient c) donne un effort proportionnel à la vitesse relative piston/corps du vérin soit $\vec{F}(\text{frottement} \rightarrow \text{vérin}) = -c \cdot \vec{V}(M, \text{tige}/\text{bateau}) \cdot \vec{y}_0 \vec{y}_0$

Q 11. Exprimer $\vec{F}(\text{frottement} \rightarrow \text{vérin})$ en fonction de $y_{ROV}(t)$ et $y_h(t)$

Q 12. En utilisant la relation obtenue à la question 9, déterminer l'équation, notée (III.3), issue du théorème de la résultante dynamique appliqué à Σ en projection sur \vec{y}_0 sous la forme

$$\alpha \cdot \frac{d^2 y_{ROV}(t)}{dt^2} + \beta \cdot \left(\frac{dy_{ROV}(t)}{dt} - \frac{dy_h(t)}{dt} \right) = \gamma \cdot \Delta p_E(t) \quad (\text{III.3})$$

Exprimer α , β et γ en fonction de A , M et c .

L'hypothèse du fluide incompressible se traduit par $\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = 0$

Q 13. Réécrire l'équation (III.1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (III.1) et (III.2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (III.4), sous la forme

$$\Delta P_E(p) = K_1 (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (Y_h(p) - Y_{ROV}(p)) \quad (\text{III.4})$$

Exprimer K_1 et τ_1 en fonction de A , V_{G0} , r , C_{qR} et P_{G0} .

Q14 : Après avoir appliqué les transformées de Laplace en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (III.3), et à l'équation (III.4), donner la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)}$ sous forme canonique :

$$H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)} = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Exprimer ω_n , ζ et τ en fonction de α , β , γ , K_1 et τ_1 .

Ce type de compensateur est dimensionné pour une houle précise de pulsation choisie et pour une augmentation maximale de la variation du déplacement du ROV par rapport à la hauteur de la houle (gain maximal de sa fonction de transfert). Dans cette étude, le PHC est réglé pour une pulsation de la houle $\omega_c = 0,7 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (valeur courante) et pour un gain maximal acceptable de 3 dB.

Pour dimensionner le système de compensation, un facteur sans dimension $\lambda(\zeta)$ met en relation la pulsation propre ω_n et la pulsation de la houle ω_c tel que $\omega_n = \lambda(\zeta) \cdot \omega_c$. La méthode de dimensionnement du compensateur PHC est :

- détermination de ζ à partir du gain maximal acceptable et de la courbe de gain de la figure 11 ;
- détermination de $\lambda(\zeta)$ à partir de ζ et de la figure 11 ;
- calcul de ω_n et des autres caractéristiques du compensateur.

Quel que soit le résultat trouvé précédemment, on prend : $A = 0.015 \text{ m}^2$ $V_{G0} = \frac{r \cdot A}{M} \left(\frac{1}{\omega_n} \right)^2 (Mg + P_{atm} \cdot A)$

Q15 : En utilisant la méthode de dimensionnement du compensateur PHC, calculer les valeurs de ζ , $\lambda(\zeta)$, ω_n et V_{G0} pour ce réglage.

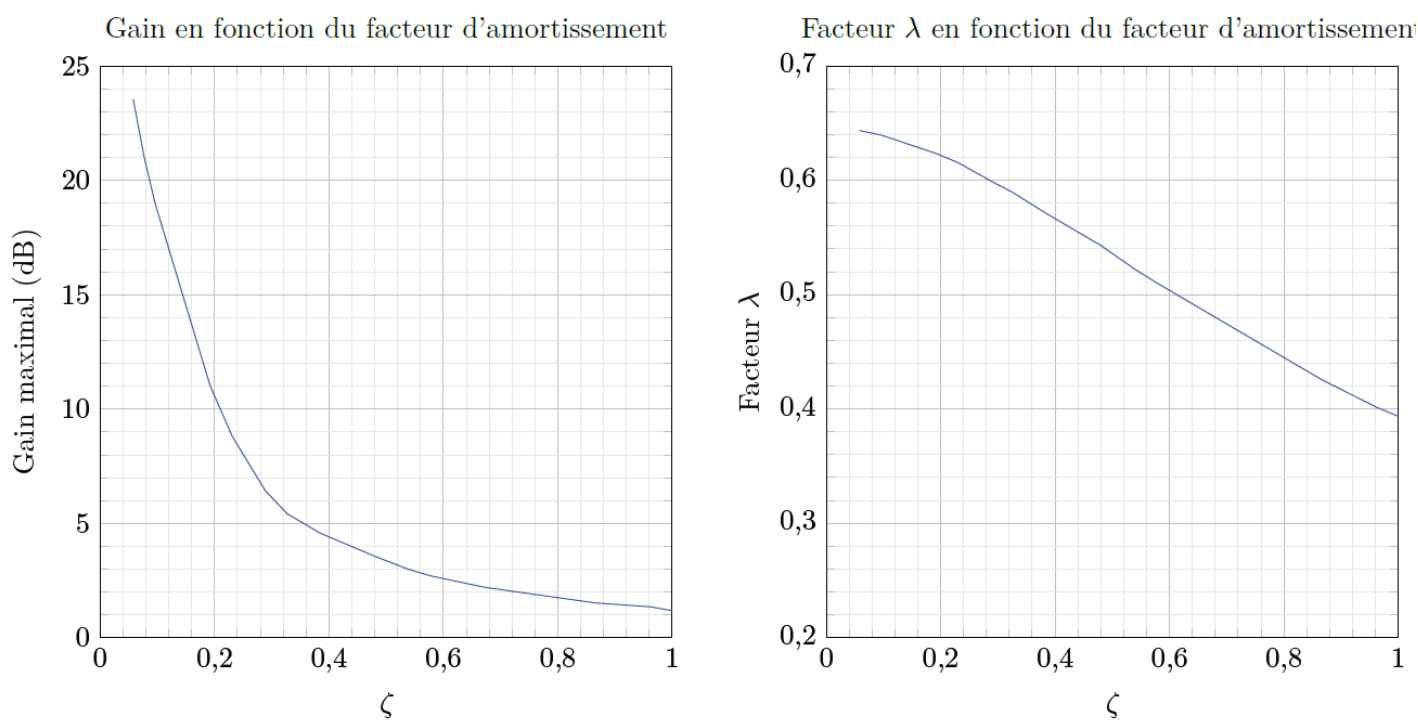


Figure 11 Courbes de détermination des facteurs du PHC

Le tracé du gain réel du bateau support $B(p) = \frac{Y_h(p)}{Y_{vague}(p)}$ et de $H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)}$ sont donnés sur les figures B et C du document réponse.

Quelles que soient les réponses fournies aux questions précédentes, on utilisera dans toute la suite la relation $\tau \cdot \omega_n = 2\zeta$.

Q16 : Tracer en vert, sur la figure B du document réponse, le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert $B(p)$. Justifier au préalable le modèle d'identification choisi. Tracer en bleu, sur la figure C du document réponse, le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Vous justifierez les tracés.

Q17 : Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_{vague}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge sur la figure D du document réponse, le diagramme asymptotique du gain de $G(p)$. Tracé également l'allure du gain réel de cette fonction de transfert.

Des réglages pour différentes valeurs de pulsation de la houle ω_c et de gain maximal acceptable du compensateur ont été effectués. La figure 12 donne les diagrammes du gain de la fonction $G(p)$ de l'ensemble {bateau support+ROV+PHC} pour quatre réglages. Les volumes du gaz V_{G0} correspondant à chaque réglage sont donnés dans le tableau 2.

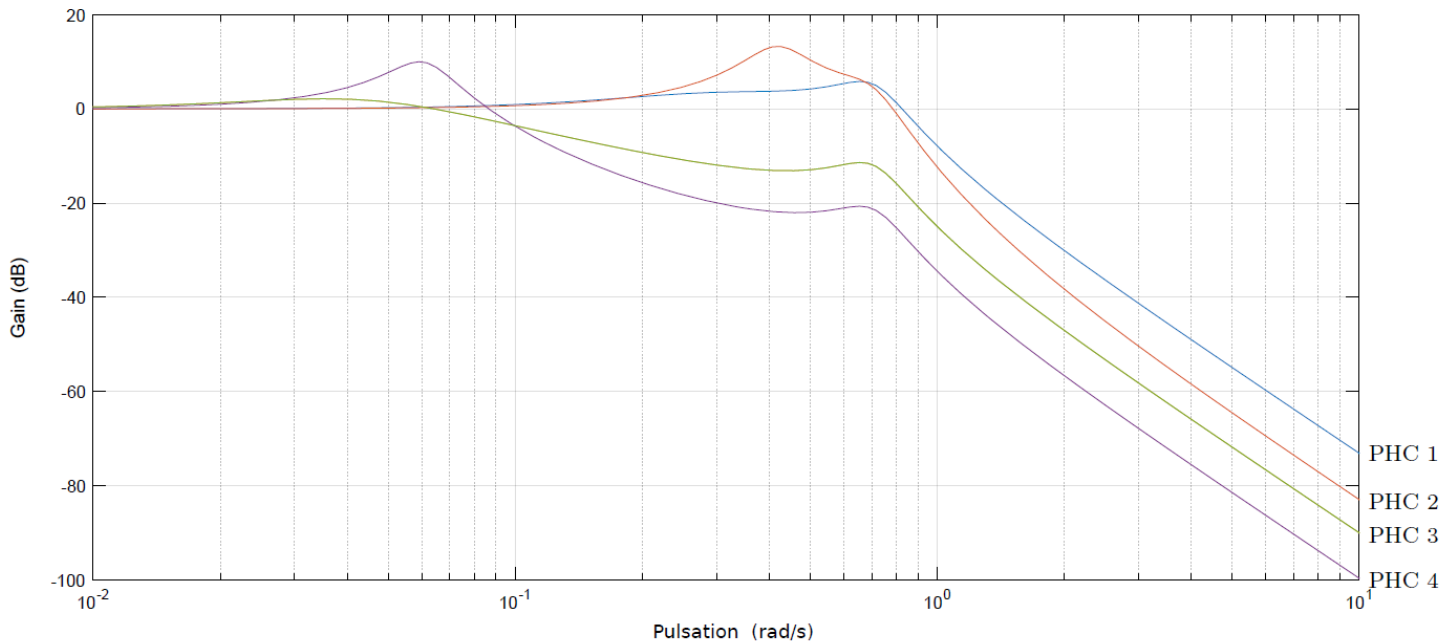


Figure 12 Courbes de gain $G(p)$ pour différents réglages du PHC

Réglage	PHC 1	PHC 2	PHC 3	PHC 4
V_{G0} (m ³)	96	1	52	2

Tableau 2 Volumes V_{G0} pour différents réglages du PHC

Pour respecter l'exigence Id 1.1, le gain de la fonction de transfert de l'ensemble doit toujours être inférieur à -14 dB.

Q 18. Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

Le système passif avec un réglage précis pour une pulsation de houle ne donne pas satisfaction pour tous les types de houle, le constructeur souhaite mettre en œuvre un système actif pour avoir une meilleure adaptabilité aux conditions de mer.

IV Étude du système actif de compensation de houle AHC (Active Heave Compensator)

Objectif : Dimensionner un système actif de compensation de la houle et valider sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Une solution de compensation par motorisation asservie du tambour d'enroulement est envisagée (figure 13). Ce système est un compensateur de houle actif noté AHC. Le principe est de maintenir constante la tension dans le câble ombilical : les vagues, par l'accélération verticale qu'elles donnent au bateau support, créent des tensions dans le câble ombilical qui viennent s'ajouter à celles exercées par le poids du ROV. Le principe est d'enrouler et dérouler le tambour d'enroulement pour compenser les variations de hauteur, donc de tension dans le câble.

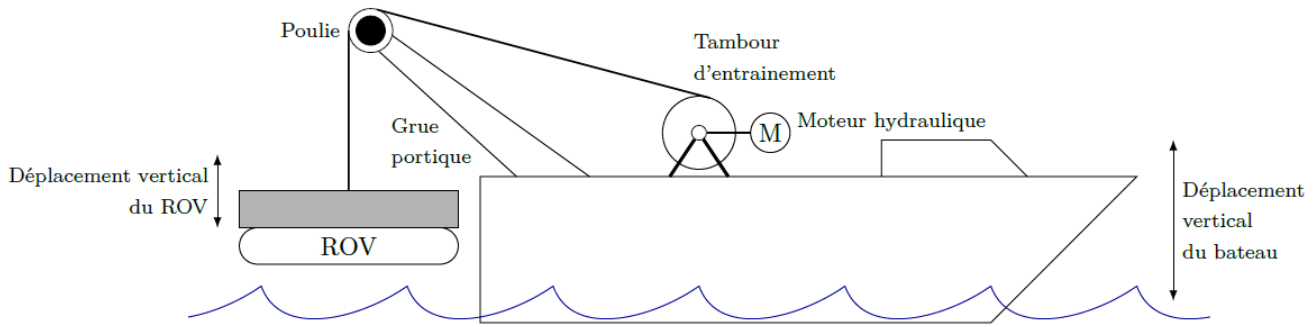


Figure 13 Schéma d'implantation du système de compensation actif

Le tambour d'enroulement est actionné par un moteur hydraulique piloté par une servo-pompe. Un capteur d'efforts mesure la tension du câble et transmet l'information à un ordinateur. Un réducteur est placé entre le moteur et le tambour d'enroulement. Les vagues créent une perturbation dynamique modifiant la tension du câble.

Données du système :

- une servo-pompe modélisée par un système linéaire de gain K_{sv} ;
- un moteur, de cylindrée Cyl constante (en m^3) accouplé à un réducteur de rapport de réduction $k = \frac{\omega_{tambour}}{\omega_{moteur}} < 1$ d'inerties négligeables ;
- un capteur d'effort linéaire de gain K_{capt} ;
- un volume du circuit hydraulique $V(t)$;
- un coefficient de raideur hydraulique β ;
- une inertie équivalente ramenée à l'axe moteur notée J_{eq} ;
- un diamètre d'enroulement maximal du câble $D_{max} = 1800$ mm ;
- un diamètre d'enroulement minimal du câble $D_{min} = 1300$ mm ;
- une poulie de guidage du câble d'inertie autour de son axe de rotation $J_{poulie} = 200$ $kg \cdot m^2$;
- la position angulaire du tambour est notée $\alpha_T(t)$;
- la position angulaire du moteur est notée $\theta_m(t)$;
- la masse du ROV, $M_{ROV} = 13$ t.

Équations hydrauliques :

- la relation entre le débit moteur (Q_m), la pression moteur (P_m) et le débit de la pompe (Q_p) est donnée par la relation

$$Q_m(t) = Q_p(t) + \frac{dV(t)}{dt} - \frac{V}{\beta} \cdot \frac{dP_m(t)}{dt}$$

les circuits hydrauliques (corps de vérin, moteur et élément du circuit hydraulique) sont très rigides, on néglige donc la variation de volume des enceintes devant celle du fluide ; d'où $\frac{dV(t)}{dt} = 0$.

- le couple moteur est obtenu par la relation $C_m(t) = C_{yl} \cdot P_m(t)$;
- le débit traversant le moteur est obtenu par la relation $Q_m(t) = C_{yl} \cdot \frac{d\theta_m(t)}{dt}$.

Dans cette étude, le repère lié au bateau est considéré galiléen. Les effets des accélérations verticales seront pris en compte dans la perturbation notée $F_{pert}(p)$ représentée par un effort sinusoïdal lié aux accélérations verticales du bateau.

L'ensemble {tambour + câble} est modélisé par un cylindre creux en acier de masse volumique $\rho = 7200$ kg/m^3 , de rayon extérieur $R_{max} = 1$ m, de rayon intérieur $R_{min} = 0,65$ m et de longueur $L = 1600$ mm. On notera M_{tamb} la masse du cylindre creux modélisant l'ensemble {tambour + câble}. L'inertie de l'ensemble {tambour + câble}

modélisé est $I_{tamb} = \frac{L}{2} \rho \cdot \pi (R_{max}^4 - R_{min}^4)$

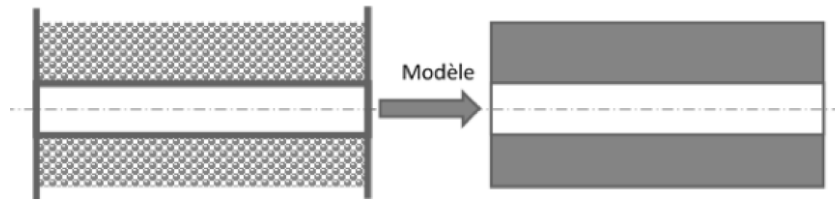


Figure 14 Modélisation du tambour et du câble enroulé

Q 19. Exprimer l'inertie de l'ensemble {tambour + câble} notée I_{tamb} en fonction de M_{tamb} , R_{max} et R_{min} .

L'énergie cinétique (notée $T(E/R_0)$) de l'ensemble E constitué du ROV, de la poulie et du tambour avec le câble s'écrit

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} \cdot \left(M_{ROV} \cdot \vec{V}_{(ROV/R_0)}^2 \right) + \frac{1}{2} \cdot J_{poulie} \cdot \dot{\alpha}_T^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{tamb} \cdot \dot{\alpha}_T^2$$

Q 20. Exprimer $\vec{V}_{(ROV/R_0)}$, la vitesse du ROV par rapport au repère galiléen R_0 , ainsi que $\dot{\alpha}_T(t)$, la vitesse de rotation du tambour en fonction de $\dot{\theta}_m(t)$. On considèrera le non glissement du câble sur le tambour.

Pour obtenir l'inertie équivalente ramenée à l'axe moteur il suffit traduire l'égalité suivante

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} \cdot (J_{eq}) \cdot \dot{\theta}_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(M_{ROV} \cdot \vec{V}_{(ROV/R_0)}^2 \right) + \frac{1}{2} \cdot J_{poulie} \cdot \dot{\alpha}_T^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{tamb} \cdot \dot{\alpha}_T^2$$

Q 21. Exprimer l'inertie équivalente ramenée à l'axe moteur notée J_{eq} en fonction de M_{ROV} , k , R_{max} , J_{poulie} et I_{tamb} .

L'application du théorème de l'énergie cinétique (voir cours dynamique) à l'ensemble E permet d'établir l'équation de mouvement suivante

$$J_{eq} \cdot \ddot{\theta}_m(t) = C_m(t) - M_{ROV} \cdot g \cdot R_{max} \cdot k$$

Les équations du modèle de connaissance étant déterminées, on souhaite construire un modèle de simulation du système de compensation actif. On note $T_c(p)$ la consigne de tension du câble souhaitée, égale au poids statique du ROV, et $T(p)$ la tension du câble en sortie.

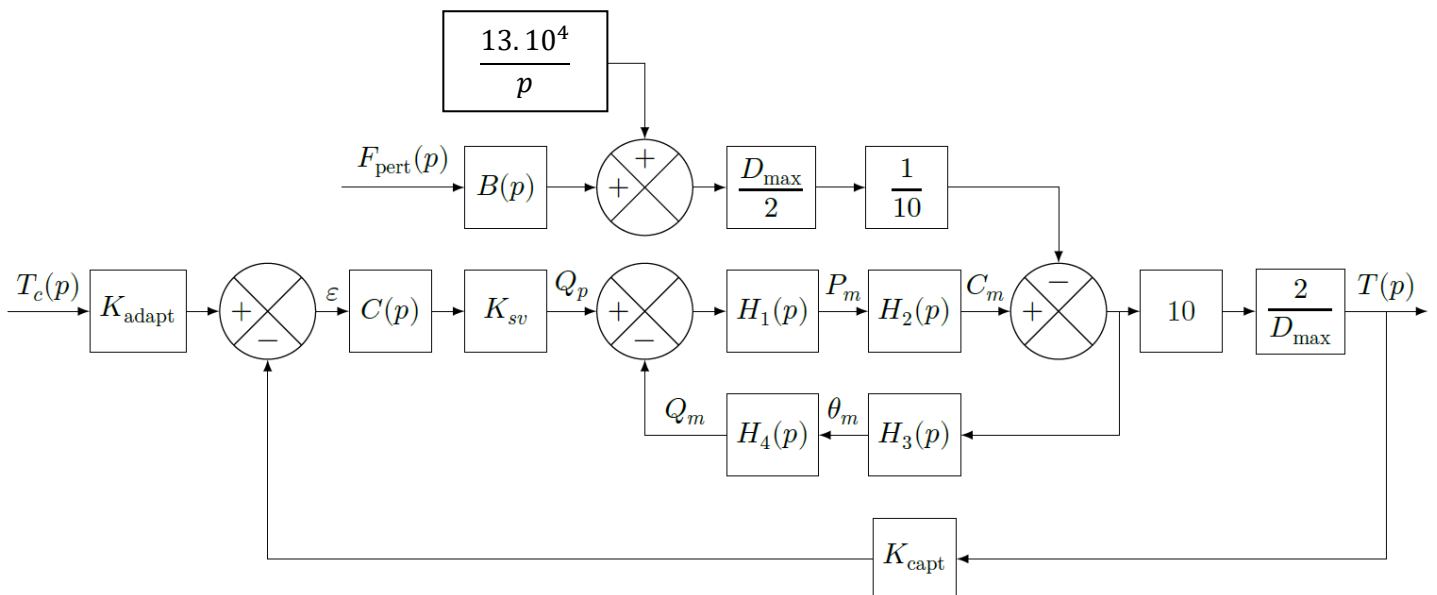


Figure 15 Modélisation causale du système {treuil + ROV}

Q 22. À partir des équations données précédemment et après avoir appliqué les transformées de Laplace en considérant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $H_i(p)$

Q 23. Déterminer K_{adapt} définis sur le schéma bloc figure 15 pour que l'écart $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur $T_c(p) - T(p)$.

On propose d'utiliser un correcteur de type proportionnel $C(p) = K_p$.

Le résultat de la simulation numérique a permis de tracer les diagrammes de Bode de la figure 16 pour différentes valeurs du correcteur $C(p)$ ainsi que les réponses temporelles données figure 17.

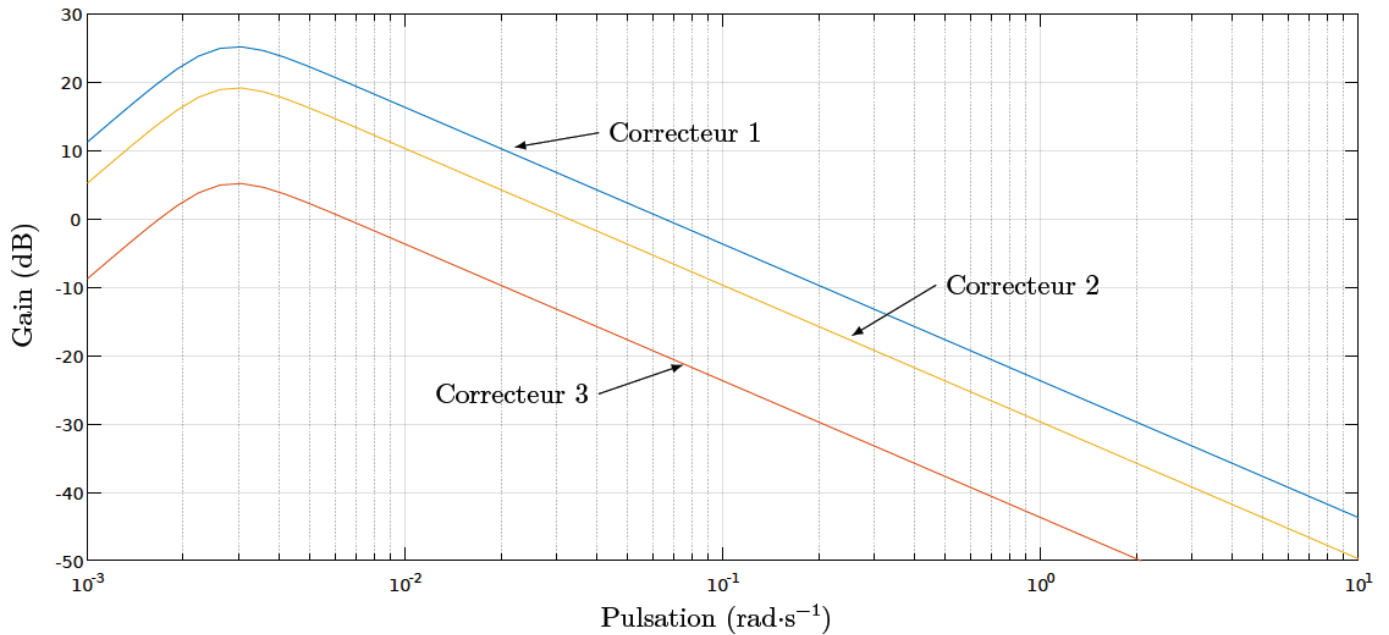


Figure 16 Diagramme de Bode en gain du système actif en boucle fermée de fonction de transfert $T(p)/F_{pert}(p)$ à consigne de tension constante

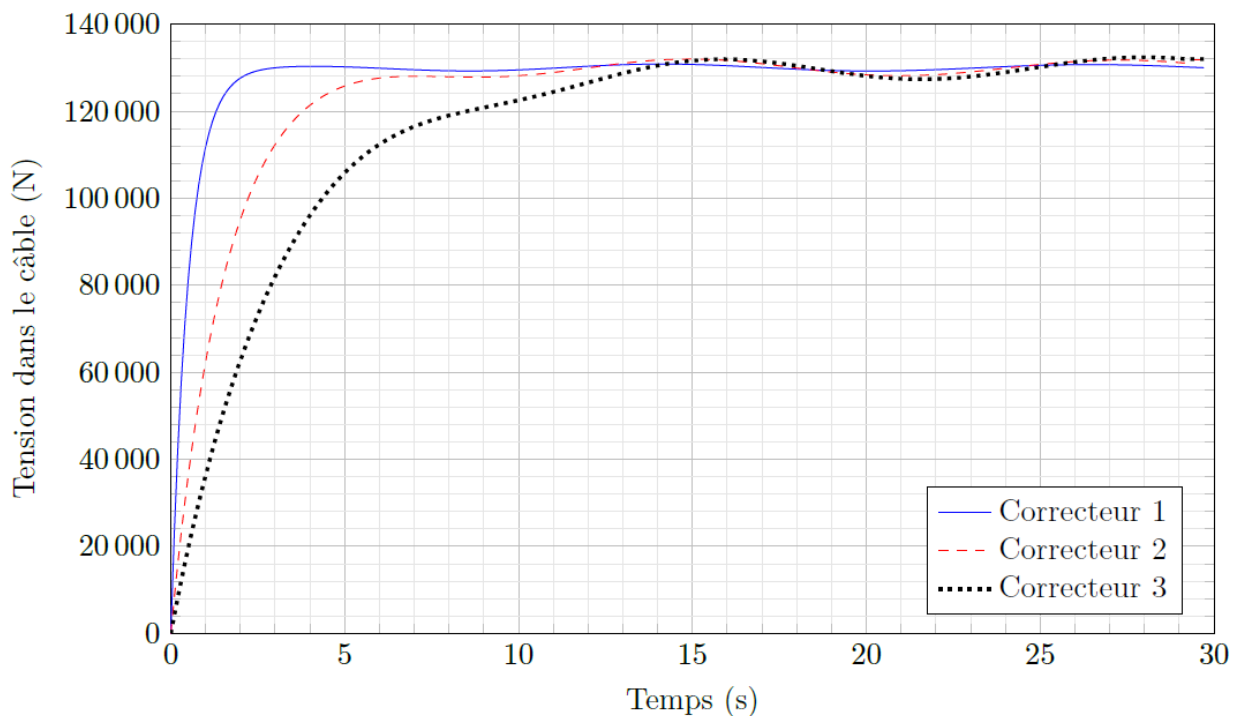


Figure 17 Réponse temporelle à un échelon d'amplitude de 130 000 N du système actif en boucle fermée de fonction de transfert $T(p)/T_c(p)$ à perturbation constante

Le système AHC doit permettre une atténuation des effets dynamiques sur la tension du câble supérieure à 15 dB sur la plage de pulsations de la houle comprises entre 0,5 et 1,7 rad·s⁻¹ et satisfaire à l'exigence Id 1.2 du cahier des charges.

Q 24. Par analyse des figures 16 et 17, choisir le correcteur du système actif le plus adapté pour satisfaire à l'exigence d'atténuation de 15 dB et à l'exigence Id 1.2 du cahier des charges. Faire apparaître clairement les traits de construction sur la figure E du document réponse

La figure 18 donne les courbes réelles, obtenues par mesure de la tension du câble $T(t)$, en régime stabilisé, pour une amplitude de houle de 5 m, dans les cas de l'AHC actif ou inactif.

Dans le cas de l'AHC actif, il est possible de modéliser la tension $T(t)$ appliquée au ROV par une fonction périodique de période $T_p = 9,5$ s telle que :

$$T(t) = 130\,000 + 5500 \sin(\omega t) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T_p}$$

Dans ces conditions, on note $\Delta y(t)$ l'altitude du ROV autour de la position d'équilibre.

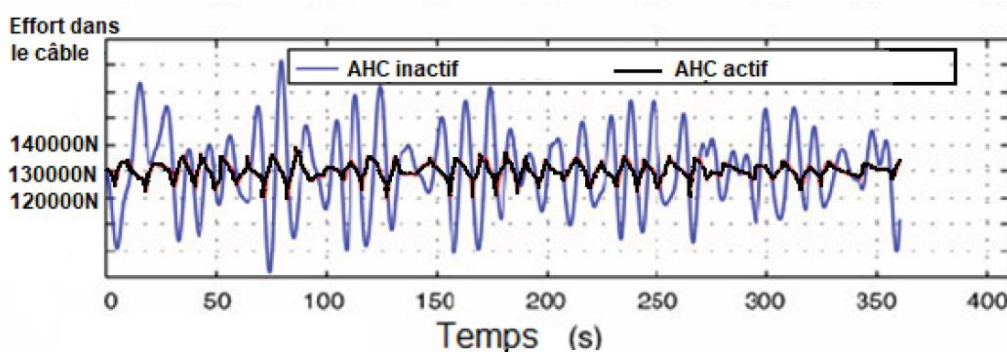


Figure 18 Essai en conditions réelles du système actif

Q 25. Appliquer le théorème de la résultante dynamique au ROV ($\Sigma \overrightarrow{forces_{ext}} = m \cdot \vec{a}$) en projection sur l'axe vertical ascendant et en déduire la relation entre $T(t)$, action du câble sur le ROV, la masse M_{ROV} du ROV, g , l'accélération de la pesanteur, et $\Delta \ddot{y}(t)$, l'accélération du ROV sur l'axe vertical ascendant.

Q 26. Déterminer analytiquement l'expression de $\Delta y(t)$ en fonction de M_{ROV} , masse du ROV et ω , pulsation de la houle. Les constantes d'intégration seront considérées nulles et on prendra $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Calculer la pulsation ω exprimée en rad·s⁻¹ et conclure quant au respect de l'exigence Id 1.1 du cahier des charges pour cet essai.

V Conclusion sur la problématique

Q 27. La validation des performances de l'AHC à partir de la mesure expérimentale de la figure 18 est-elle suffisante ? Une réponse justifiée et argumentée est attendue. Dans le cas d'une réponse négative, une démarche permettant la validation de l'exigence Id 1.1 est attendue.

Problème 11 : manipulateur Festo (mines mp 2020)

I - Introduction

La production industrielle fait largement appel aux robots ; ceux-ci constituent un investissement coûteux. La rapidité d'évolution des objets produits et les exigences de rentabilité justifient d'employer des solutions de production flexibles, de sorte à adapter au plus vite les outils aux nouveaux produits. C'est précisément pour répondre à ces exigences que FESTO, un des leaders mondiaux de systèmes d'automatisation pneumatiques et électriques, a développé un manipulateur à grande vitesse pour des opérations dynamiques de manipulation et d'assemblage de petites pièces (figure 1).

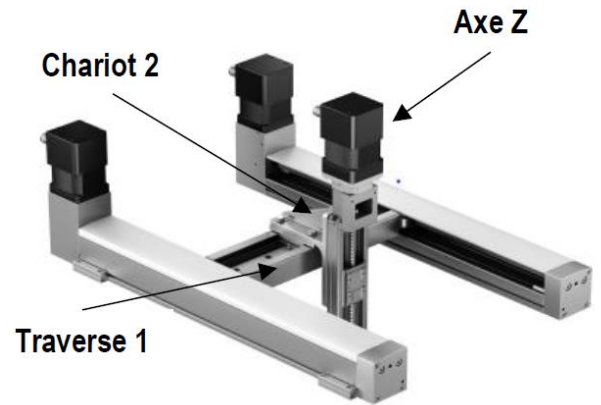


Figure 1 : L'EXM-30 muni d'un troisième axe (vertical)

Ce robot cartésien deux axes (en robotique, un axe désigne un ensemble formé d'un actionneur, d'un effecteur et de la chaîne de transmission de puissance entre les deux) permet à un chariot d'atteindre une position quelconque dans un plan délimité par les dimensions du manipulateur. La cinématique est assurée par deux moteurs pas à pas qui entraînent une seule courroie crantée comme illustré sur la figure 2 et sur l'annexe 1.

On propose ici d'étudier la faisabilité d'utiliser le manipulateur EXCM-30, muni d'un troisième axe de translation (appelé par la suite « axe Z ») fixé sur le chariot pour mouvoir une unité de vissage/dévissage (appelée par la suite « visseuse ») sur une unité de production automatisée (figure 3).

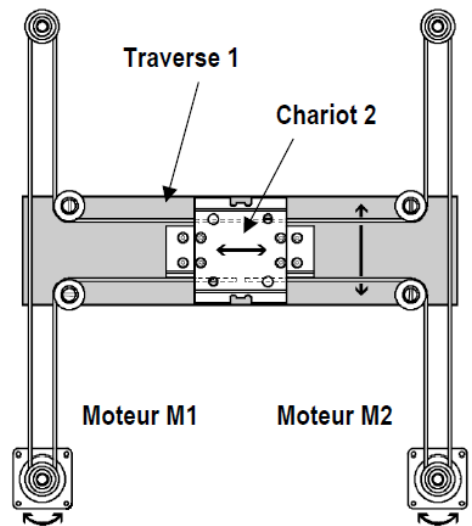


Figure 2 : le chariot du EXCM-30 est mû par deux moteurs et une courroie crantée

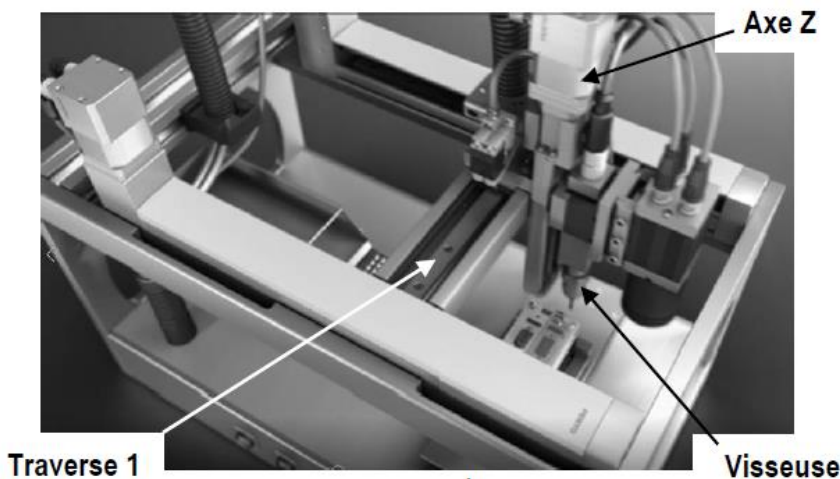


Figure 3 : poste de vissage

I.A – Cahier des charges

Le manipulateur, muni de l'axe Z sur lequel est adaptée la visseuse, est intégré à un ensemble de production. Pour être sûr que les opérations de vissage se déroulent sans problèmes, de manière à ne pas perturber la cadence de production, le client attend que le manipulateur respecte le cahier des charges partiel reporté dans le tableau 1.

Exigence client	Intitulé	Critère	Niveau
C.1	La précision de positionnement de chaque vis doit être suffisante.	Erreur statique de position sur chaque direction du plan	< 0,05 mm
		Dépassement	nul
C.2	La visseuse doit être déplacée dans un temps compatible avec les cadences de production.	Temps de déplacement d'un point à un autre	< 2 s

Tableau 1 : liste (non exhaustive) des exigences du poste de vissage

La société FESTO a par ailleurs défini un cahier des charges général du manipulateur, transversal à son implantation dans une quelconque entreprise (figure 4).

L'objectif de l'étude partiellement conduite ici est de proposer et valider des solutions constructives et des réglages du manipulateur EXCM-30 de sorte qu'il puisse convenir à l'utilisation prévue.

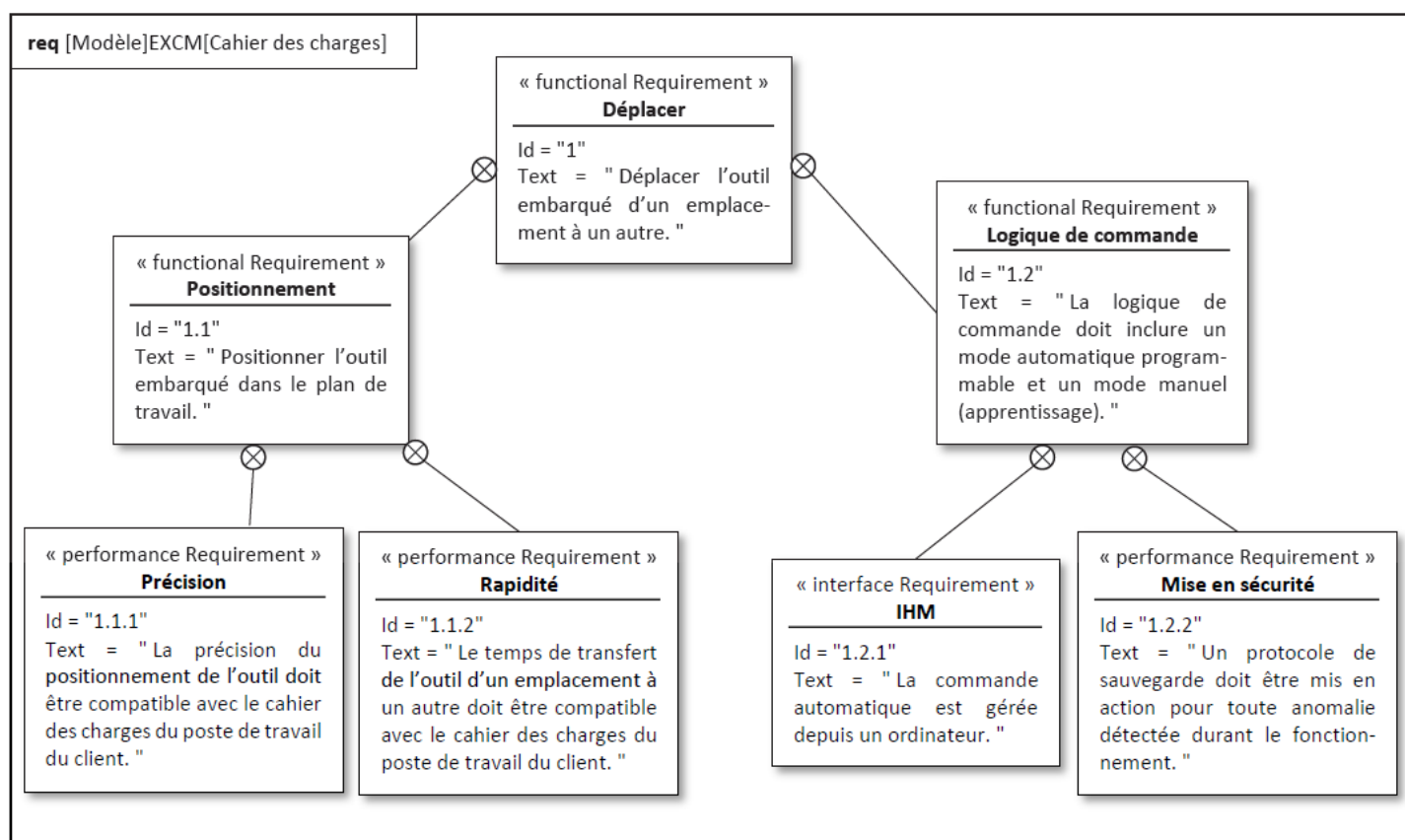


Figure 4 : diagramme partiel des exigences

I.B – Description du manipulateur

Le manipulateur (vue de dessus reportée en annexe 1) est constitué d'un chariot 2 se déplaçant en translation rectiligne selon la direction \vec{y} sur une traverse 1 ; celle-ci est en translation rectiligne selon la direction \vec{x} par rapport au bâti 0.

Une unique courroie crantée est utilisée pour transmettre les mouvements des poulies motrices P1 et P2 (solidaires respectivement des rotors des moteurs-freins M1 et M2) à la traverse 1 et au chariot 2.

Les extrémités de cette courroie sont liées au chariot 2 aux points A et L. Le choix de la transmission par poulies et courroie crantées est justifié pour supprimer tout glissement entre les poulies motrices et la courroie.

Les poulies P1, P2, P3 et P4 sont en liaison pivot avec le bâti 0, d'axe orienté par la direction \vec{z} ; les poulies P5, P6, P7 et P8 sont en liaison pivot avec la traverse 1, d'axe orienté par la direction \vec{z} .

II – Etablissement de la logique de commande

L'objectif de cette partie est de vérifier que la logique de commande respecte bien certaines exigences du cahier des charges.

Exigence	Intitulé	Critère	Niveau
Id.1221	Le mode automatique ne peut être enclenché qu'après un retour en position initiale.	Accès au mode automatique par action sur le bouton poussoir « dep »	Inopérant tant que le manipulateur n'est pas en position initiale
Id.1222	Sur demande de l'opérateur, quelle que soit sa position courante, le chariot doit retourner en autonomie à la position initiale.	Retour du chariot en position initiale par action sur le bouton poussoir « ret_pi »	Uniquement à partir d'un état d'immobilité du manipulateur

Tableau 2 : liste(non exhaustive) des exigences du poste de vissage

II.A – Description du processus normal

Le fonctionnement normal du manipulateur, décrit dans le diagramme d'états reporté sur la figure 5, comprend les états suivants :

- Attente : le manipulateur est sous tension et immobile ;
- Mode manuel : l'opérateur peut commander directement chaque axe motorisé ;
- Mode automatique : le manipulateur répète en continu le processus de vissage complet ;
- Retour en PI : le chariot du manipulateur revient en position initiale.

La description des variables logiques est reportée dans le tableau 3.

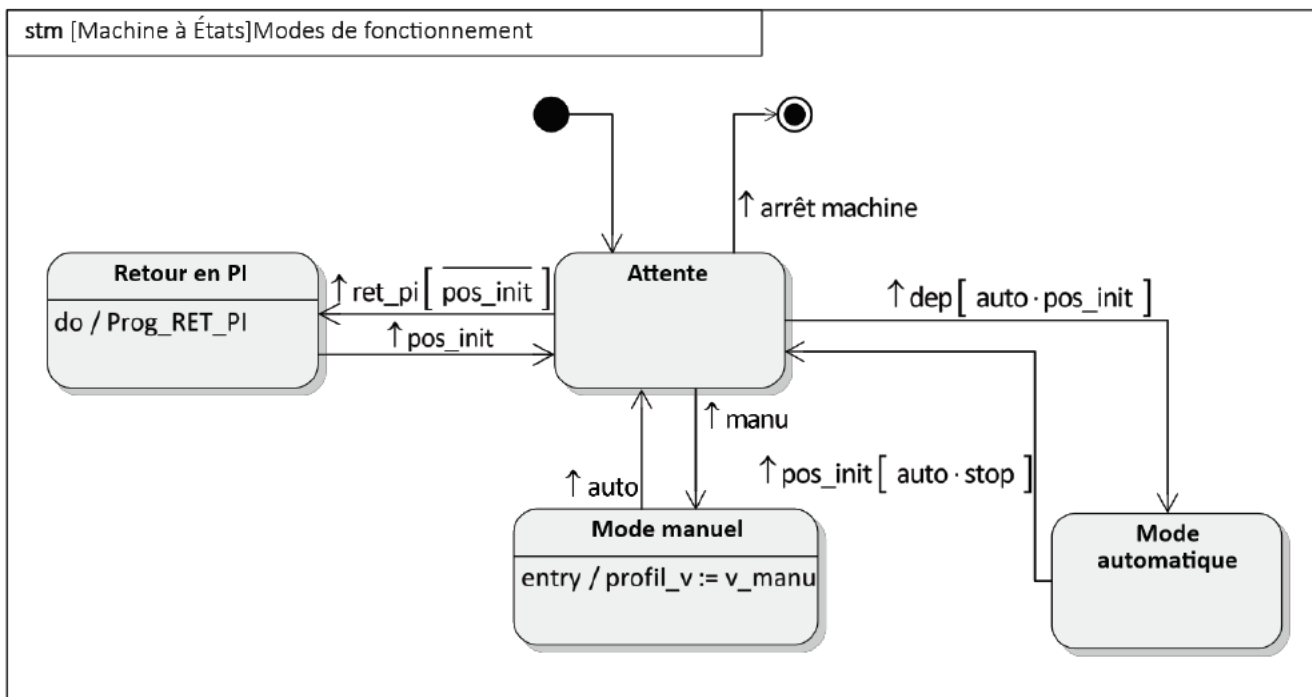


Figure 5 : diagramme d'états

Variable	Description	Variable	Description
pos_init	manipulateur en position initiale	manu	mode de fonctionnement manuel
profil_v	précise la loi de commande des moteurs = v_maxi : évolution à vitesse maxi = v_mini : évolution à vitesse lente = v_manu : vitesse choisie par l'opérateur = auto : vitesse déterminée par logiciel	auto	mode de fonctionnement automatique <i>Le choix du mode de fonctionnement est réalisé par un sélecteur à 2 positions stables</i>
Prog_RET_PI	exécution du programme de retour en position initiale	dep	départ en mode automatique
ret_pi	retour en position initiale demandé	stop	arrêt demandé (<i>variable mémorisée</i>)

Tableau 3 : variables utilisées dans le diagramme d'états

On estime à trois secondes (3 s) la durée fixe de l'ensemble des opérations commandées par le programme de retour en position initiale (Prog_RET_PI).

- Q1.** Compléter sur le document-réponses le chronogramme indiquant les états successifs de l'EXCM-30. Conclure quant au respect de l'exigence 1.2.2.1 du cahier des charges.

II.B – Elaboration des consignes articulaires

Le pilotage du manipulateur est effectué en envoyant des consignes de position angulaire aux moteurs (appelées consignes articulaires). La connaissance de la position du chariot en fonction des consignes articulaires s'appelle en robotique le modèle géométrique direct.

Le modèle géométrique inverse est utilisé par la partie commande pour déterminer les consignes articulaires à partir de la trajectoire que doit emprunter le chariot.

Pour l'élaboration de ces modèles, on formule les hypothèses que la courroie crantée est inextensible et qu'il n'y a pas glissement entre la courroie et les poulies.

II.B.1 – Modèle géométrique direct

Le paramétrage du manipulateur est reporté en annexe 1.

Dans la suite, pour simplifier les calculs, on ne prend pas en compte les longueurs des portions de la courroie enroulées sur les poulies (ces longueurs étant constantes). La position du chariot dans le plan est connue à partir de la détermination des longueurs l_{x_2} et l_{y_2} des brins de courroie entre respectivement les points (I ; J) et (K ; L) (annexe 1). La construction à une unique courroie impose alors les contraintes géométriques suivantes entre les longueurs des brins de la courroie (L_x , L_y étant des constantes connues).

$$\left| \begin{array}{l} l_{x_1} + l_{x_3} = L_x \\ l_{y_1} + l_{y_2} = L_y \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} l_{x_1} = l_{x_2} \\ l_{x_3} = l_{x_4} \end{array}$$

À partir d'une position quelconque du chariot, on introduit une variation de position $\Delta\theta_1$ (respectivement $\Delta\theta_2$) de la poulie motrice 1 (respectivement 2) entraînée par le moteur M_1 (respectivement M_2).

Il en découle des variations de longueur dans les brins de la courroie, représentées par des variables algébriques, notées respectivement Δl_{u_i} , $u \in \{x ; y\}$ et $i \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

Toutes les poulies sont de même rayon R_p .

- Q2.** En supposant la poulie motrice P2 arrêtée, analyser la conséquence de la rotation $\Delta\theta_1$ dans le sens positif de la poulie motrice P1, sur la longueur de la courroie entre les points A et D. En déduire une relation entre $\Delta\theta_1$, R_p , Δl_{x1} et Δl_{y1} . Procéder de même (en inversant les rôles des poulies motrices P1 et P2) pour obtenir une relation entre $\Delta\theta_2$, R_p , Δl_{x2} et Δl_{y2} .
- Q3.** A partir des équations de contrainte géométrique données précédemment, établir les quatre équations de contrainte géométrique entre les variations de longueur Δl_{u_i} .
- Q4.** Exprimer alors les variations de longueur Δl_{x2} et Δl_{y2} des brins de courroie en fonction de $\Delta\theta_2$, $\Delta\theta_1$ et R_p .

II.B.2 – Modèle géométrique inverse

- Q5.** À partir du résultat de la question précédente, exprimer les consignes articulaires $\Delta\theta_1$ et $\Delta\theta_2$ en fonction des variations de coordonnées du chariot données par Δl_{x2} et Δl_{y2} .
- Q6.** Indiquer quel(s) moteur(s) doit (doivent) tourner pour obtenir un déplacement longitudinal du chariot caractérisé par : $\Delta l_{x2} > 0$ et $\Delta l_{y2} = 0$. Le cas échéant, préciser le sens de rotation (les valeurs des vitesses de rotation ne sont pas demandées).

II.C – Vérification du programme « Retour en position initiale »

La position initiale du chariot est située dans le coin de l'espace de travail de coordonnées $(x_mini ; y_mini)$ (voir figure du document-réponses). Durant toute la phase de retour en position initiale, on admet que chaque moteur peut être soit bloqué en position, soit en rotation dans le sens positif ou dans le sens négatif, à vitesse constante. La valeur absolue de cette vitesse de rotation est identique pour les deux moteurs.

Le programme de retour du chariot en position initiale est reporté sur l'algorithme de la figure 6, la définition des variables étant visible dans le tableau 4. L'annexe 2 contient une description des symboles utilisés dans l'algorithme.

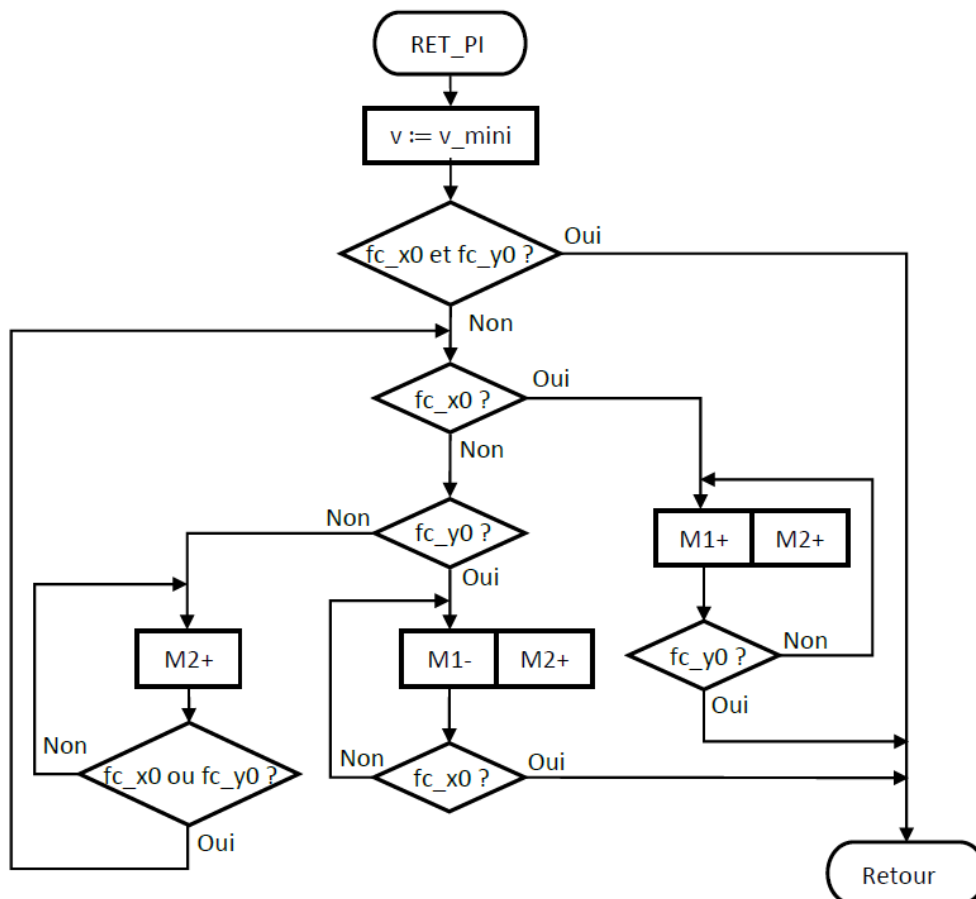


Figure 6 : processus de retour en position initiale

Variable	Description	Variable	Description
v_mini	progression des axes à vitesse lente		
M1-	Rotation moteur M1 dans le sens négatif	M1+	Rotation moteur M1 dans le sens positif
M2-	Rotation moteur M2 dans le sens négatif	M2+	Rotation moteur M2 dans le sens positif
fc_x0	traverse en fin de course de coordonnée minimale sur la direction \vec{x}	fc_x1	traverse en fin de course de coordonnée maximale sur la direction \vec{x}
fc_y0	chariot en fin de course de coordonnée minimale sur la direction \vec{y}	fc_y1	chariot en fin de course de coordonnée maximale sur la direction \vec{y}

Tableau 4 : variables utilisées dans l'algorithme

Q7. À partir de la position du chariot (figure du document-réponses), représenter à l'aide de flèches sur le document-réponses la trajectoire que doit prendre le chariot pour rejoindre la position initiale. Vous justifierez votre réponse par l'analyse de l'algorithme figure 6.

III– Commande des axes du manipulateur

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de connaissance du manipulateur en vue d'élaborer des lois de commande des axes.

Pour toute cette partie, dans un souci de simplification des calculs, on pose les conditions de fonctionnement suivantes (figure 7) :

- le mouvement de l'axe Z est bloqué sur le chariot 2 ;
- l'axe Y est positionné dans le plan médian du manipulateur et est bloqué sur la traverse 1 ;
- le mouvement de l'ensemble $E = \{\text{traverse 1 ; chariot 2 ; axe Z ; visseuse}\}$ est une translation rectiligne de direction \vec{x} .

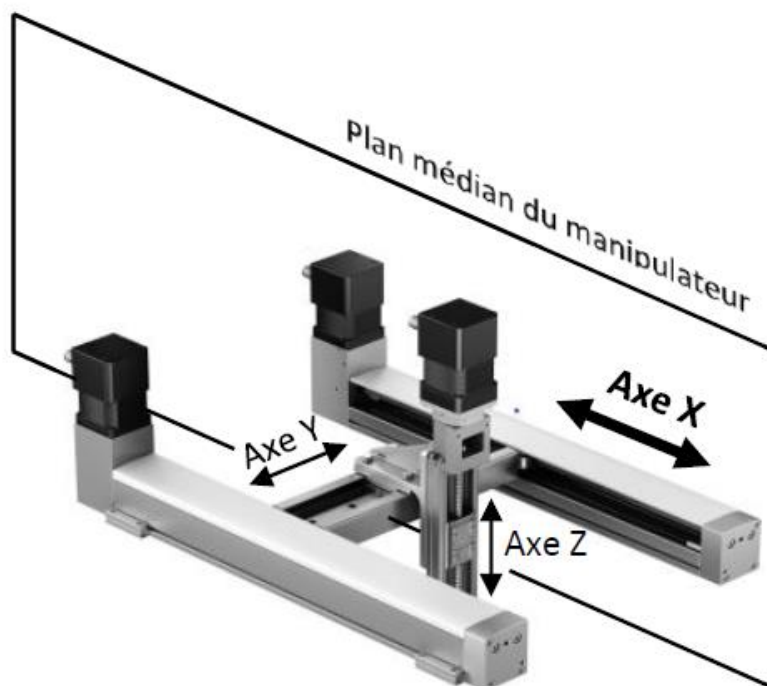


Figure 7 : configuration du manipulateur dans le plan médian longitudinal

Compte tenu de la symétrie matérielle, le système est équivalent à un axe linéaire (appelé « axe X » dans cette partie de l'énoncé) composé d'un moteur pas à pas qui entraîne l'ensemble $E = \{\text{traverse ; chariot ; axe Z ; visseuse}\}$ à l'aide d'une transmission par poulies-courroie comme le montre la figure 8.

III.A – Modèle de la partie mécanique du manipulateur

Comme indiqué dans la présentation, le manipulateur FESTO est souvent employé dans des applications industrielles nécessitant une très grande précision. Pour respecter ce critère, l'asservissement en position doit intégrer toutes les sources d'erreurs liées au positionnement du manipulateur. Dans ce cas d'étude, il n'est donc pas possible de considérer a priori la courroie comme étant inextensible.

Pour prendre en compte l'élasticité de la courroie, une approche discrète de celle-ci est envisagée. On modélise chaque tronçon de courroie par un ressort de masse négligeable, l'ensemble E étant relié à la courroie au point K (figure 8).

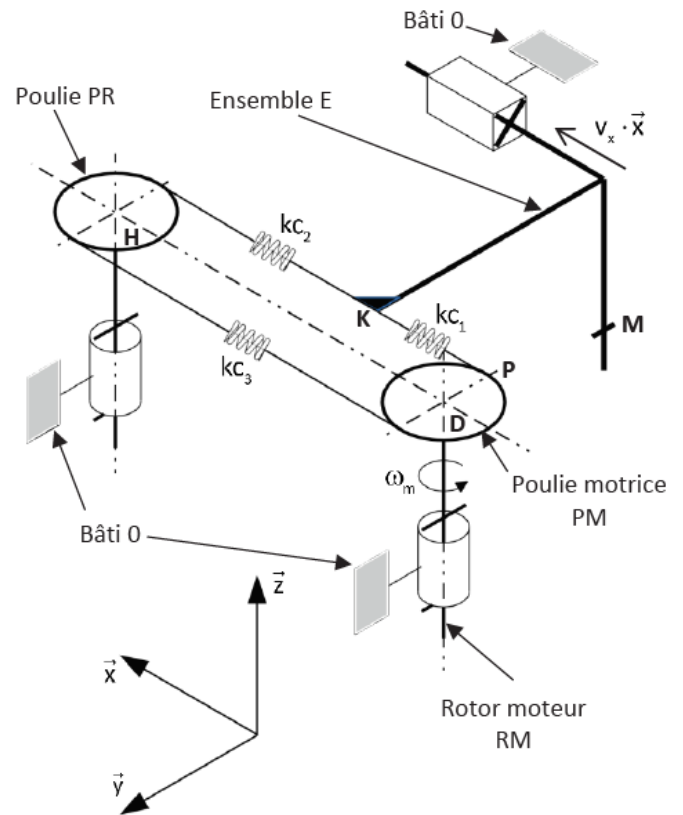


Figure 8 : modèle simplifié du manipulateur

Notations :

- v_x : vitesse de translation de l'ensemble E par rapport au référentiel bâti 0
- v_c : vitesse de translation du point P de la courroie par rapport au référentiel bâti 0
- ω_m : vitesse de rotation de la poulie motrice PM par rapport au référentiel bâti 0
- c_m : couple exercé par la stator sur le rotor moteur RM
- t_c : action de la courroie sur l'ensemble E

III.A.1 – Détermination de la raideur équivalente de la courroie

Dans cette partie, l'objectif est de déterminer un modèle équivalent à l'ensemble des tronçons souples de la courroie.

Dans le but d'évaluer l'influence de l'élasticité de la courroie sur la précision de positionnement du manipulateur, les hypothèses suivantes sont retenues :

- les dissipations d'énergie sont négligées ;
- seule l'élasticité de la courroie est prise en compte, les autres éléments sont considérés comme des solides indéformables ;
- la masse et l'inertie de la courroie sont négligeables devant les masses et inerties des autres solides.

Dans un premier temps, on détermine un modèle simplifié de l'ensemble poulies-courroie sous forme d'un ressort équivalent, seul lien entre la poulie motrice et l'ensemble E (figure 9).

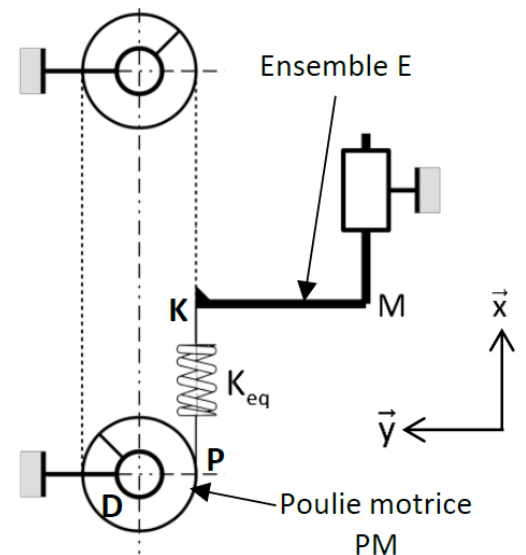


Figure 9 : modèle simplifié de la chaîne de positionnement

III.A.1.1 – Calculs préliminaires

Pour déterminer la raideur K_{eq} du ressort équivalent, on s'appuie sur les trois modèles suivants (figure 10).

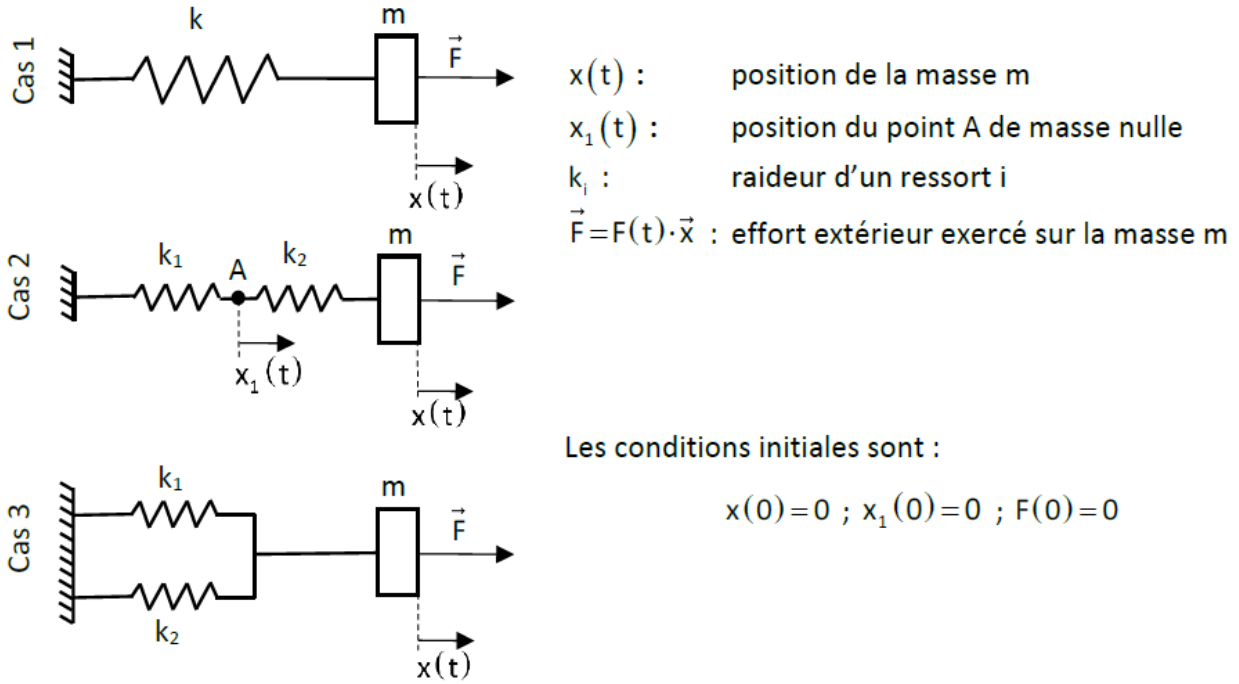


Figure 10 : cas d'étude de la configuration de ressorts en série ou en parallèle

Q8. Pour le cas 2 (figure 10), déterminer par application du Principe fondamental de la statique, l'expression de la raideur k (cas 1) en fonction de k_1 et k_2 qui donnerait un déplacement identique $x(t)$ de la masse m pour un même effort F . Procéder de même pour le cas 3.

III.A.1.2 – Détermination du modèle équivalent

Compte-tenu de leur faible valeur, la masse et l'inertie de la poulie PR (figure 8) sont négligées dans la détermination de la raideur équivalente.

Q9. Par application du théorème du moment statique à la poulie PR en H et en projection suivant la direction \vec{z} , montrer que les ressorts kc_2 et kc_3 (figure 8) sont en série.

Q10. En déduire la raideur équivalente K_{eq} de l'ensemble poulies-courroie.

III.A.2 – Modèle de connaissance de la partie mécanique du manipulateur

Dans cette partie, l'objectif est de justifier le modèle proposé.

La figure 11 représente le schéma-blocs fonctionnel correspondant au modèle discret retenu pour cette étude.

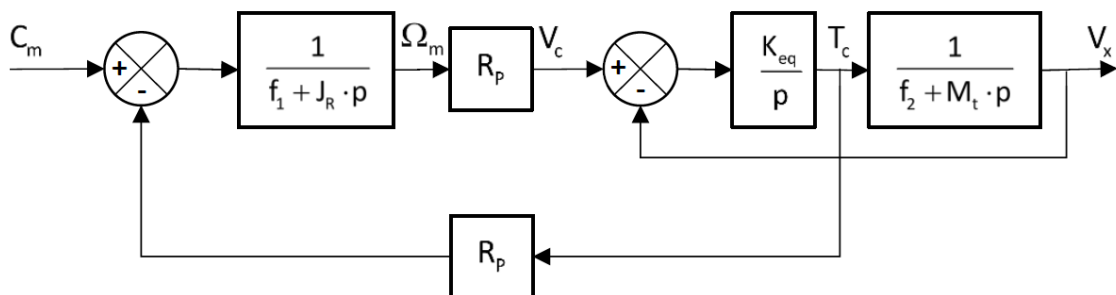


Figure 11 : schéma-blocs du modèle simplifié du manipulateur

Notations :

- p la variable de Laplace
- R_p le rayon des poulies
- f_1 le coefficient de frottement visqueux modélisant les dissipations dans l'ensemble {moteur ; transmission par poulies-courroie}, ramenées à l'axe moteur, en $N.m.rad^{-1}.s$
- J_R le moment d'inertie de l'ensemble {rotor moteur RM ; poulie motrice PM} (l'inertie de la poulie PR et les masses des tronçons de la courroie sont négligées)
- M_t la masse totale de l'ensemble $E = \{\text{traverse ; chariot ; axe Z ; visseuse}\}$
- f_2 le coefficient de frottement visqueux de la liaison glissière en $N.m^{-1}.s$

Q11. Déterminer analytiquement l'expression de la fonction de transfert $(p) = \frac{V_x(p)}{C_m(p)}$. Exprimer $H(p)$ sous la forme $\frac{R_p K_{eq}}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3}$ et donner les expressions des coefficients a_i .

Une résolution numérique permet de déterminer les pôles p_i de $H(p)$. La représentation de ces pôles dans le plan complexe est reportée dans la figure 12.

Q12. À partir de la représentation de ses pôles dans le plan complexe, justifier que la fonction de transfert $H(p)$ peut être approchée par une fonction de transfert du premier ordre.

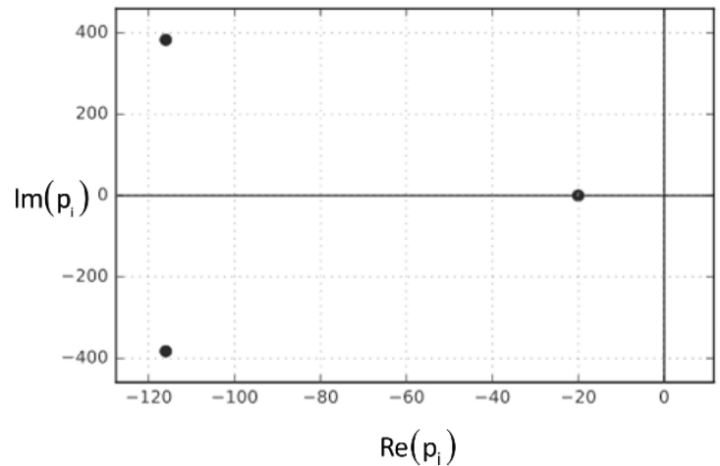


Figure 12 : lieu des pôles de $H(p)$

On note $H_a(p) = \frac{K_a}{1 + \tau_a p}$ la fonction de transfert approchée du premier ordre de $H(p)$.

Q13. En supposant que la raideur équivalente K_{eq} est grande, montrer que la fonction de transfert approchée $H_a(p)$ est indépendante de K_{eq} .

III.A.3 – Conclusion partielle

L'étude faite ici montre que l'élasticité de la courroie n'est pas un élément prépondérant du comportement mécanique du manipulateur. Il faudra toutefois vérifier que le comportement oscillant associé ne nuit pas aux critères de précision et d'amortissement du cahier des charges.

III.B – Etude de la commande

L'objectif de cette partie est de proposer les réglages de la structure de commande de la motorisation des axes du manipulateur

III.B.1 – Principe de commande des moteurs

Les actionneurs choisis par la société FESTO pour entraîner la courroie crantée sont des moteurs électriques pas à pas.

La particularité des moteurs pas à pas est qu'ils assurent un déplacement angulaire fixé à chaque envoi d'une impulsion électrique dans leur circuit de commande.

À l'origine, ces moteurs sont faits pour être commandés en boucle ouverte ; en effet, chaque impulsion envoyée générant une rotation d'un pas du moteur, il suffit en théorie d'effectuer un comptage des impulsions pour connaître la position angulaire du rotor du moteur. Dans la pratique, lorsque le couple résistant devient trop important par rapport aux capacités du moteur, il apparaît un ou plusieurs « sauts » de pas. En boucle ouverte, ces erreurs ne sont pas rattrapables.

Actuellement, les progrès de l'électronique permettent de commander les moteurs pas à pas en « micro-pas » ; ainsi, les moteurs choisis par FESTO pour l'EXCM-30 sont pilotés selon un échantillonnage de 2 000 pas par tour. En conséquence, la commande de ces moteurs contient une boucle tachymétrique et une boucle de position, cette dernière permettant de « récupérer » les éventuels sauts de pas.

Le cahier des charges partiel spécifique à cette commande est reporté dans le tableau 5 ci-dessous.

Exigence	Intitulé	Critère	Niveau
Id 1.1.1	La précision de la commande en position doit être compatible avec les exigences du client.	Erreur statique de position pour une entrée en échelon, selon chaque direction du plan	< 0,05 mm
		Dépassement	nul
Id 1.1.2.1	La dynamique du chariot doit être contrôlée.	Erreur statique de vitesse pour une entrée en échelon de la boucle tachymétrique	nulle
		Rapidité de la boucle tachymétrique	$t_{5\%} \leq 30$ ms
		Stabilité de la commande asservie en position <ul style="list-style-type: none"> • Marge de gain • Marge de phase 	≥ 10 dB ≥ 40 degrés

Tableau 5 : cahier des charges partiel de la commande des axes

III.B.2 – Modèle de connaissance simplifié

La rotation du rotor d'un moteur est obtenue selon le processus décrit ci-après (figure 13). Les impulsions de commande (déclenchant chacune la rotation d'un pas du moteur) sont élaborées dans l'oscillateur contrôlé en tension (OCT) selon une fréquence proportionnelle à la tension fournie $u_f(t)$. Un translateur et un module de puissance sont alors chargés d'alimenter les différentes bobines du moteur pas à pas de sorte à obtenir les rotations attendues.

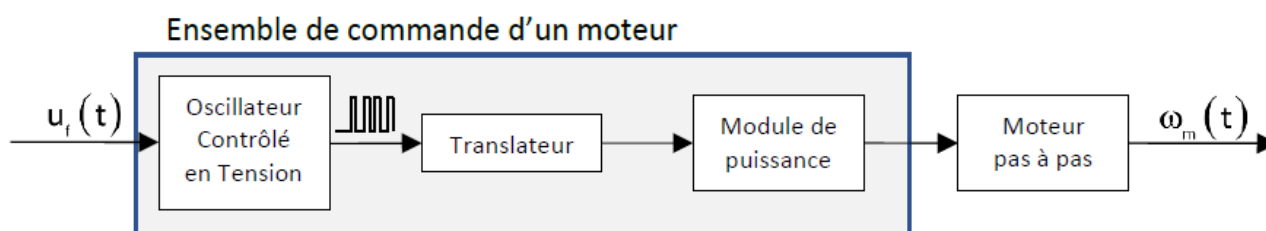


Figure 13 : schéma structurel de commande en tension d'un moteur pas à pas

Attendu que la tension $u_f(t)$ définit la fréquence des impulsions produites par l'OCT, donc la fréquence des déplacements du rotor du moteur, on peut considérer l'ensemble comme une solution de commande de la vitesse de rotation du moteur (entraînant le chariot et sa charge).

Compte-tenu des caractéristiques des différents composants, on adopte un modèle simplifié de l'ensemble {commande du moteur ; moteur} sous forme d'une fonction de transfert du premier ordre

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_f(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$$

Le schéma général envisagé de la commande est alors celui reporté dans la figure 14.

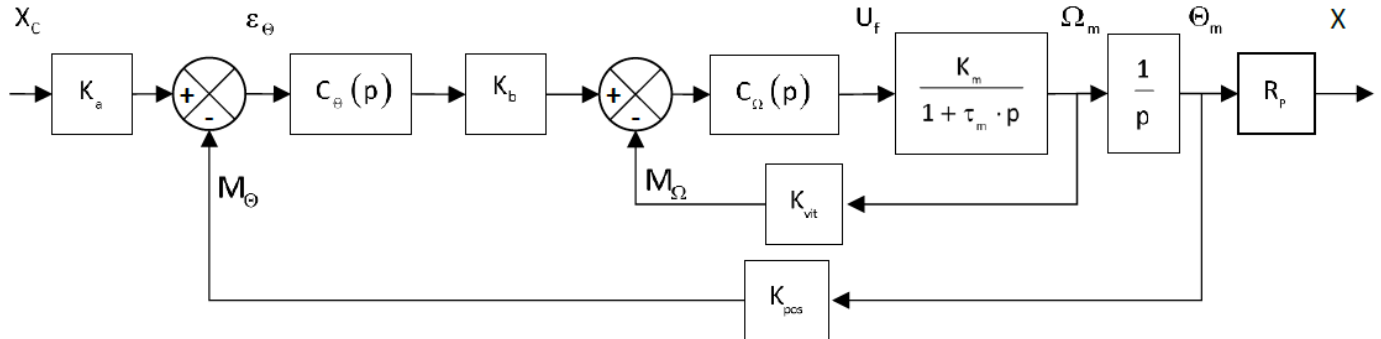
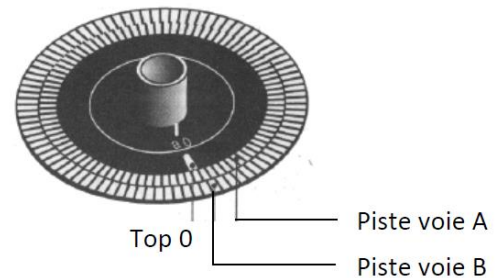


Figure 14 : schéma générale de la commande d'un axe

Les données et variables utilisées sont définies comme suit :

- $K_m = 0.25 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ et $\tau_m = 0.5 \text{ s}$
- K_a adaptateur de la commande en position
- K_b adaptateur de la commande en tachymétrie
- K_{vit} gain de la chaîne d'acquisition tachymétrique
- K_{pos} gain de la chaîne d'acquisition de position
- $R_p = 5 \text{ mm}$
- M_Ω mesure de la vitesse de rotation du rotor moteur
- M_θ mesure de la position angulaire du rotor moteur
- $C_\Omega(p)$ fonction de transfert du correcteur de la boucle tachymétrique
- $C_\theta(p)$ fonction de transfert du correcteur de la boucle de position angulaire

Le capteur permettant de mesurer la position angulaire du moteur est un codeur incrémental optique à deux voies de mesure (figure 15). Le disque lié au rotor du moteur est muni de deux pistes de 500 fentes chacune, décalées d'un quart de pas l'une par rapport à l'autre.



L'électronique du capteur comptabilise en points les impulsions liées aux fronts montants et aux fronts descendants signaux des voies A et B. On en déduit la vitesse de rotation du rotor moteur.

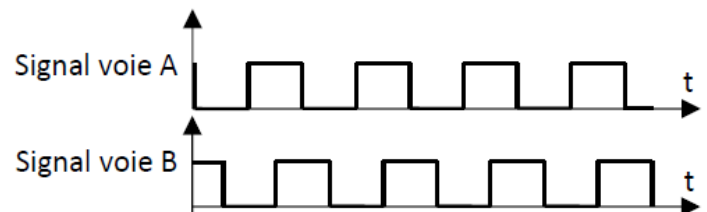


Figure 15 : principe de construction du codeur incrémental

III.B.3 – Précision de la mise en position de l'axe

- Q14.** Déterminer le gain K_{pos} de la chaîne d'acquisition de la boucle de position en points par radian.
- Q15.** Déterminer le gain K_a de l'adaptateur nécessaire à un bon réglage de l'asservissement de position.

Le moteur pas-à-pas est commandé avec une résolution $N_{pas} = 2\,000$ pas par révolution de son axe.

- Q16.** À partir de la résolution de la commande du moteur (sans prendre en compte la chaîne d'acquisition), déterminer la précision de positionnement en millimètres de la traverse par rapport au bâti. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

III.B.4 – Réglage de la boucle tachymétrique

Après une manipulation du schéma-blocs, la boucle tachymétrique de la commande de l'axe asservi prend la forme simplifiée reportée sur la figure 16.

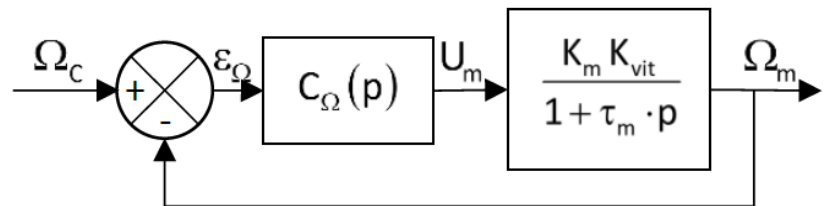


Figure 16 : schéma-blocs de la boucle tachymétrique

Dans un premier temps, on considère la boucle sans correction : $C_{\Omega}(p) = 1$.

- Q17.** Déterminer l'erreur statique de vitesse $\varepsilon_{\Omega\infty}$ pour une entrée en échelon unitaire de la boucle tachymétrique. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Pour pallier le problème identifié, on adopte un correcteur de fonction de transfert

$$C_{\Omega}(p) = K_{cor\Omega} \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

avec $T_i = 0.4$ s. Les réponses à une commande en échelon de vitesse de 20 rad/s de la boucle tachymétrique pour différentes valeurs du gain $K_{cor\Omega}$ sont reportées sur la figure du document-réponses.

- Q18.** Justifier l'utilisation d'un tel correcteur dans le cas présent.
- Q19.** En justifiant la réponse notamment à l'aide de tracés sur la figure du document-réponses, indiquer quelle(s) valeur(s) du gain $K_{cor\Omega}$ proposée(s) sur la figure permet(tent) de vérifier le cahier des charges de la boucle tachymétrique.

III.B.5 – Réglage de la boucle de position

La boucle tachymétrique est maintenant supposée correctement réglée. On analyse maintenant les performances de la boucle de position non corrigée ($C_{\theta}(p) = 1$)

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{bo_{\theta}}(j\omega)$ de la boucle de position (schéma-blocs de la figure 14) est reporté sur le document-réponses.

Pour les applications numériques à venir, on pourra adopter les valeurs approchées suivantes :

$$\sqrt{2} \approx 1.4 \quad ; \quad \sqrt{3} \approx 1.7 \quad ; \quad \sqrt{5} \approx 2.2 \quad ; \quad \sqrt{7} \approx 2.6 \quad ; \quad \sqrt{10} \approx 3.2$$

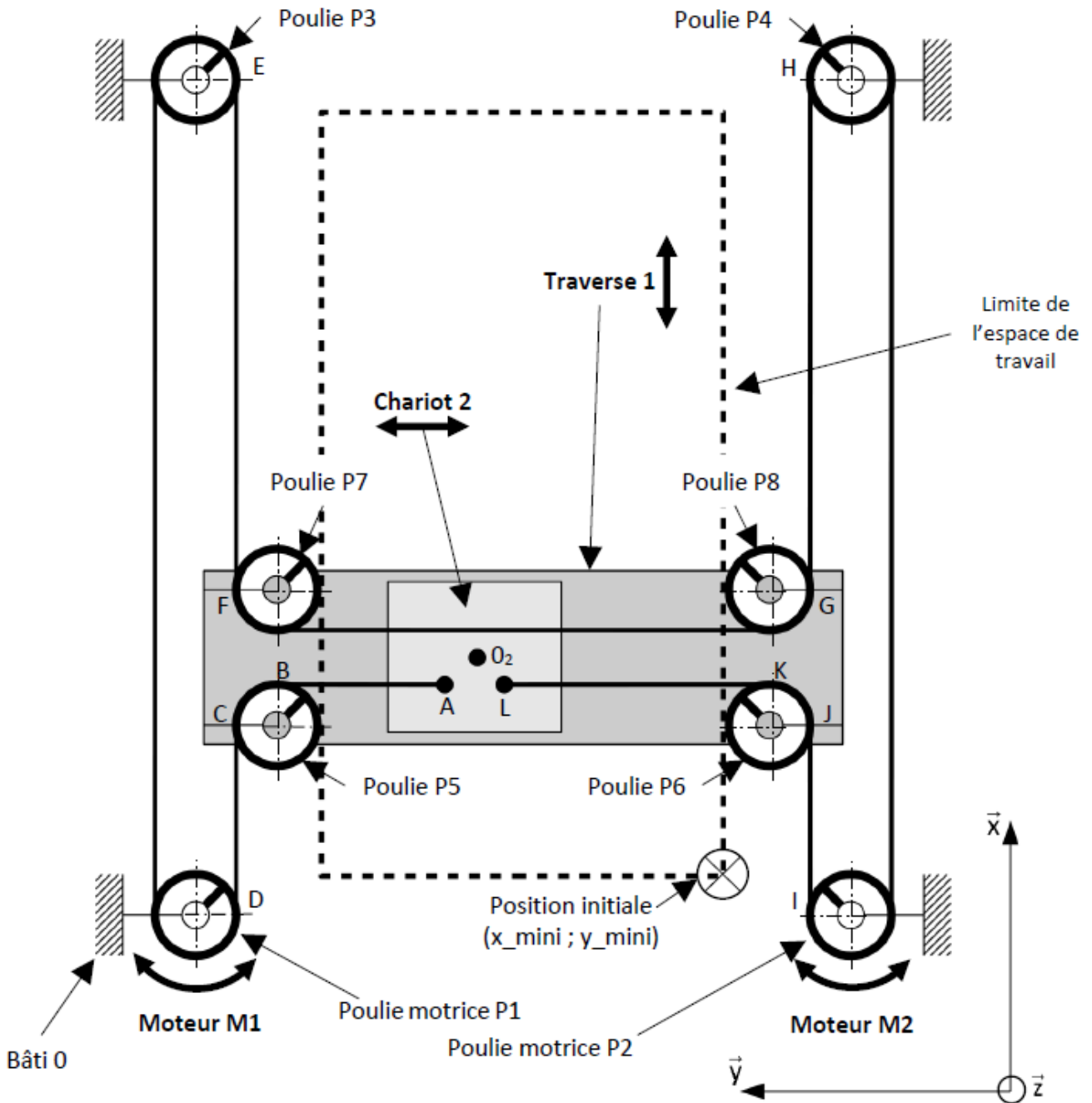
$$\log 2 \approx 0.3 \quad ; \quad \log 3 \approx 0.5 \quad ; \quad \log 5 \approx 0.7$$

- Q20.** *A partir du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo_\theta}(j\omega)$ (figure du document-réponses), tracer le diagramme asymptotique de cette fonction. Proposer une expression numérique de la fonction de transfert $H_{bo_\theta}(p)$.*
- Q21.** *Déterminer alors une expression numérique de la fonction de transfert en boucle fermée non corrigée de la boucle de position $H_{bf_\theta}(p)$. Préciser les valeurs approchées des paramètres caractéristiques de cette fonction de transfert.*

Pour la suite, on adopte un correcteur proportionnel ($C_\theta(p) = K_{cor\theta}$).

- Q22.** *À partir des résultats de la question 21, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de position $H_{bf_\theta}(p)$ en fonction de $K_{cor\theta}$. Déterminer la valeur maximale du gain $K_{cor\theta}$ du correcteur assurant le respect de l'exigence de dépassement du cahier des charges.*
- Q23.** *Superposer en couleur sur la figure du document-réponses le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $H_{bo_cor}(j\omega)$. Préciser l'allure des courbes de gain et de phase.*
- Q24.** *Justifier avec soin la stabilité en boucle fermée du modèle proposé. Puis, mettre en évidence et déterminer graphiquement sur la figure du document-réponses la marge de gain M_G et la marge de phase M_ϕ de la boucle de position corrigée. Conclure quant au respect de l'exigence de stabilité du cahier des charges.*
- Q25.** *Conclure quant à la validité de la commande de la boucle de position avec un correcteur proportionnel vis-à-vis du cahier des charges.*

ANNEXE 1 : vue de dessus du manipulateur



Remarque :


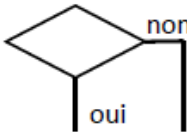
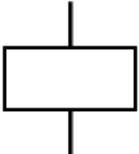
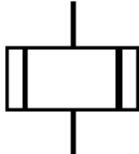


Les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} , à partir desquelles sont définies les variables utilisées dans l'ensemble de l'énoncé, sont représentées dans le coin inférieur droit de la figure ci-dessus.

La courroie crantée est considérée inextensible. Les points B à K reportés sur le schéma ci-dessus correspondent aux points de tangence de la courroie sur les différentes poulies.

On note la longueur des segments de la courroie de la manière suivante :

$CD = \ell_{x_1}$	$IJ = \ell_{x_2}$	$EF = \ell_{x_3}$	$GH = \ell_{x_4}$
$AB = \ell_{y_1}$	$KL = \ell_{y_2}$		

ANNEXE 2 : symboles des algorithmes

SYMBOLE	DÉSIGNATION	SYMBOLE	DÉSIGNATION
	Début ou fin d'un algorithme		Test ou branchement conditionnel Décision d'un choix parmi d'autres en fonction des conditions
	Symbole général de « traitement » Opération sur des données, instructions ou Opération pour laquelle il n'existe aucun symbole normalisé		Sous-programme Appel d'un sous-programme
	Liaison Les différents symboles sont reliés entre eux par des lignes de liaison. Le cheminement va de haut en bas et de gauche à droite. Un cheminement différent est indiqué à l'aide d'une flèche.		Commentaire

Problème 12 : Production électrique et régulation du réseau français (centrale psi 2011)

1.1.Introduction

Depuis la première ligne électrique construite en 1883 dans la Creuse, l'énergie électrique s'est considérablement répandue au cours du 20^e siècle jusqu'à devenir indispensable dans notre société moderne. Le tiers de l'énergie mondiale consommée est aujourd'hui électrique. La qualité et la disponibilité de l'énergie électrique sont devenues un enjeu social et économique majeur.

La difficulté essentielle dans la distribution électrique provient de l'incapacité à stocker cette énergie en grande quantité. Il faut ajuster en permanence la production à la consommation, elle-même relativement aléatoire.



Figure 1 Illustration du réseau électrique français

En France, trois entreprises majeures participent à la chaîne de production et de distribution électrique :

- Alstom, qui conçoit et réalise des unités de production électrique, notamment la turbine à vapeur étudiée ci-après ;
- EDF, qui exploite les unités de production et distribue l'énergie aux clients français ;
- RTE, qui exploite le réseau haute tension, gère les échanges aux frontières et régule la production électrique.

Ces entreprises sont garantes de la qualité du réseau électrique, c'est-à-dire :

- de la stabilité de la fréquence et de la tension sur le réseau (de forts écarts de fréquence peuvent conduire à des dysfonctionnements des appareillages, chez les particuliers comme les industriels) ;
- de la sûreté du réseau (un trop grand écart entre consommation et production électrique conduit à un délestage : le courant est coupé sur des zones géographiques entières).

La stabilité du courant étant d'autant meilleure que le réseau est grand, les pays européens ont élaboré un seul et unique réseau synchrone européen, facilitant l'échange d'énergie entre pays. En moyenne, 450 GW sont produits et consommés en Europe, dont 60 GW pour la France.

1.2 – Régulation du réseau

Le réseau électrique européen est constitué de sites producteurs et de sites consommateurs, reliés par un maillage de lignes électriques. La France compte chaque jour une centaine de sites de production en activité, exploitant différentes sources d'énergie primaire : le thermique nucléaire (76%), le thermique à flamme (le charbon, le gaz, le pétrole, soit 10,5%) et les énergies renouvelables (l'hydraulique, l'éolien et le solaire, soit 13,5%).

Pour la majeure partie de la production, l'énergie primaire est d'abord convertie en énergie mécanique de rotation, puis convertie en énergie électrique par un **alternateur**. La synchronisation de l'ensemble des éléments

producteurs à la fréquence du réseau permet de les considérer comme **cinématiquement liés** : l'ensemble des alternateurs de tous les sites de production ont exactement la même vitesse de rotation, qui correspond à la fréquence du réseau. Le réseau peut donc être modélisé par un seul arbre en rotation à la fréquence f , supportant tous les alternateurs.

L'Europe est découpée en zones géographiques (correspondant approximativement aux pays) pouvant fonctionner de façon autonome en cas de défaillance grave du réseau européen. Des règles d'échange entre zones permettent un fonctionnement global cohérent. Le sujet se limite au fonctionnement d'une seule zone géographique : la France.

Pour assurer une adéquation permanente et instantanée entre la production et la consommation, une régulation élaborée est nécessaire, localement sur les sites de production et globalement au niveau national (**figure 3**).

La régulation primaire permet d'adapter instantanément la production à la consommation, moyennant une petite variation de la fréquence. Une partie seulement des sites de production participe à la régulation primaire, correspondant à 10% de la production totale. Il n'y a pas de moyen direct de mesurer la consommation.

Lorsqu'une augmentation de la charge se produit, la fréquence sur le réseau va diminuer. Chaque site « *réglant* » mesure cette variation de fréquence et ajuste sa production en quelques dizaines de secondes.

Après stabilisation de la fréquence, il restera néanmoins un écart avec la fréquence nominale, proportionnel à l'écart entre la consigne de production nationale et la consommation nationale. Il s'agit du *statisme* du réseau. Pour que l'ensemble des régulations primaires assure une régulation cohérente du réseau, toutes les machines participant à la régulation doivent *se comporter de façon quasi-identique* pour éviter des transferts de puissance transitoires entre sites de production, qui pourraient déstabiliser le réseau.

La régulation secondaire vise à rétablir la fréquence nominale de 50 Hz en ajustant la consigne de production nationale. Un *centre de conduite* national assure cette régulation, qui s'opère sur une échelle de temps de quelques centaines de secondes. Il définit les consignes de puissance à produire pour chaque site, à partir de la mesure de la fréquence du réseau, des prévisions de consommation et des contrats d'exportation.

Les régulations primaire et secondaire sont utilisées quotidiennement pour s'adapter aux petites variations de consommation permanentes, mais sont dimensionnées pour pouvoir faire face à un incident majeur comme la perte brutale d'un site de production, soit 1,5 GW au maximum. Ce type d'incident ne doit pas conduire à un délestage.

1.3.Exigences en phase d'incident sur source de production

Un extrait du cahier des charges du système de production électrique est proposé tableau 1.

Exigences	Expression	Critère	Niveau
Ex	Transformer l'énergie primaire et distribuer l'énergie électrique de qualité aux clients	Puissance produite	Puissance moyenne : 60 GW, Puissance maximale : 90 GW
		Stabilité de la régulation de fréquence du réseau	$49,82 \text{ Hz} < f < 50,18 \text{ Hz}$, Marges de stabilité $MG > 33 \text{ dB}$, $M\varphi > 60^\circ$
		Précision de la régulation de fréquence du réseau	Système précis (50 Hz) et insensible à une perturbation de charge constante
		Temps maximal de retour à moins de 20 mHz de la fréquence nominale de 50 Hz	900 s
Ex2	Limiter les coûts de production	Rendement de l'outil de production	> 30%
Ex3	Assurer une disponibilité maximale de l'outil de production	Durée de vie des installations	40 ans

Tableau 1 Cahier des charges partiel

2. Validation des performances sur mesures expérimentales

La **figure 2** montre l'évolution de la fréquence, mesurée expérimentalement, suite à l'îlotage d'une unité de production (découplage du réseau pour l'arrêt de la production), soit un déséquilibre d'environ 900 MW entre production et consommation.

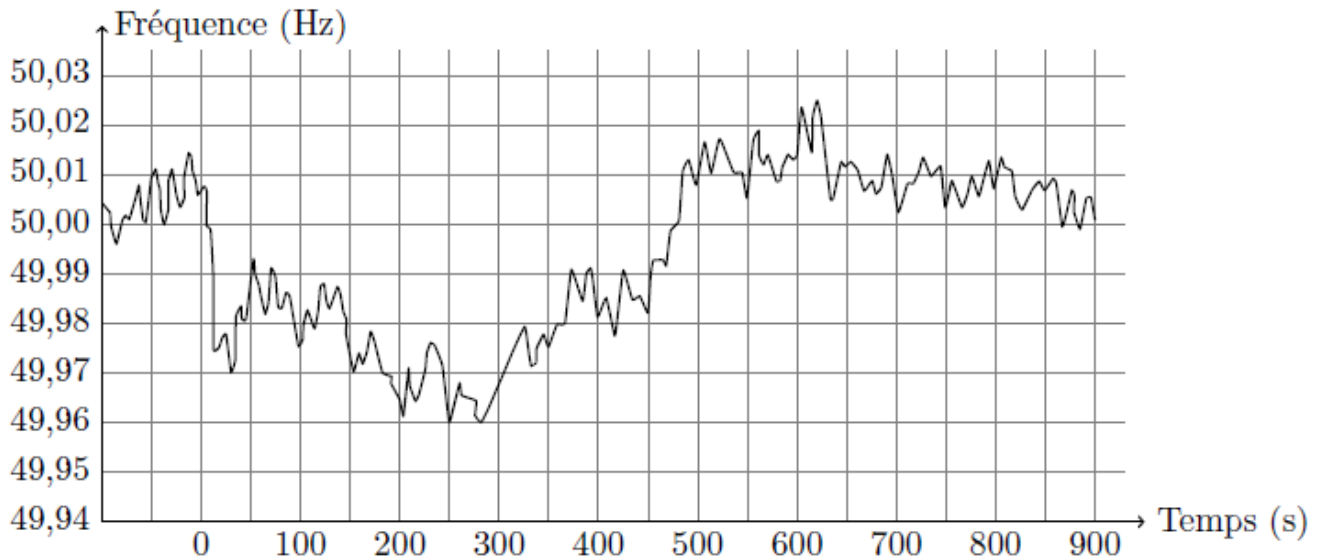


Figure 2 : Evolution de la fréquence suite à l'îlotage d'une unité de production de 900MW à $t = 0$

- Q1.** Indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être évalués à l'aide de cette courbe et s'ils sont satisfaits.

3. Validation des performances associées à l'exigence : Qualité de l'énergie électrique

Objectif : Élaborer un modèle du comportement dynamique du réseau afin de valider les performances associées à l'exigence de la qualité de l'électricité produite (**partie 3.3**). Ce modèle nécessite au préalable d'étudier les asservissements de fréquence et de puissance de chaque site de production (**partie 3.2**), en s'appuyant sur une modélisation de l'outil de production : la turbine vapeur (**partie 3.1**).

Le comportement dynamique global du réseau dépend d'une part du comportement des sites de production, et d'autre part des régulations mises en œuvre (**figure 3**). Les sites de production sont de natures très diverses et il n'est pas question dans le cadre de cette étude d'en proposer une modélisation exhaustive. Aussi, un seul site représentatif sera étudié et servira de base au modèle global.

La majeure partie de l'énergie électrique produite étant d'origine thermique, le site de production envisagé dans cette étude est une centrale thermique à flamme (**figure 4**) produisant en régime nominal 260 MW. Une chaudière à charbon dégage la chaleur utilisée pour produire de la vapeur. Des *turbines à vapeur* assurent la détente du cycle thermodynamique, et produisent l'énergie mécanique. Un alternateur lié à l'arbre des turbines convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.

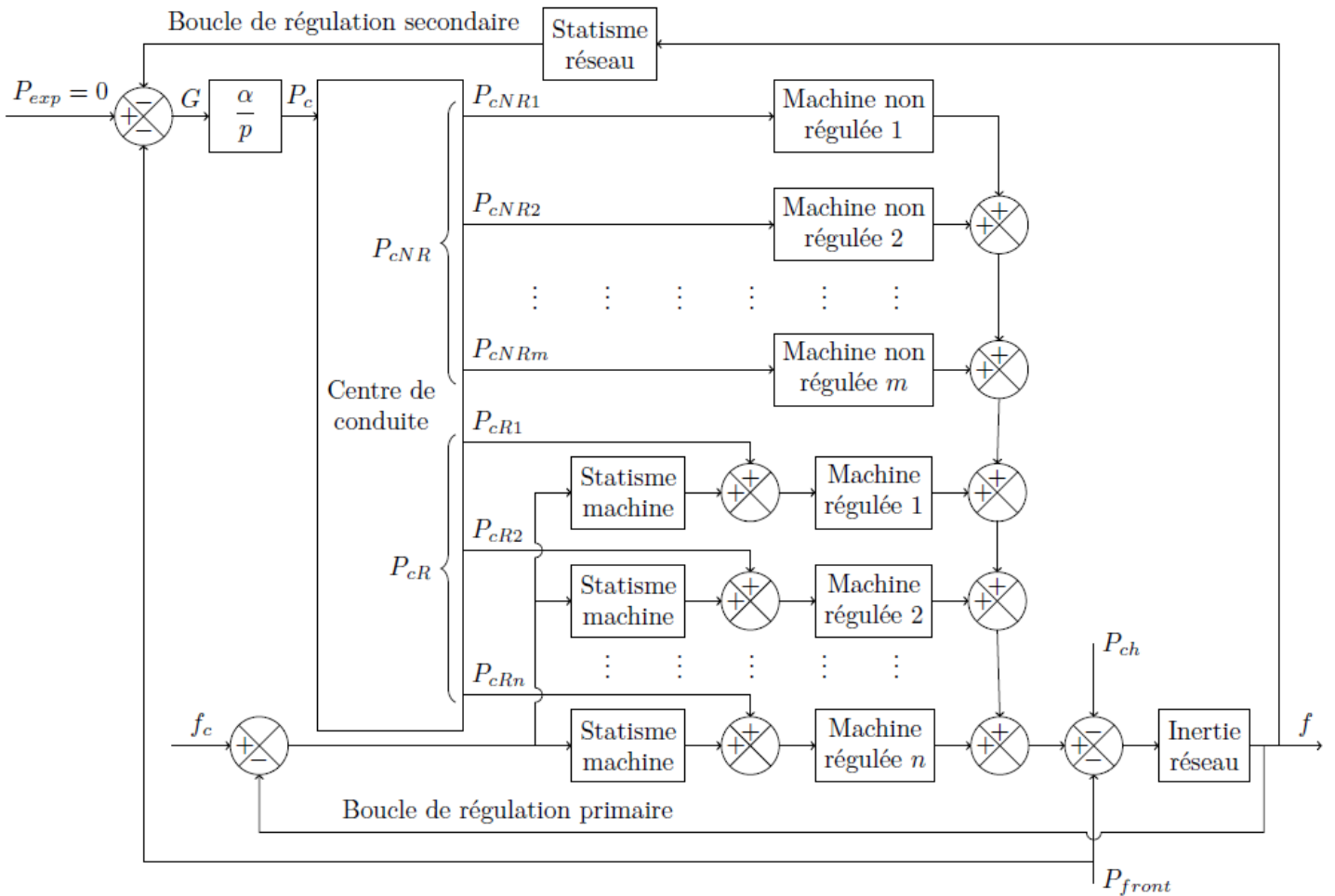


Figure 3 : Schéma bloc de la régulation primaire et secondaire du réseau français

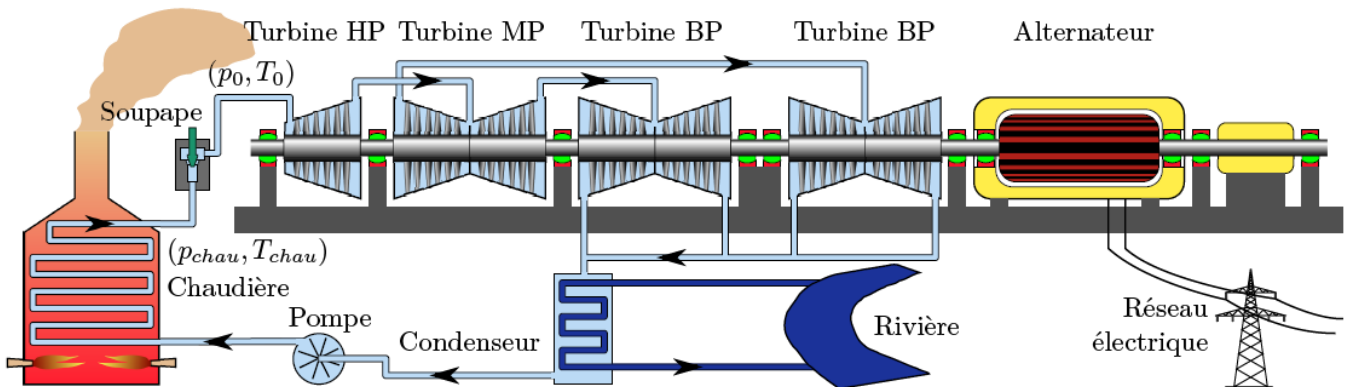


Figure 4 : Principe de fonctionnement d'une centrale thermique à flamme

Une partie commande régule la production électrique par l'intermédiaire de la soupape. Un modèle de régulation est indiqué sur le schéma bloc **figure 5**. La partie suivante vise à proposer un modèle de l'outil de production avant d'envisager la régulation du site.

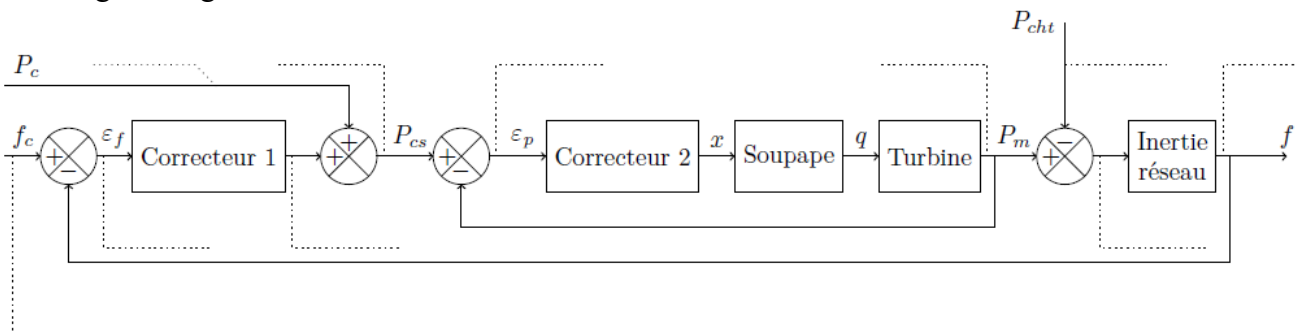


Figure 5 : Schéma bloc de la régulation en puissance et fréquence d'une turbine à vapeur

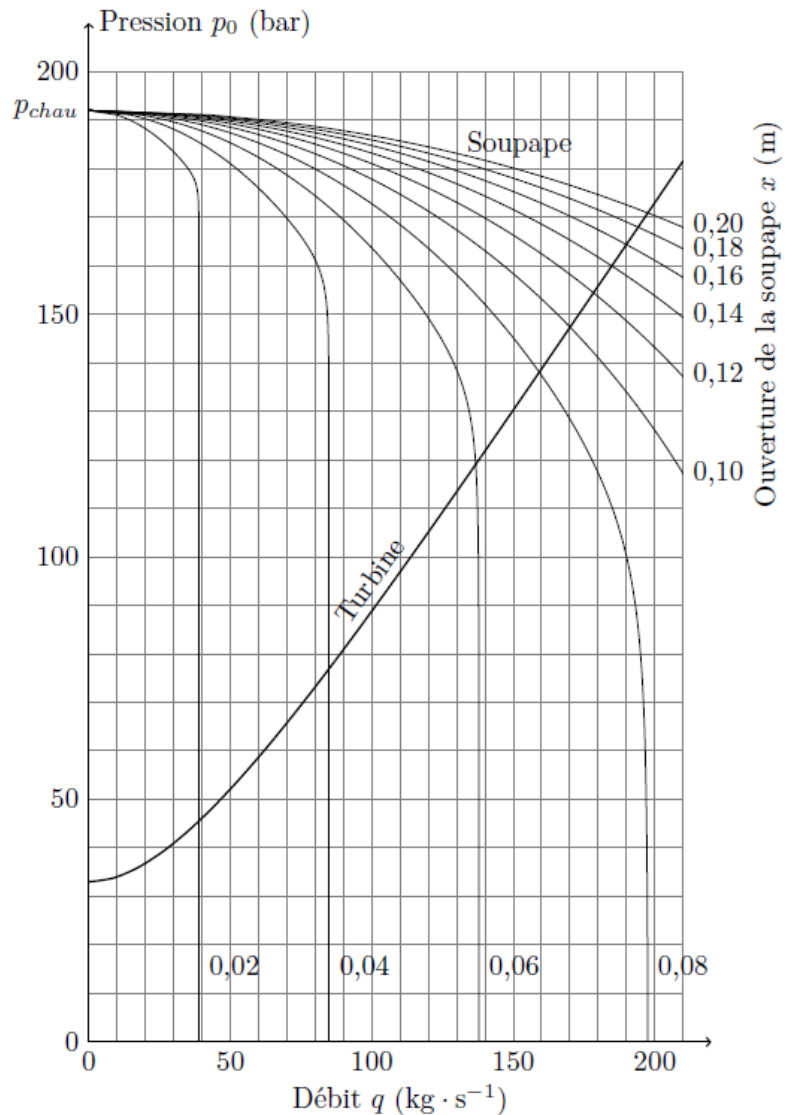
3.1. Modélisation de l'association soupape – turbine

Objectif : Déterminer les points de fonctionnement de l'association {soupape – turbine}, puis proposer un modèle de ces deux composants par linéarisation autour du point de fonctionnement nominal.

Le débit massique q de vapeur en entrée de turbine est déterminé par l'ouverture x de la soupape et les conditions (considérées constantes) de pression et température de la vapeur en sortie de chaudière. La soupape, soumise à une différence de pression $p_0 - p_{chau}$ (p_{chau} est la pression en sortie de chaudière, p_0 en entrée de turbine HP) peut être modélisée par un étranglement réglable. Un abaque de fonctionnement, liant la pression d'entrée p_0 et le débit massique q , pour différentes ouvertures de soupape x est donné **figure 6**. Cette figure indique de plus la courbe caractéristique du fonctionnement de la turbine.

Figure 6 ci-contre : Abaque de fonctionnement de la soupape pour différentes ouvertures x

Q2. Par construction graphique, déterminer les points de fonctionnement de l'association {soupape – turbine} correspondant aux ouvertures de soupape x_i données. Reporter ces points de fonctionnement sur le graphique du document réponse (débit q fonction de l'ouverture x de la soupape).



En régime nominal, le débit d'alimentation de la turbine est de $q_n = 191 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. On s'intéressera à un fonctionnement autour de ce régime nominal ($p_n = 165 \text{ bar}$; $q_n = 191 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$).

Q3. Dans ces conditions, proposer un modèle simple de comportement de la soupape. Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert associée à la soupape, puis effectuer les applications numériques de ses caractéristiques.

Au cours de la régulation, la turbine est soumise à de petites variations de débit massique d'alimentation autour du point de fonctionnement nominal, pour lequel le rendement est optimal. La courbe de comportement stationnaire est présentée **figure 7**. Chaque échelon de débit massique en consigne conduit, sans dépassement, à l'établissement de l'équilibre cinématique et thermodynamique après un régime transitoire non oscillant d'une durée d'environ $t_{r,5\%} = 18 \text{ s}$.

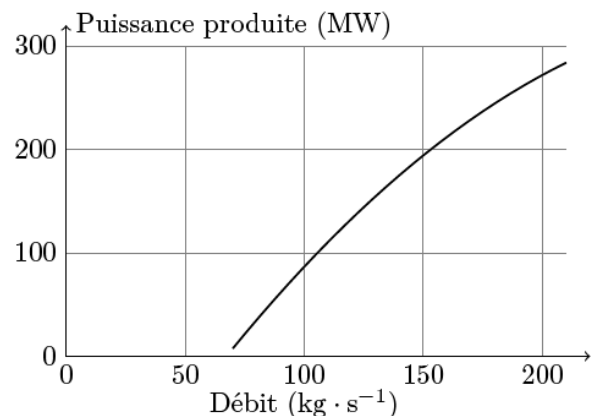


Figure 7 : Caractéristique de fonctionnement (puissance-débit) de la turbine

Q4. Proposer un modèle de comportement simple de la turbine autour du régime nominal. Préciser les valeurs numériques des paramètres introduits.

3.2. Régulation d'une machine de production

Objectif : Analyser et valider la régulation primaire d'une centrale thermique. Après avoir établi un modèle linéaire de la régulation de la turbine (3.2.1), les correcteurs des deux boucles de régulation de puissance (3.2.2) et de fréquence (3.2.3) seront successivement dimensionnés pour respecter le cahier des charges

On s'intéresse désormais à la régulation de la turbine à vapeur connectée au réseau électrique, dont un modèle de régulation est indiqué sur le schéma bloc **figure 8**.

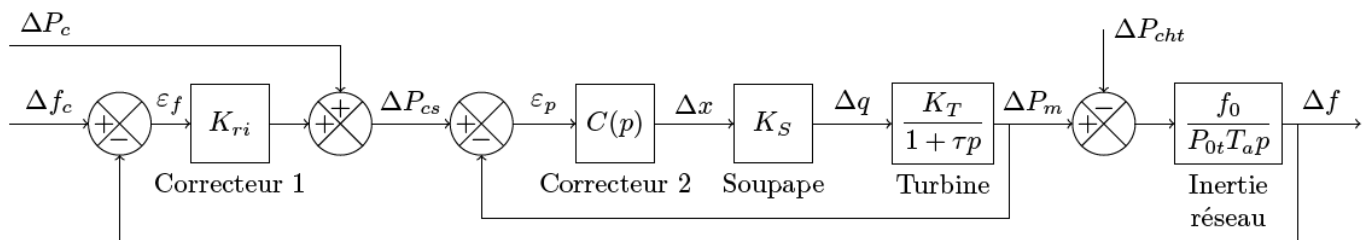
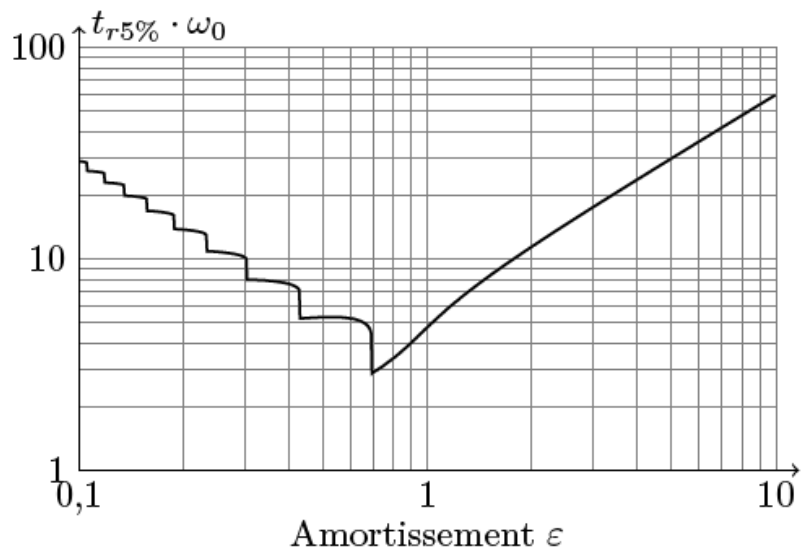


Figure 8 : Schéma bloc de la régulation en puissance et fréquence d'une turbine à vapeur

L'abaque **figure 9** pourra être utilisé par les candidats pour argumenter les réponses aux questions.

Figure 9 : Produit $t_{r5\%} \cdot \omega_0$ où $t_{r5\%}$ est le temps de réponse à 5% d'un second ordre de pulsation propre ω_0 , en fonction de son amortissement ε



Les notations suivantes sont utilisées dans le schéma bloc, le symbole Δ représentant la variation de la variable après linéarisation au voisinage du point de fonctionnement :

- P_c : consigne de puissance ;
- f_c : consigne de fréquence ;
- x : ouverture de la soupape ;
- q : débit massique de vapeur ;
- P_m : puissance effectivement produite par la machine ;
- P_{cht} : puissance consommée par la charge, c'est-à-dire par les clients sur le réseau ;
- f : fréquence effective sur le réseau.

La consigne de puissance P_c est supposée établie à une valeur nominale $P_{0t} = 260$ MW, mais peut subir des petites variations ΔP_c autour de P_{0t} de la part de la centrale de commande lorsque la consommation diffère des prévisions.

De même, la puissance effectivement produite par la turbine et la puissance consommée par la charge (par les clients) seront voisines de P_{0t} mais fluctuent en permanence.

La fréquence effective sur le réseau est voisine de $f_0 = 50$ Hz, mais évolue au gré des petites différences entre production et consommation. Le cahier des charges de la régulation du réseau (**tableau 1**) permet de décliner un cahier des charges pour la régulation de chaque machine, dont un extrait est donné **tableau 2**.

Exigence	Critère	Niveau
Réguler la puissance produite	Stabilité	Stable
	Précision	Erreur nulle en réponse à un échelon de puissance
Participer à la régulation de fréquence	Stabilité	$MG > 10$ dB et $M\varphi > 20^\circ$
	Précision	Erreur nulle en réponse à un échelon de fréquence
	Rapidité	Temps de réponse à un échelon : $t_{r5\%} = 40$ s
	Sensibilité aux perturbations de charge	Sensible aux perturbations constantes, de façon à respecter un <i>statisme</i> de 4%

Tableau 2 Cahier des charges partiel pour un site de production

3.2.1. Modèle linéaire du fonctionnement au voisinage d'une situation nominale

La soupape, la turbine et le réseau ont des comportements non linéaires. L'utilisation d'outils théoriques linéaires pour l'étude du système nécessite au préalable une linéarisation du problème au voisinage de la position nominale stationnaire.

- Q5.** Compléter en rouge les pointillés de la figure du document réponses en indiquant les valeurs numériques des grandeurs physiques dans la situation nominale.

3.2.2. Régulation en puissance de la turbine

On considère le schéma bloc de la **figure 8**. La turbine est régulée d'une part en puissance (boucle interne) et d'autre part en fréquence (boucle externe). On s'intéresse dans cette partie à la régulation de puissance uniquement.

Données : $K_S = 2,5 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $K_T = 1,34 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1}$, $f_0 = 50$ Hz, $P_{0t} = 260$ MW et $\tau = 6$ s.

On adopte dans un premier temps un correcteur intégral pur, dont la fonction de transfert s'écrit : $C(p) = \frac{K_I}{p}$.

- Q6.** Déterminer la fonction de transfert $H_p(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{cs}(p)}$ sous forme canonique et déterminer, en justifiant votre réponse, si cette boucle de régulation est stable et précise. Déterminer l'expression littérale et numérique de K_I minimisant le temps de réponse à 5% de la boucle interne de régulation de puissance. En déduire ce temps de réponse à 5%. En comparant à la rapidité de la turbine seule, la boucle interne de régulation améliore-t-elle la rapidité ?

On choisit désormais un correcteur proportionnel-intégral dont la fonction de transfert s'écrit sous la forme :

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$

- Q7.** Déterminer la fonction de transfert $H_p(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{cs}(p)}$ sous forme canonique et déterminer, en justifiant votre réponse, si cette boucle de régulation est stable et précise.

Conclure par une synthèse, sous la forme du **tableau 3** à recopier sur la copie, des avantages et inconvénients d'un fonctionnement en boucle ouverte, en boucle fermée avec correction proportionnelle, en boucle fermée avec correction intégrale et en boucle fermée avec correction proportionnelle intégrale, sur les critères de précision, rapidité et stabilité de la régulation en puissance.

	Précision	Rapidité	Stabilité
Boucle ouverte			
Correction P			
Correction I			
Correction PI			

Tableau 3 Exemple de tableau de synthèse

Le coefficient de correction proportionnelle K_P doit satisfaire la condition $K_P K_S K_T = 1$ pour ne pas dégrader la durée de vie des turbines. De même, nous verrons par la suite que T_I doit rester voisin de τ .

Q8. Montrer que dans ces conditions, la fonction de transfert $H_p(p)$ peut être approchée par une fonction de transfert simplifiée dont on précisera les paramètres.

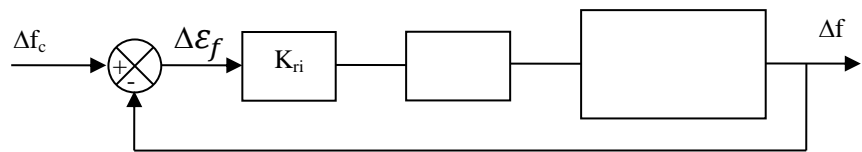
3.2.3. Régulation complète de la turbine

On s'intéresse dans cette partie à la régulation complète (**figure 8**).

On admet que la fonction de transfert $H_p(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{CS}(p)}$ s'écrit sous la forme $H_p(p) = \frac{T_I \cdot p + 1}{T_I \cdot \tau \cdot p^2 + 2 \cdot T_I \cdot p + 1}$. On donne les constantes $T_a = 10$ s et $K_{ri} = 10^8$ W.s.

Q9. En se ramenant à un système de régulation de fréquence non perturbé :

- Reproduire et compléter le schéma bloc ci-contre
- Déterminer la fonction de transfert du schéma bloc $\frac{\Delta f(p)}{\Delta f_c(p)}$
- Discuter de la stabilité de la modélisation proposée.



La **figure 9** montre les deux diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système de régulation de fréquence non perturbé $\frac{\Delta f(p)}{\Delta \varepsilon_f(p)}$ dans les deux cas où $T_I < \tau$ et $T_I > \tau$.

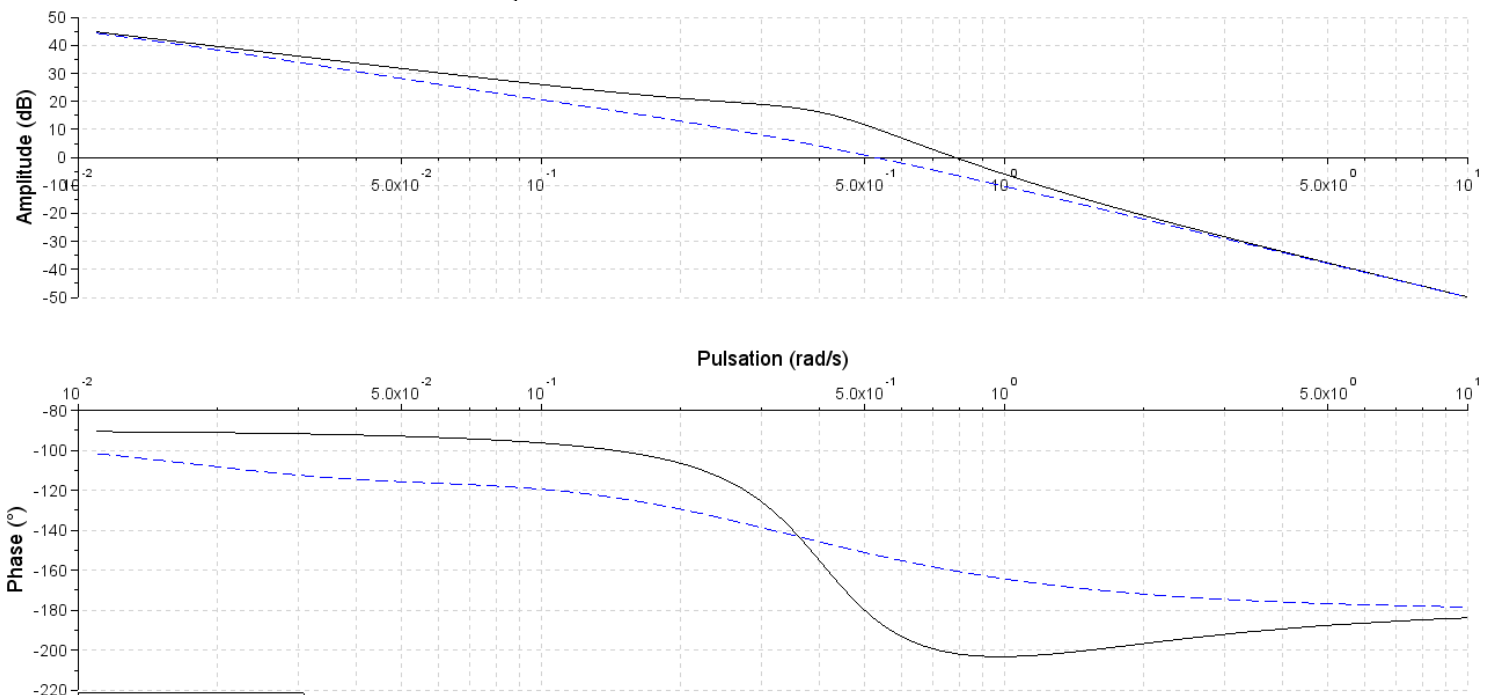


Figure 9 : Diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte dans les deux cas $T_I < \tau$ (trait continu) et $T_I > \tau$ (traits pointillés)

- Q10.** Justifier à partir du graphique s'il vaut mieux choisir $T_I < \tau$ ou $T_I > \tau$.
- Q11.** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Delta f(p)}{\Delta \varepsilon_f(p)}$. Tracer sur le document réponses, les diagrammes asymptotiques de cette fonction de transfert. On considèrera $T_I = 20$ s et $\tau = 6$ s. La justification des tracés est demandée.
- Q12.** En estimant la pulsation de coupure par lecture du tracé de gain fourni sur le document réponses à la question précédente, **calculer précisément** la marge de phase. Conclure sur les critères de stabilité et de précision du cahier des charges.

Pour permettre aux multiples centrales de production d'accorder leurs régulations, on impose à chaque unité un statisme de 4%, c'est-à-dire qu'à convergence, pour des perturbations et consignes constantes, la fréquence doit diminuer proportionnellement à l'écart entre la charge et la consigne de production :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \lambda \frac{\Delta P_c - \Delta P_{cht}}{\Delta P_{ot}} \quad \text{où } \lambda = 0,04.$$

- Q13.** Déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert (procéder par superposition)

$$\left. \frac{\Delta f(p)}{\Delta P_c(p)} \right|_{\Delta f_c=0 \text{ et } \Delta P_{cht}=0} \quad \text{et} \quad \left. \frac{\Delta f(p)}{\Delta P_{cht}(p)} \right|_{\Delta f_c=0 \text{ et } \Delta P_c=0}$$

- Q14.** Déterminer l'expression en régime permanent de Δf en réponse à un écart en échelon entre la charge (échelon d'amplitude notée ΔP_{c0}) et la consigne de production (échelon d'amplitude notée ΔP_{cht0})
- Q15.** Déterminer l'expression littérale et numérique de K_{ri} permettant de vérifier le critère de sensibilité aux perturbations du cahier des charges.

On admet que cette nouvelle valeur de K_{ri} , que nous utiliserons par la suite, conserve la stabilité.

- Q16.** En utilisant l'expression approchée $H_p(p) = \frac{1}{6p+1}$, vérifier le critère de rapidité du cahier des charges.

3.3. Régulation du réseau français

Objectif : Proposer un modèle simplifié pertinent (3.3.1), puis dimensionner le correcteur permettant de satisfaire les exigences du cahier des charges (3.3.2).

Le parc de production français présente en moyenne une centaine de sites en fonctionnement chaque jour, pour une puissance moyenne de $P_0 = 60$ GW. Pour des raisons de rendement, on préfère faire fonctionner 90% des centrales de production à leur régime nominal, sans les faire participer à la régulation primaire et secondaire. Une partie des centrales seulement réalise ces régulations, correspondant à 10% de la puissance totale, soit $P_{R0} = 6$ GW.

Le schéma bloc de la **figure 3** décrit le principe des deux régulations primaire et secondaire :

- la régulation primaire est pilotée sur chaque site de production, en mesurant la fréquence du réseau et en corrigeant la consigne de puissance (reçue du centre de conduite) de la valeur du statisme. Le temps de réponse à 5% est de l'ordre de quelques dizaines de secondes ;
- la régulation secondaire est pilotée depuis le centre de conduite national, qui détermine les consignes de puissance pour chaque site de production en fonction de la fréquence mesurée sur le réseau, des échanges aux frontières et des contrats d'exportation. Le temps de réponse est de l'ordre de quelques centaines de secondes.

On considèrera par la suite que les échanges aux frontières et les contrats d'exportation sont nuls, pour limiter le cadre de l'étude.

Lors de la régulation, le centre de conduite ne modifie pas les consignes des machines non régulées qui restent à leurs valeurs nominales de rendement maximal.

La régulation du réseau doit satisfaire au cahier des charges fourni sur le **tableau 1**.

3.3.1. Modèle du parc de production en une seule machine équivalente

La **figure 3** distingue les machines non régulées en fréquence, au nombre de m environ égal à 90, et les machines régulées en fréquence, au nombre de n environ égal à 10. Toutes ces machines s'associent pour produire la puissance $P_0 = 60$ GW dans la situation nominale.

On note :

- P_{cNR} la puissance consigne totale des machines non régulées (NR) ;
- P_{cR} la puissance consigne totale des machines régulées (R) ;
- P_{ch} la puissance consommée, égale à $P_0 = 60$ GW dans la situation nominale ;
- P_{front} et P_{exp} les puissances aux frontières et à l'exportation, considérées toujours nulles dans toute l'épreuve.

La perte d'un site de production peut être assimilée à une surcharge brutale de la puissance consommée, de 1,5 GW au maximum.

Après linéarisation du comportement de chaque composant autour de la situation nominale, on adopte le comportement suivant pour chaque bloc :

- correcteur secondaire : $\frac{\alpha}{p}$
- statisme réseau : $\frac{P_0}{\lambda f_0}$ où $\lambda = 0,04$
- statisme machine : $\frac{P_{R0i}}{\lambda f_0}$ où P_{R0i} est la puissance nominale fournie par la machine régulée (i)
- machine régulée (i) : $H_{Ri}(p) = H_R(p)$
- machine non régulée (i) : $H_{NRi}(p)$
- inertie du réseau : $\frac{f_0}{P_0 T_a p}$ où $T_a = 10$ s.

Les machines assurant la régulation ayant des comportements similaires vis-à-vis du réseau (condition nécessaire à la bonne cohérence des régulations), on supposera que leurs fonctions de transfert sont identiques :

$$H_{Ri}(p) = H_R(p).$$

- Q17.** Simplifier le schéma bloc global du réseau (figure 3), en considérant uniquement les variations autour de la situation nominale, en complétant les grandeurs physiques et les blocs de la figure du document réponse.

3.3.2. Validation des performances

Le schéma bloc modélisant le réseau (trouvé à la question précédente) est adapté sous la forme du schéma bloc de la **figure 10** qui sera désormais utilisé.

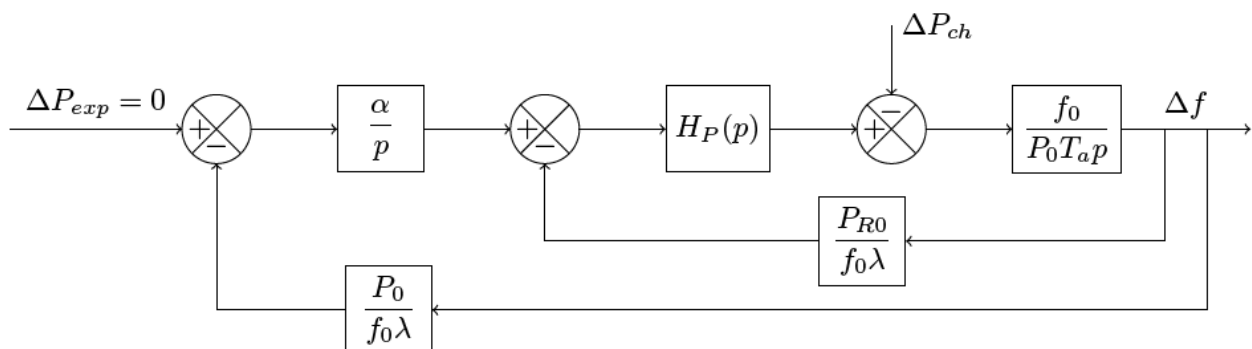


Figure 10 : Modélisation de la régulation du réseau français

On adopte pour la machine équivalente régulée en puissance la fonction de transfert : $H(p) = 1 + \frac{1}{T_p p}$

où $T_p = 6$ s.

- Q18.** Déterminer si la régulation assure une fréquence à convergence de 50 Hz malgré une variation de charge d'amplitude constante (notée ΔP_{ch0}). Evaluer pour cela la valeur finale $\Delta f(\infty)$.
- Q19.** Calculer la valeur de α permettant à la régulation secondaire de satisfaire la marge de gain du cahier des charges du réseau donné **tableau 1**.

On admet qu'après calculs, la fonction de transfert complète en boucle fermée s'écrit :

$$\frac{\Delta f(p)}{\Delta P_{exp}(p)} = \frac{3,3 \times 10^{-11}}{1 + 270 \times p + 1100 \times p^2 + 6400 \times p^3}$$

Les pôles du dénominateur peuvent être calculés numériquement et valent :

$$p_1 = -3,8 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, p_2 = (-8,1 \times 10^{-2} + 0,18 i) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } p_3 = (-8,1 \times 10^{-2} - 0,18 i) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- Q20.** En déterminant le pôle dominant de cette fonction de transfert, évaluer le temps de réponse (pour l'entrée ΔP_{exp}) et conclure quant au respect du critère de rapidité de l'asservissement.

Le modèle obtenu est implanté dans un simulateur. La **figure 11** montre l'évolution de la variation de fréquence suite à un incident sur une unité de production, soit un déséquilibre de 0.15 GW entre production et consommation.

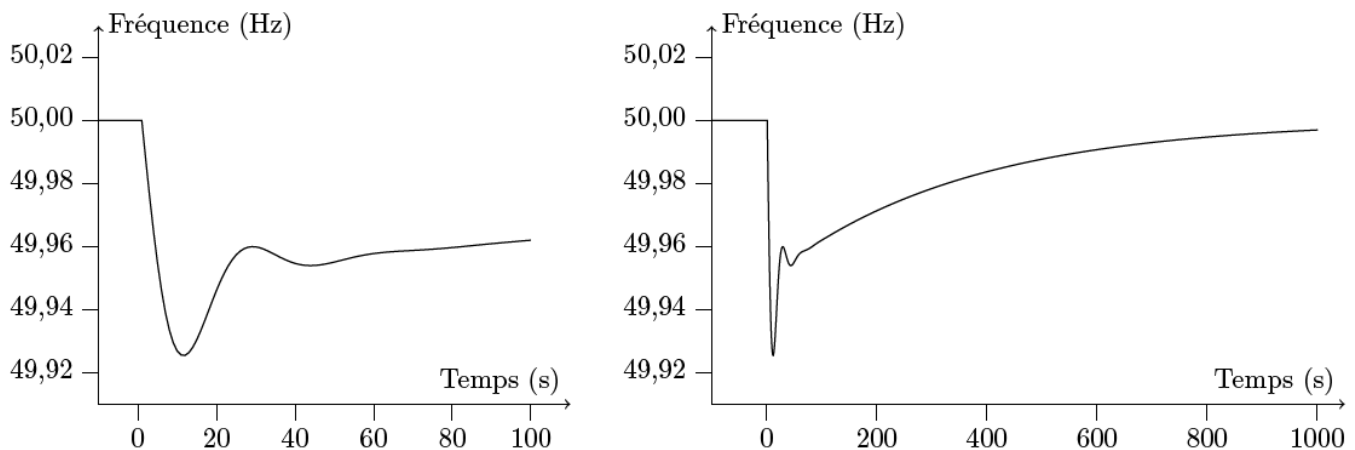


Figure 11 : Simulation numérique sur 100 et 1000 secondes, d'une perte de 0.15GW

- Q21.** Indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être évalués à l'aide de ces courbes et s'ils sont satisfaits.

Document réponses Problème 11

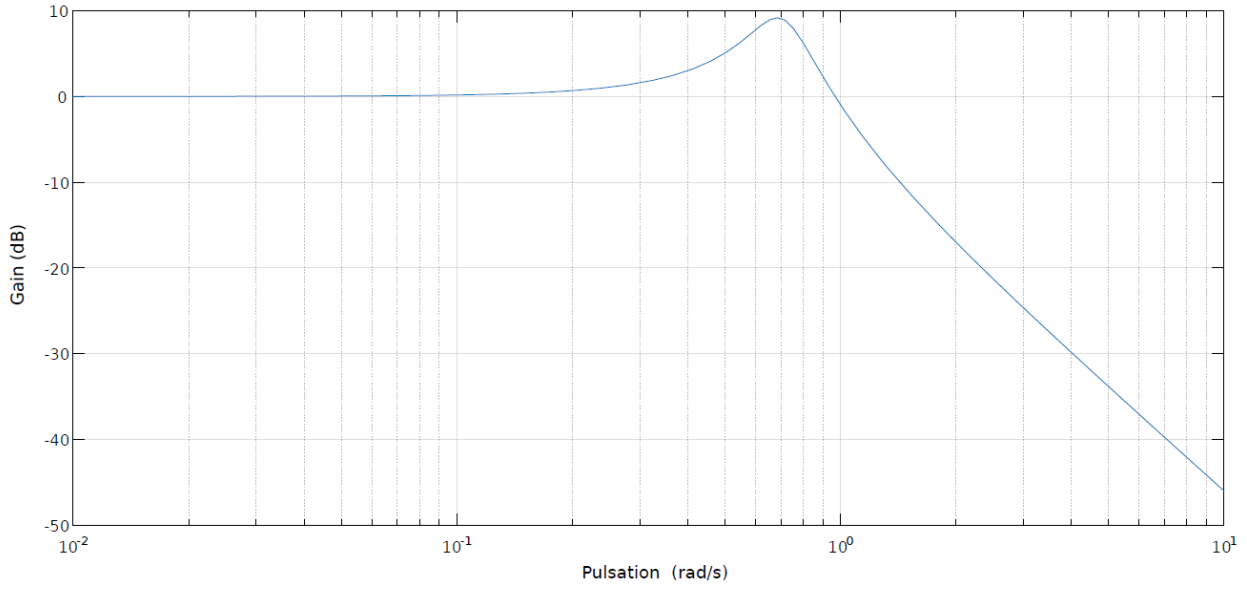


Figure A Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $B(p)$

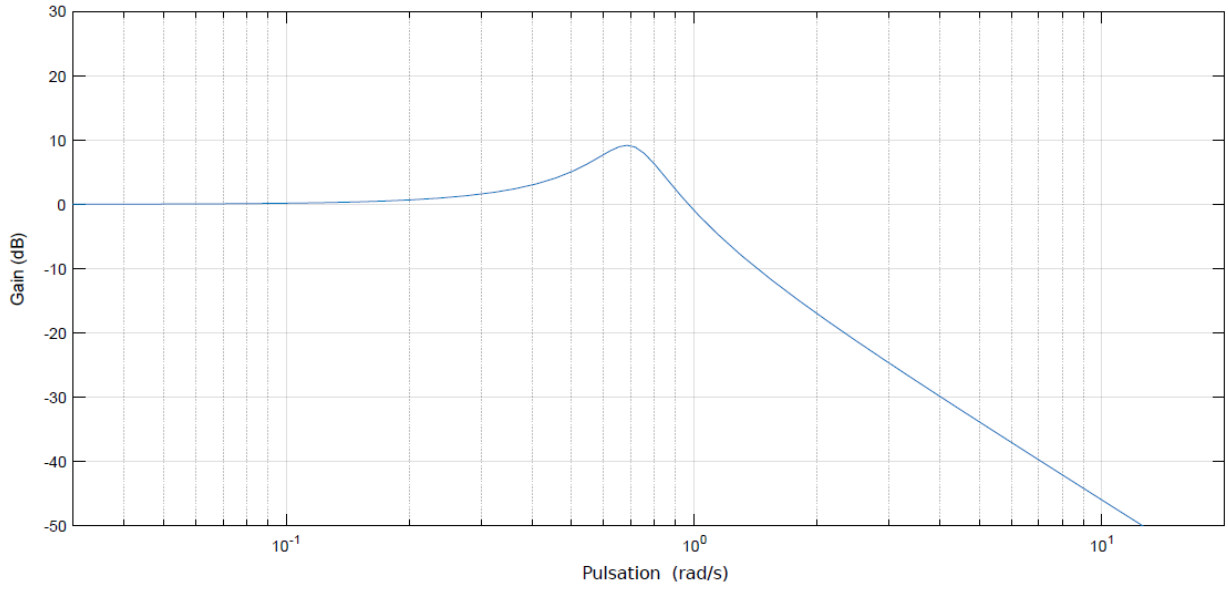


Figure B Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $B(p)$

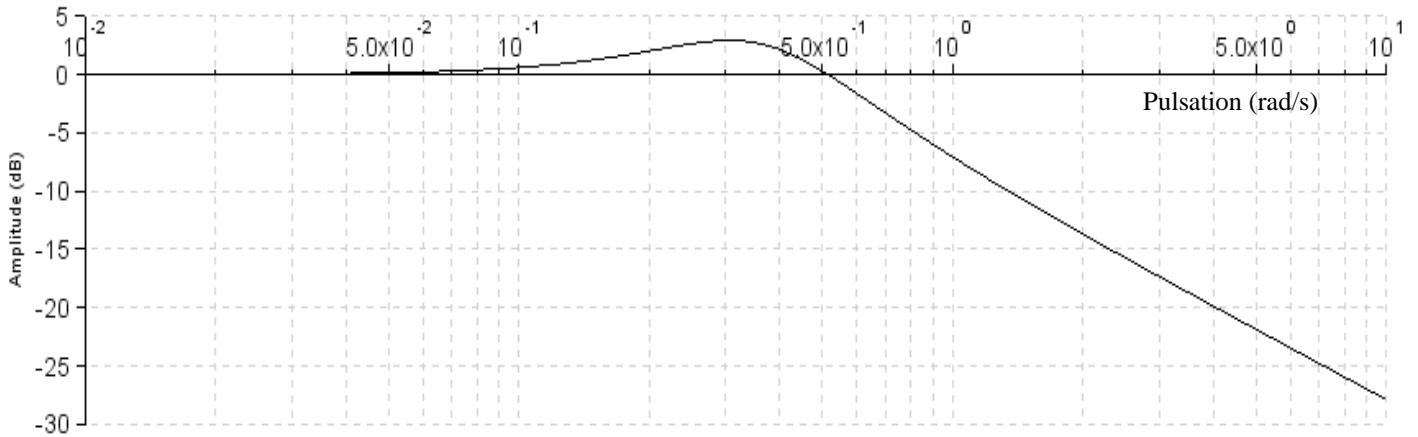


Figure C Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $H(p)$

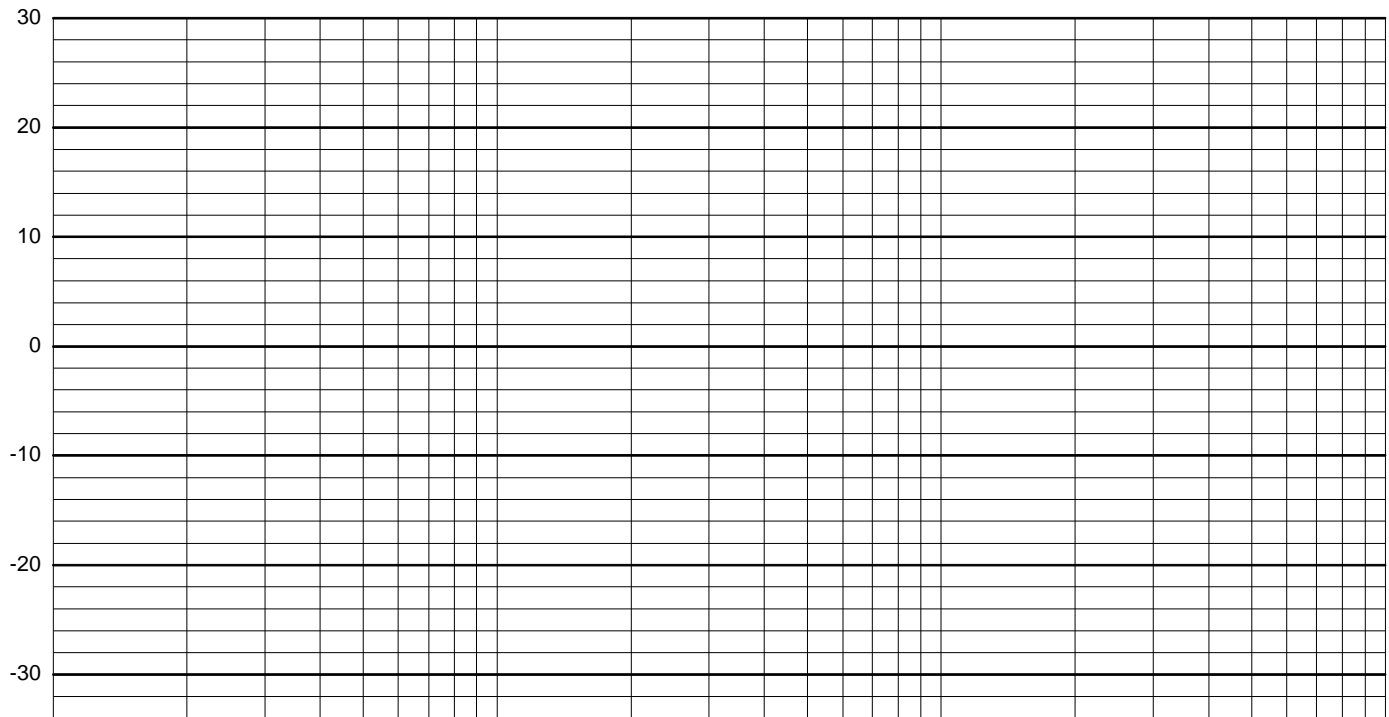


Figure D Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $G(p)$

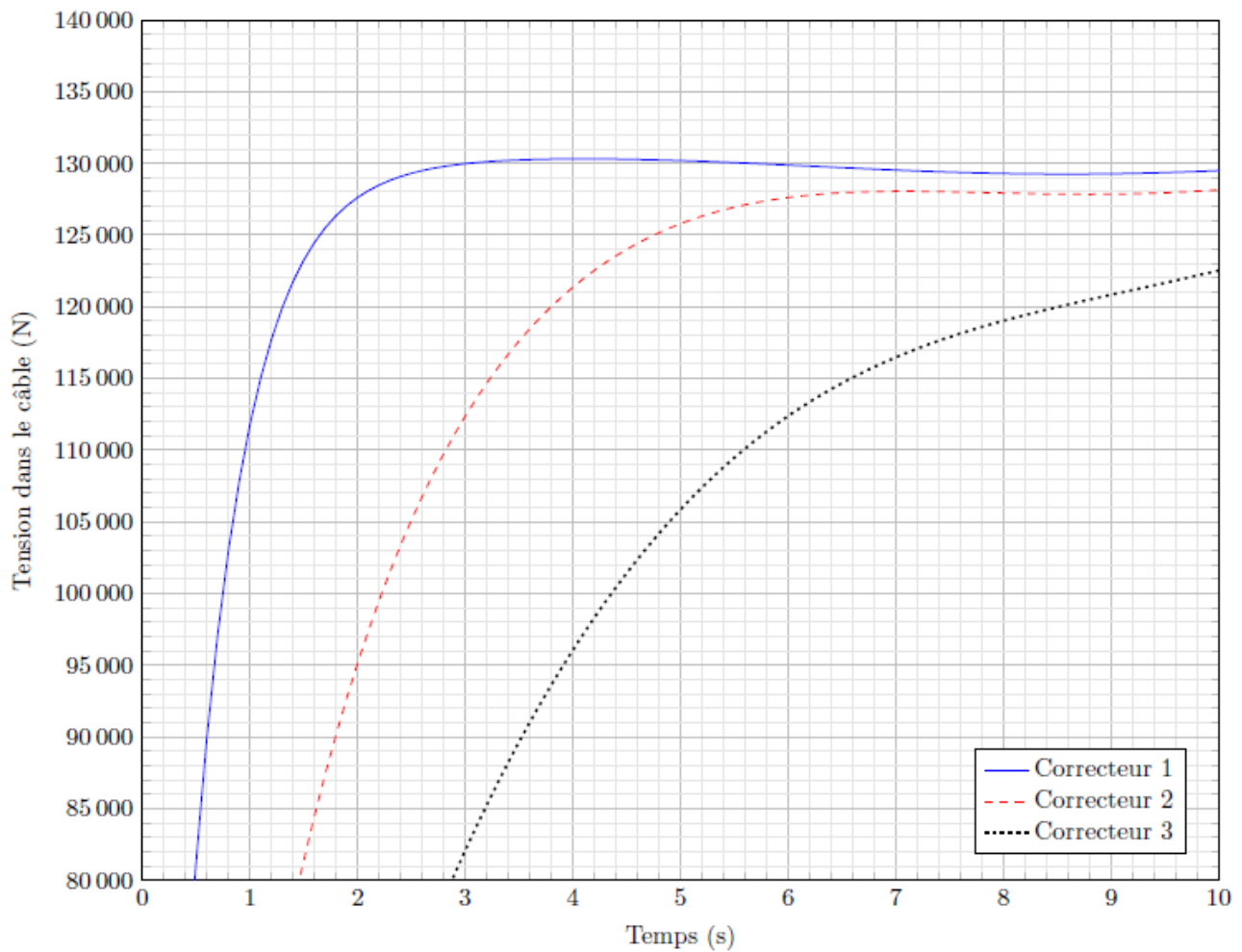
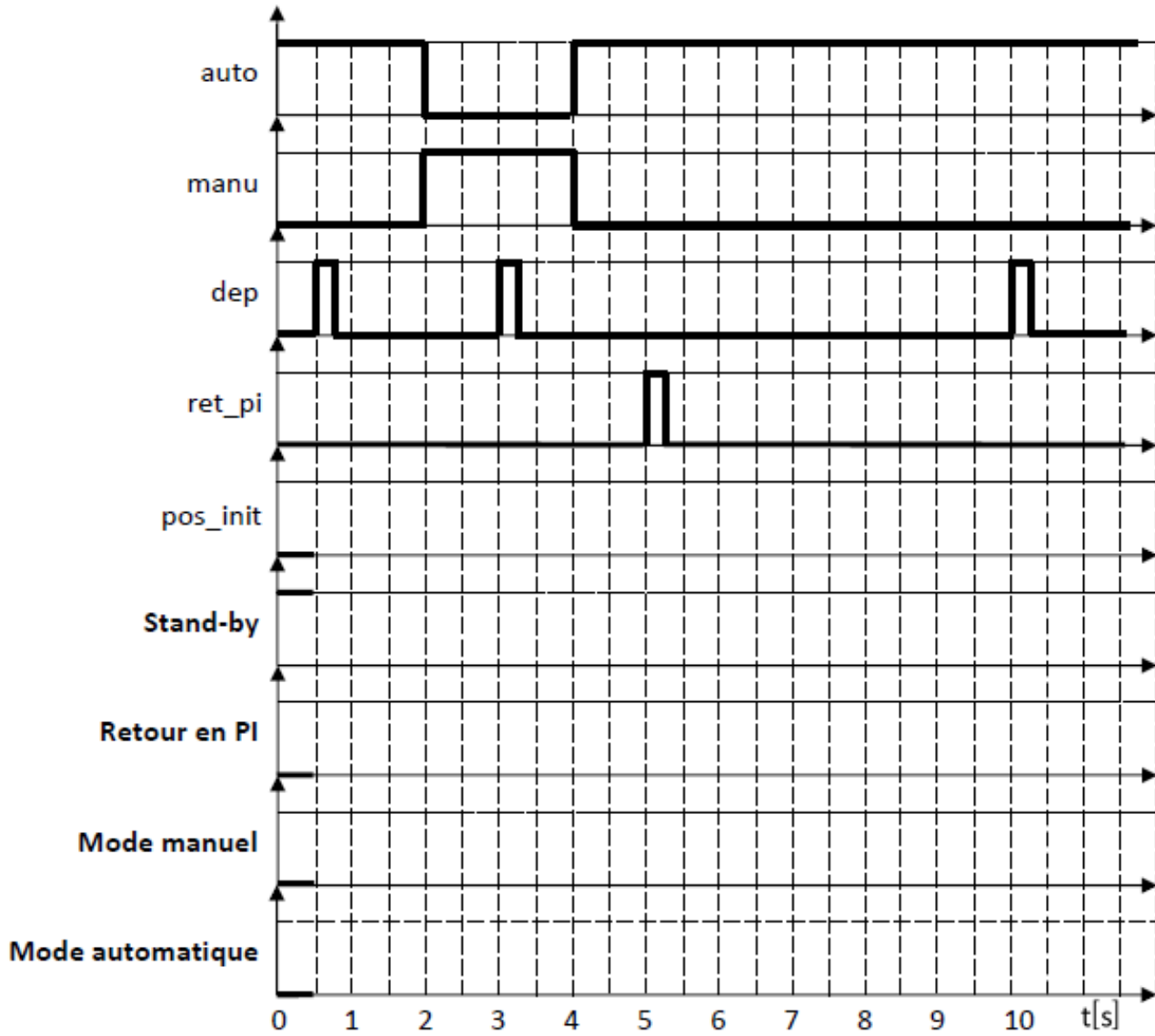


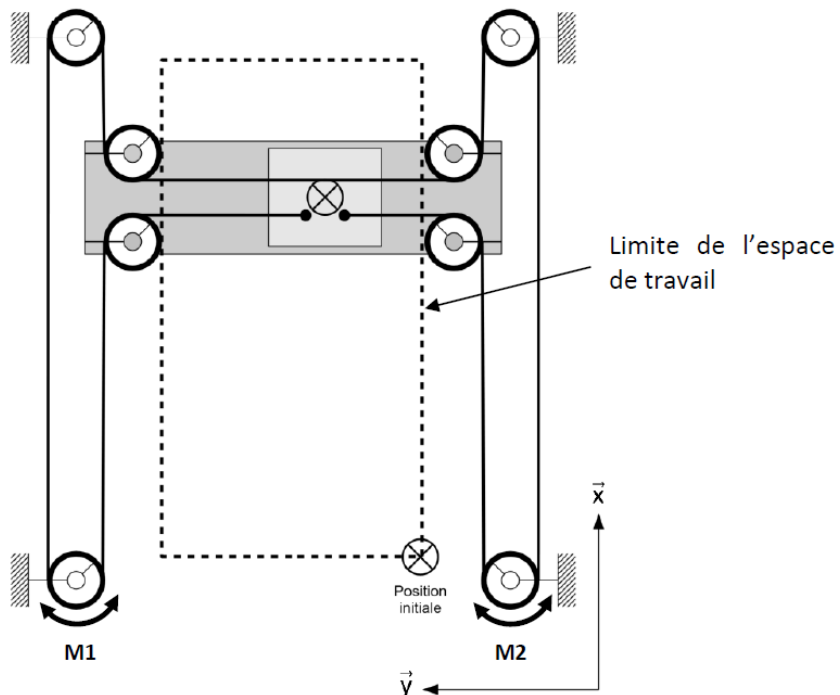
Figure E Zoom de la réponse temporelle à un échelon d'amplitude de 130 000 N

Documents réponses Problème 11

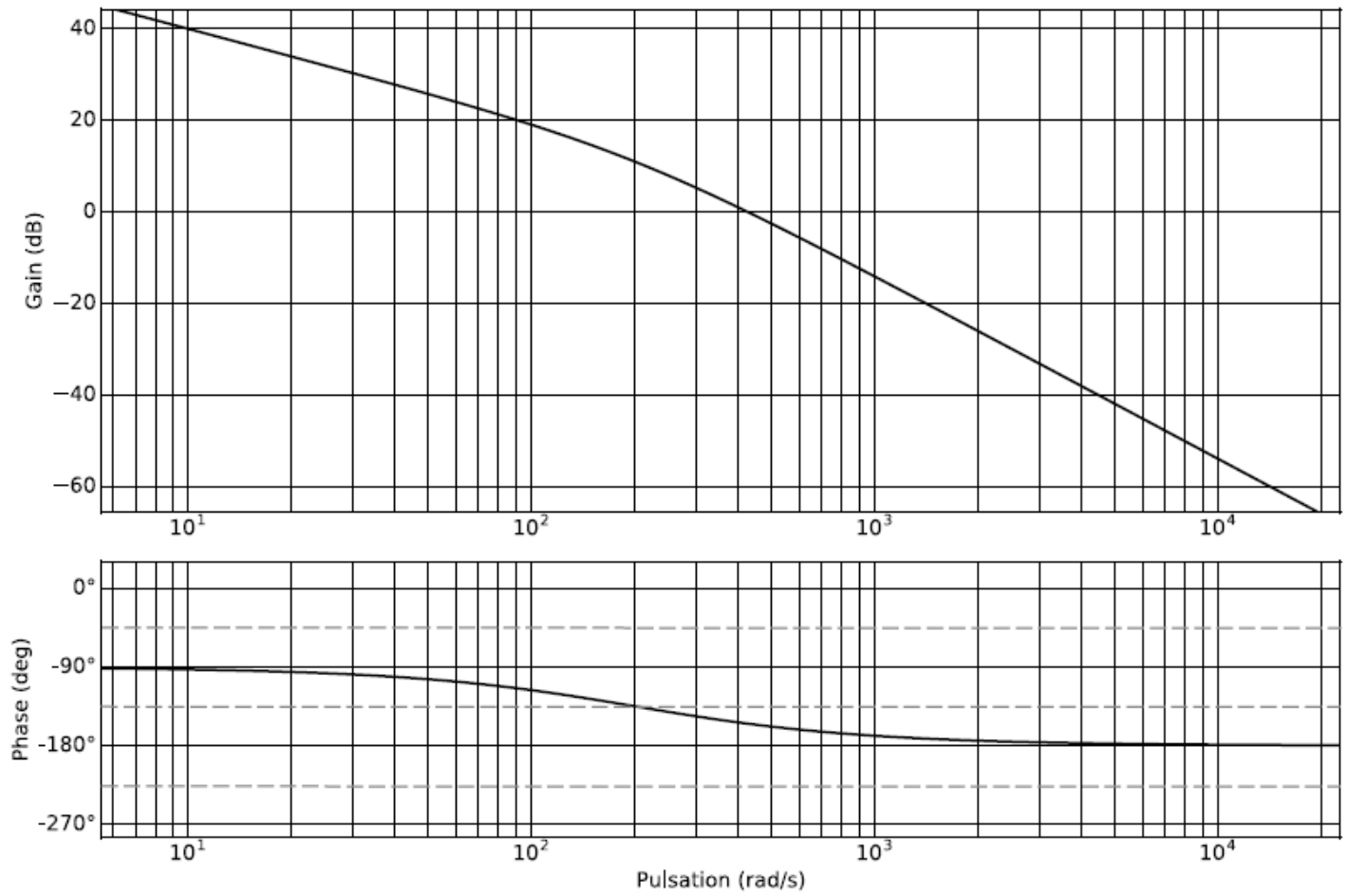
Q1 :



Q7 :

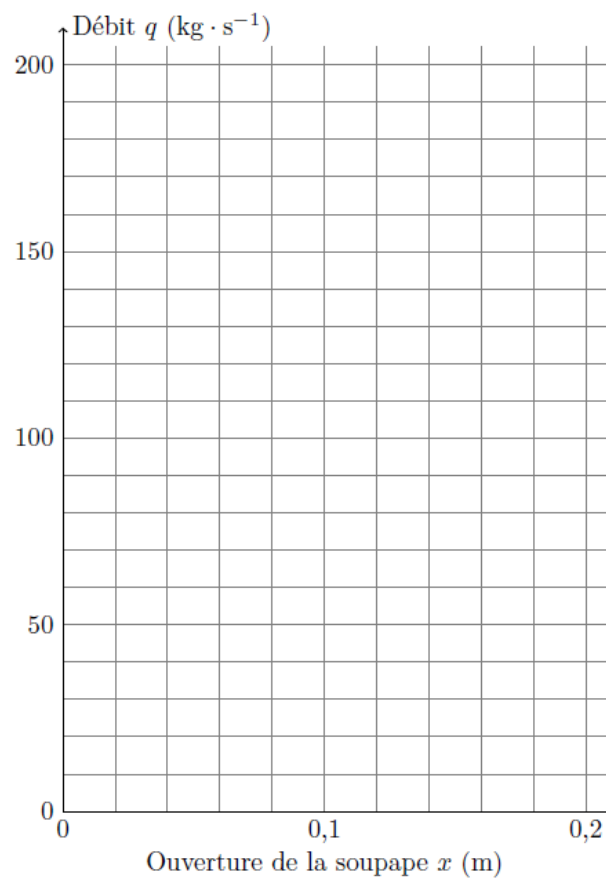


Q20 :

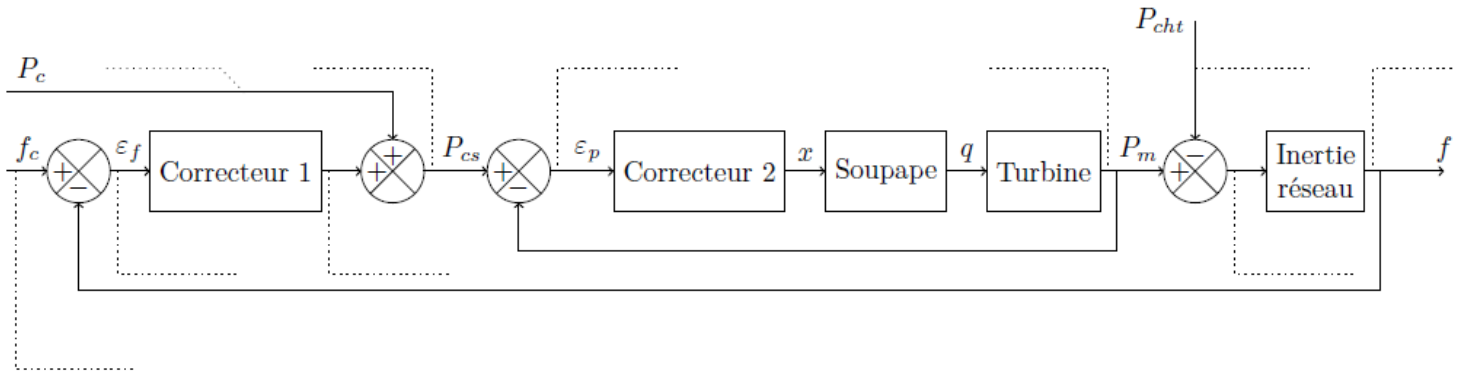


Documents réponses Problème 12

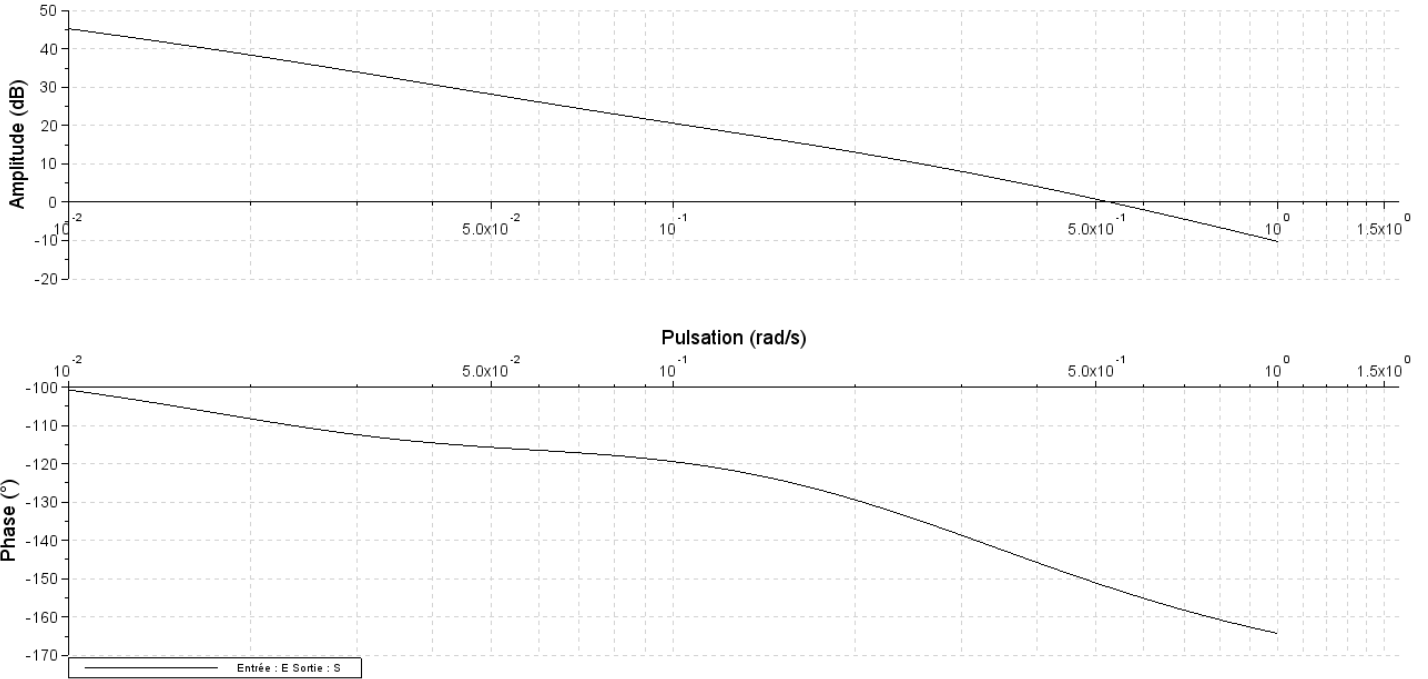
Q2 :



Q5 :



Q11 :



Q17 :

