Problème N°3 : Exploration hémostase (ccp mp 15)

Q1 (pour les 5/2) : $E_c(S/R_g)=\frac{1}{2}J_{eq}\left(\omega_m\right)^2$

L'énergie cinétique de l'ensemble est donnée par :

$$E_c(S/R_g)=E_c(\text{moteur}/R_g)+E_c(\text{reduc}/R_g)+E_c(\text{éléments en trans.}/R_g)$$

$$E_c(S/R_g)=\frac{1}{2}J_m\omega_m^2+\frac{1}{2}J_r\omega_m^2+\frac{1}{2}m_p(r_pk_r\omega_m)^2=\frac{1}{2}(J_m+J_r+m_p(r_pk_r)^2)\omega_m^2=\frac{1}{2}J_{eq}\omega_m^2$$

On en déduit : $J_{eq}=J_m+J_r+m_p(r_pk_r)^2$

Q2'pour les 5/2) : On isole l'ensemble des pièces en mouvement.

La somme des puissances extérieures est donnée par : $P_{ext\to S/Rg}=C_m\omega_m-mgR_pk_r\omega_m-F_RR_pk_r\omega_m$

La somme des puissances intérieures est données par $P_i=C_{res}\omega_m \text{avec} C_{res}<0$

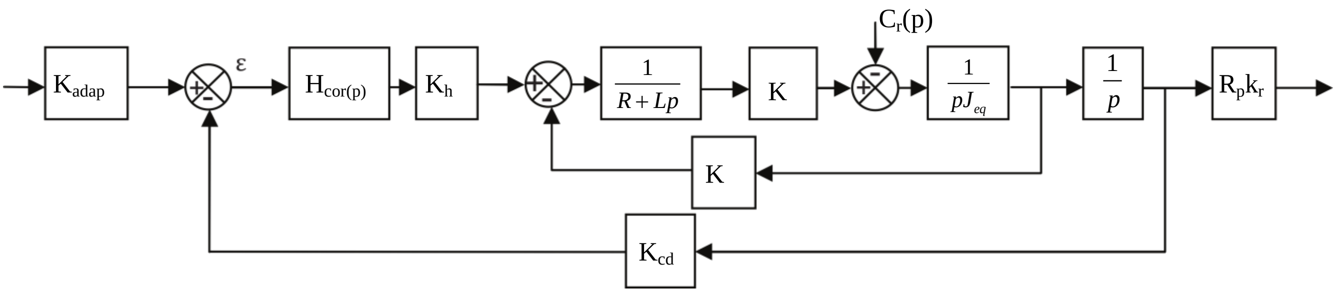
Le théorème de l'énergie-puissance donne :

$$(J_m+J_r+m_p(r_pk_r)^2)\dot{\omega}_m\omega_m=C_m\omega_m-mgR_pk_r\omega_m-F_RR_pk_r\omega_m+C_{res}\omega_m$$

$$C_m=(J_m+J_r+m_p(r_pk_r)^2)\dot{\omega}_m+mgR_pk_r+F_RR_pk_r-C_{res}=(J_m+J_r+m_p(r_pk_r)^2)\dot{\omega}_m+(mg+F_R)R_pk_r-C_{res}$$

On a bien : $C_m(t)=c_r(t)+J_{eq}\dot{\omega}_m$ avec $c_r(t)=mgR_pk_r+F_RR_pk_r-C_{res}$

Q3 :



Q4 : On doit avoir $K_{adap}=\frac{K_{cd}}{R_pk_r}$

Q5 :

$$\left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right)_{cr_0=0}=\frac{\frac{K}{(R+Lp)J_{eq}p}}{1+\frac{K^2}{(R+Lp)J_{eq}p}}=\frac{K}{(R+Lp)J_{eq}p+K^2}=\frac{\frac{1}{K}}{1+\frac{RJ_{eq}}{K^2}p+\frac{LJ_{eq}}{K^2}p^2}$$

$$\left(\frac{I(p)}{U(p)}\right)_{cr_0=0}=\left(\frac{I(p)}{\Omega_m(p)}\right).\left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right)=\frac{pJ_{eq}}{K}\frac{\frac{1}{K}}{1+\frac{RJ_{eq}}{K^2}p+\frac{LJ_{eq}}{K^2}p^2}=\frac{\frac{pJ_{eq}}{K^2}}{1+\frac{RJ_{eq}}{K^2}p+\frac{LJ_{eq}}{K^2}p^2}$$

Q6 :

- Sur le document réponse, la courbe donnant l'évolution de la vitesse de rotation en fonction du temps lorsque le système est soumis à un échelon de tension présente une pente de tangente non nulle à l'origine. Ce qui est une caractéristique de la réponse d'un système du 1er ordre. On peut donc négliger l'inductance du moteur devant les autres grandeurs physiques et écrire la fonction de transfert sous la forme : $\left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right)_{cr_0=0}=\frac{\frac{1}{K}}{1+\frac{RJ_{eq}}{K^2}p}$

Idem pour la courbe donnant l'intensité $\left(\dfrac{I(p)}{U(p)}\right)_{cr_0=0} = \dfrac{\dfrac{pJ_{eq}}{K^2}}{1+\dfrac{RJ_{eq}}{K^2}p}$

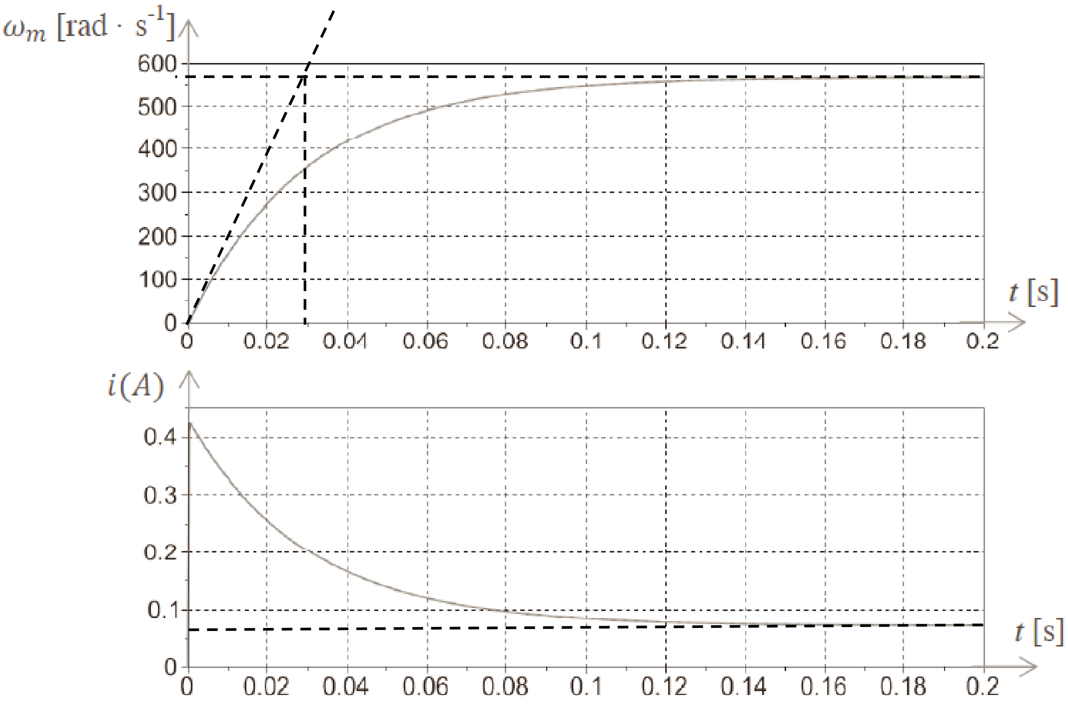
-

D'après (2) : $u_0 = Ri_0 + e_0$ avec $e_0 = K\omega_0 = 0$ d'où $i_0 = \dfrac{u_0}{R}$

D'après (1) et (4) : $c_{m\infty} = c_{ro} + J_{eq}\dot{\omega}_\infty = c_{ro} = Ki_\infty \quad i_\infty = \dfrac{c_{ro}}{K}$

D'après (2) et (3) : $i_\infty = \dfrac{u_0 - e_\infty}{R} = \dfrac{u_0 - K\omega_\infty}{R} \qquad \omega_\infty = \dfrac{-Ri_\infty + u_0}{K} = \dfrac{-R\dfrac{c_{ro}}{K} + u_0}{K} = \dfrac{u_0}{K} - \dfrac{Rc_{ro}}{K^2}$

- Graphiquement sur le document réponse on relève :
  $\omega_\infty = 575 \text{rad.s}^{-1}$, $i_0 = 0.42\text{A}$ $i_\infty = 0.075\text{A}$



Réponses en vitesse et en intensité à un échelon de tension de 24 V

On en déduit :

$R = \dfrac{u_0}{i_0} = \dfrac{24}{0.42} = 57\Omega$

$i_\infty = \dfrac{u_0 - K\omega_\infty}{R} \qquad K = \dfrac{-Ri_\infty + u_0}{\omega_\infty} = \dfrac{-57.0,075 + 24}{575} = 0.034\text{V.s.rad}^{-1}$ ou Nm.A^{-1}

-

On a $c_{ro} = Ki_\infty \qquad c_{ro} = 0,034.0,075 = 2,57.10^{-3}\,\text{Nm}$

D'après (4) et (7) : $J_{eq} = \dfrac{c_{m0} - c_{ro}}{\dot{\omega}_0} \qquad J_{eq} = \dfrac{Ki_0 - c_{ro}}{\dot{\omega}_0}$

Graphiquement à partir de la figure du document réponse, on a $\dot{\omega}_0 = \dfrac{600}{0.03} rad/s^2$

On en déduit $J_{eq} = \dfrac{0,034.0,42 - 2,57.10^3}{\dfrac{600}{0,03}} = 5,8.10^{-7}\,\text{kg.m}^2$

Q7 : La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par $H_{bo}(p)=\frac{Z(p)}{\varepsilon(p)}=H_{cor}(p)\frac{K_1}{p(1+T_m p)}=\frac{K_pK_1}{p(1+T_m p)}$

$$Z(p)=\frac{K_1}{p(1+T_m p)}\left[K_p\varepsilon(p)-K_2C_r(p)\right]=\frac{K_1}{p(1+T_m p)}\left[K_p(-Z(p))-K_2C_r(p)\right]$$

$$Z(p)(1+\frac{K_pK_1}{p(1+T_m p)})=-\frac{K_1K_2}{p(1+T_m p)}C_r(p)$$

$$H_{cr}(p)=\left(\frac{Z(p)}{c_r(p)}\right)_{Zc=0}=\frac{-\frac{K_1K_2}{p(1+T_m p)}}{(1+\frac{K_pK_1}{p(1+T_m p)})}=-\frac{K_1K_2}{p(1+T_m p)+K_pK_1}=-\frac{\frac{K_2}{K_p}}{1+\frac{p(1+T_m p)}{K_pK_1}}$$

Q8 : L'erreur statique par rapport à une entrée échelon, la perturbation étant nulle, est égale à 0, car il y a une intégration dans la chaine directe

Dans le cas d'une perturbation constante égale à C_{ro}, d'après la question précédente on peut écrire :

$$Z(p)=-\frac{\frac{K_2}{K_p}}{1+\frac{p(1+T_m p)}{K_pK_1}}c_r(p)=-\frac{\frac{K_2}{K_p}}{1+\frac{p(1+T_m p)}{K_pK_1}}\frac{C_{ro}}{p}$$

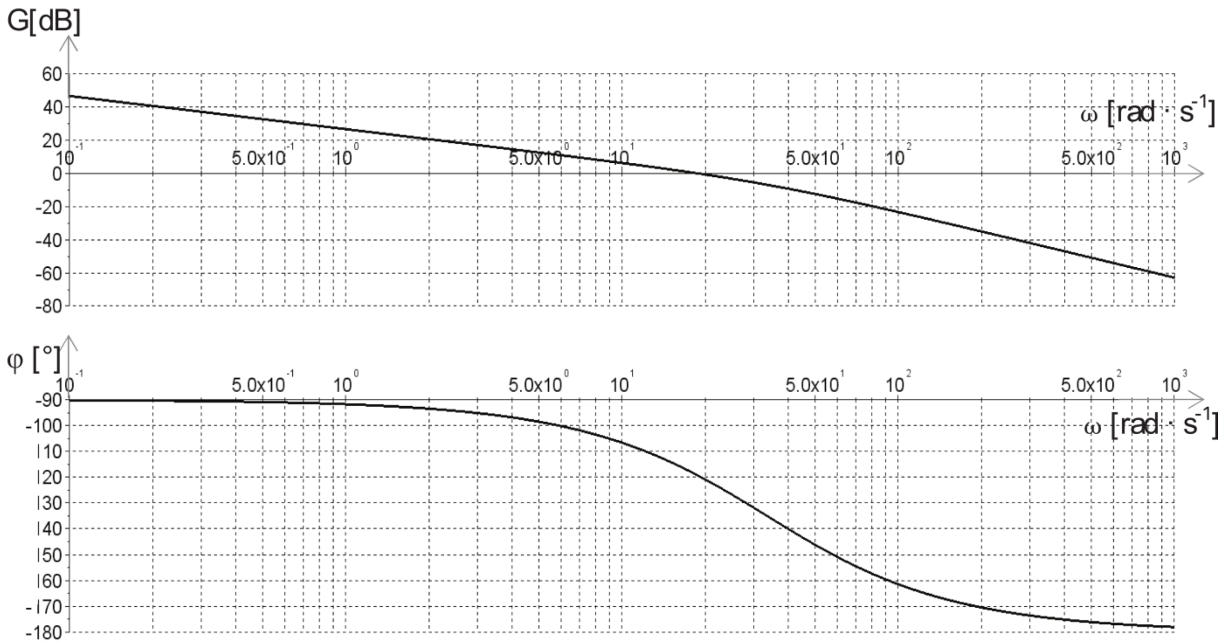
En utilisant la propriété du gain statique, on en déduit $z_\infty=-\frac{K_2C_{ro}}{K_p}$, l'erreur vaut donc $\varepsilon=-\frac{K_2C_{ro}}{K_p}$.

Pour répondre à l'exigence de précision, on doit avoir $\varepsilon=-\frac{K_2C_{ro}}{K_p}<1\text{mm}$. On en déduit

$$\varepsilon=-\frac{K_2C_{ro}}{K_p}<10^{-3}\text{ m}\quad K_p>\frac{K_2C_{ro}}{10^{-3}}\quad K_p>\frac{2,78.10^{-2}.2,3.10^{-3}}{10^{-3}}\qquad K_p>0,075$$

Q9 : Avec K_p=0.075, on translate vers le bas le courbe de gain de 20log0.075 = -22dB la courbe de phase restant inchangée.

On obtient une marge de phase de 80° > 60°, le critère de stabilité est vérifié

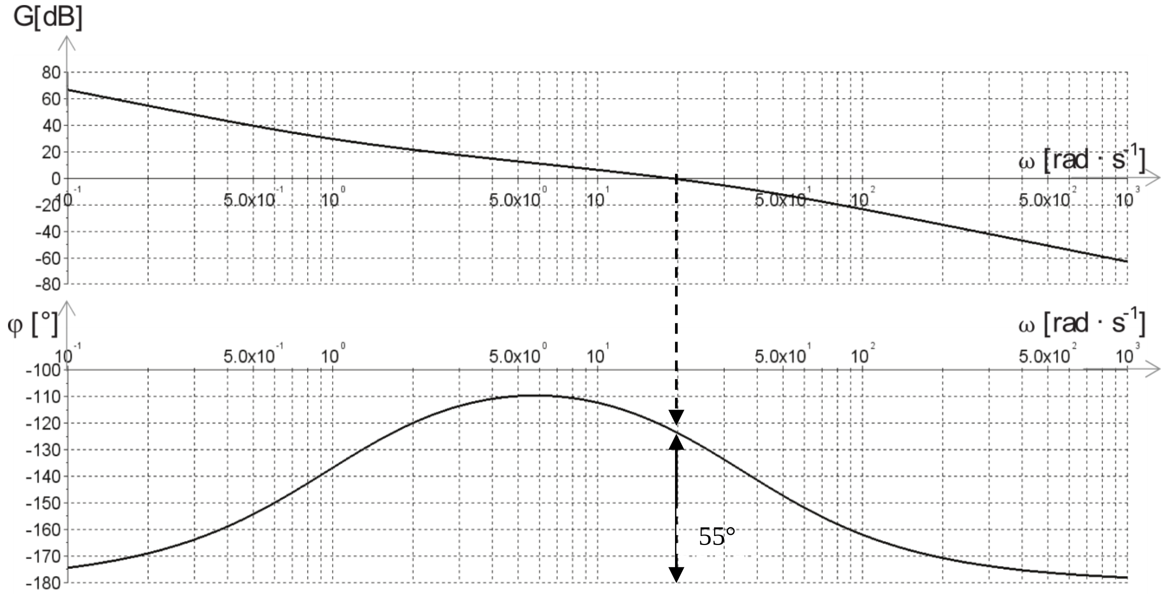


Q10 : Le correcteur PI permet d'apporter un intégrateur avant la perturbation ce qui permet de respecter le critère de précision.

Sans modifier la valeur de K_p, la marge de phase est de 55°<60° le critère de stabilité n'est pas respecté.

Pour obtenir une marge de phase de 70°, on doit avoir A_{dB}=0 pour $\omega = 5\,\text{rad.s}^{-1}$. On doit donc translater vers le bas la courbe de gain d'environ 12dB.

On prend donc K_p tel que $20\log K_p = -12$ $\quad K_p = 10^{\frac{-3}{5}} = 0,25$



Q11 : La valeur en régime permanent vaut 50mm, l'erreur statique est nulle le critère de précision est respecté. Le temps de réponse à 5% vaut environ 0,18s <0,2s le critère de rapidité est respecté

Le premier dépassement vaut $D_{1\%} \dfrac{0.0525-0.05}{0.05} = 5\%$ <10%. Le critère d'amortissement est donc respecté.