

DS N°3

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Durée 4 heures

Le devoir comporte 2 problèmes extraits de sujet de concours

Problème N°1 : Mines MP 2023 - Le sismomètre SEIS – temps conseillé 3h

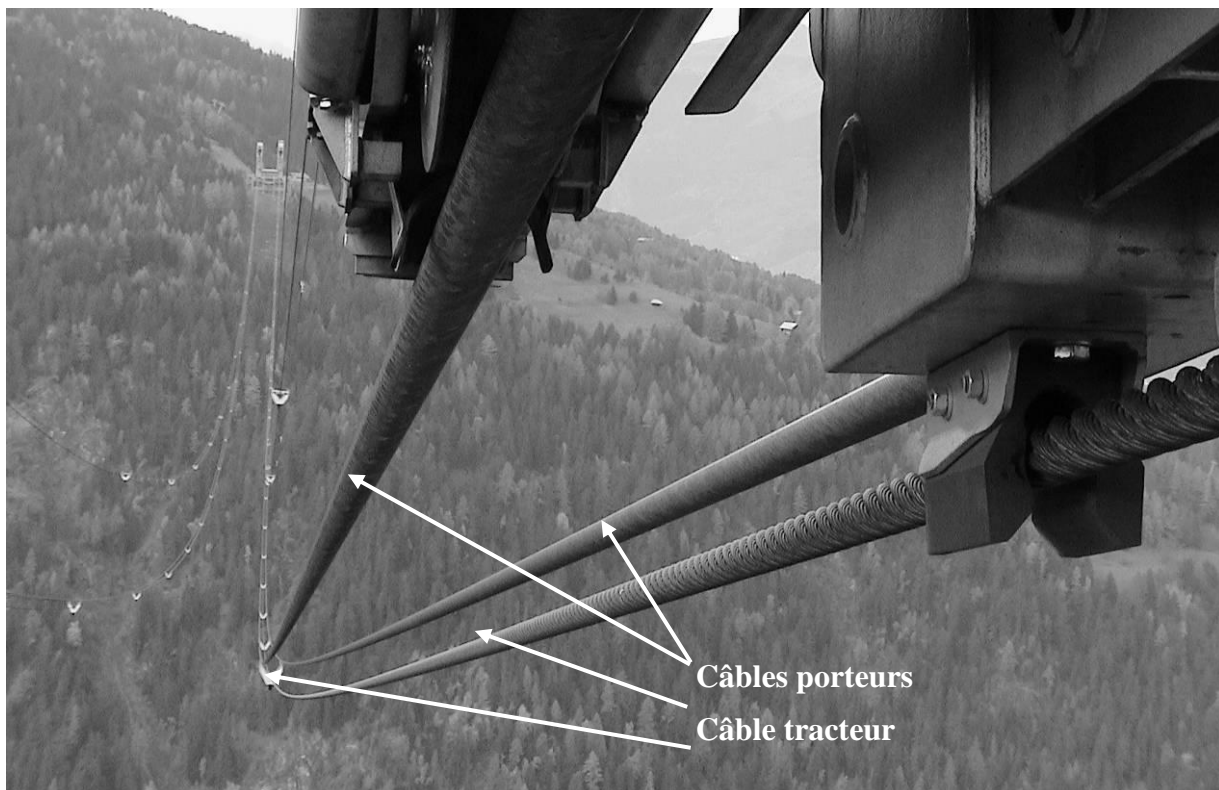
Problème N°2 : extrait E3a PSI 2014 - Le téléphérique de la Vanoise – temps conseillé 1h

Problème N°2 : Téléphérique de la Vanoise (extrait E3a PSI 2014)

Le téléphérique Vanoise Express relie les domaines skiables de La Plagne et Les Arcs. C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage.

La solution retenue est constituée de deux lignes parallèles portant chacune une seule cabine. Contrairement à la plupart des téléphériques, les deux lignes sont entièrement indépendantes, ce qui signifie qu'une cabine n'est pas le contrepois de l'autre. Ainsi, en cas de problème sur une cabine, la liaison entre les deux stations n'est pas interrompue.

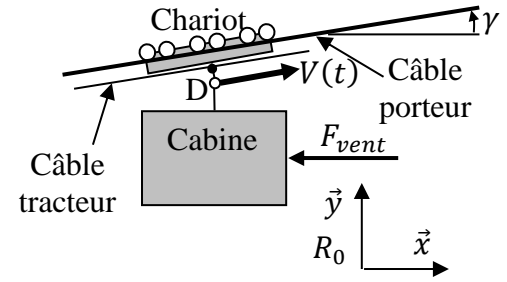
Le schéma de principe d'une ligne est donné en annexe. La capacité de chaque cabine est de 200 personnes. La puissance installée de 1060 kW par cabine autorise un débit maximum de 1000 personnes à l'heure dans chaque sens et par cabine. Chaque ligne est composée principalement de deux câbles porteurs (rails) et d'un câble tracteur (voir photo suivante).



La particularité de ce téléphérique est que les deux gares reliées sont sensiblement à la même altitude (1630 m pour Les Arcs et 1560 m pour La Plagne). Dans toute l'étude qui suit, on négligera cette différence d'altitude

Hypothèses et données :

- soit R_0 , un repère galiléen lié à la terre ;
- on donne $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, accélération de la pesanteur ;
- soit (E), le système matériel constitué de tous les solides en mouvement et du câble tracteur ;
- on suppose que la cabine de masse $M = 29 \text{ tonnes}$ se déplace en translation à la vitesse $V(t)$, sur le câble incliné de γ par rapport à l'horizontale (voir figure ci-contre) ;
- la poulie motrice a pour moment d'inertie par rapport à son axe $J_{pm} = 17000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Son diamètre est $D = 4 \text{ m}$. Sa vitesse de rotation est notée $\omega(t)$;
- chacune des 5 poulies de déviation a pour moment d'inertie $J_d = 10500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ et pour diamètre $d = 3,8 \text{ m}$;
- la masse totale du câble tracteur est $m = 29 \text{ tonnes}$. On suppose qu'il se déplace en translation à la vitesse $V(t)$. On néglige la puissance de la pesanteur sur le câble tracteur dans son mouvement par rapport à R_0 ;
- on néglige la masse du chariot et de ses poulies de guidage ;
- la câble tracteur est guidé par 50 petites poulies de guidage dont les caractéristiques sont : moment d'inertie $J_g = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, diamètre $d_g = 0,5 \text{ m}$. Trente deux de ces poulies sont montées sur des cavaliers accrochés aux câbles porteurs (voir annexe), les autres guident le câble en gare ;
- chaque moteur délivre la même puissance et a pour puissance maximum $P_{m,maxi} = 530 \text{ kW}$. Chaque moteur a pour moment d'inertie $J_m = 11,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. On note $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation d'un moteur ;
- on néglige les inerties des réducteurs de rapport $k = 1/20$ et de tous les solides non cités dans les hypothèses. La définition du rapport k est donnée annexe ;
- on suppose que toutes les liaisons pivot des solides du système matériel E avec le milieu extérieur sont sans frottement. Le frottement sera pris en compte globalement (voir hypothèses ci-dessous).

**A. Vérification du critère « Vitesse maximum de la cabine »**

Objectif : modéliser le comportement dynamique de la cabine afin de respecter le critère de vitesse maximum de la cabine dans une pente de 15° avec un vent défavorable : $V_{max} \geq V_0 = 12 \text{ m/s}$.

Lorsque la cabine approche de la gare de La Plagne, elle doit gravir une pente de $\gamma = 15^\circ$. Nous allons calculer la puissance P_m par moteur qui permet d'atteindre et donc de respecter le niveau du critère.

Hypothèses complémentaires pour le respect du critère ci-dessus :

- Chacun des deux moteurs délivre la puissance P_m ;
- La **vitesse de la cabine est constante** et égale à $V_0 = 12 \text{ m/s}$;
- La cabine gravit une pente de $\gamma = 15^\circ$;
- L'action du vent est modélisée par une force horizontale, s'opposant au déplacement, d'intensité constante $F_{vent} = 5000 \text{ N}$. Cette force est un maximum obtenu uniquement par vent défavorable ;
- $f = 6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ coefficient de frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur. Ce coefficient de frottement donne un couple résistant « vu par le moteur » proportionnel à sa vitesse de rotation. Il est obtenu par mesure de la puissance électrique absorbée lors d'un essai à vide de l'installation.

Q 1 – Que vaut la variation temporelle de l'énergie cinétique de E dans son mouvement par rapport à R_0 :

$$\frac{dE_c(E/R_0)}{dt}$$

Q 2 – Donner l'expression de $P(\text{ext} \rightarrow E/R_0)$, la somme des puissances extérieures au système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 .

Q 3 – Donner l'expression de P_{int} , la somme des puissances intérieures au système matériel E.

Q 4 – En appliquant le théorème de l'énergie-puissance à E , donner l'expression de la puissance P_m délivrée par chaque moteur en fonction de k , V_0 , D , M , g , f , γ et F_{vent} .

Q 5 – Faire l'application numérique de P_m . Les moteurs choisis ont une puissance maximum $P_{m,maxi} = 530 \text{ kW}$. Permettent-ils de respecter le niveau du critère « **Vitesse maximum de la cabine dans une pente à 15° avec un vent défavorable** » ?

B. Vérification du critère « Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine »

Objectif : modéliser le comportement dynamique de la cabine afin de respecter le critère de durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine lancée à $V_0 = 12 \text{ m/s}$ dans une descente à 10° sans vent : $t_a = 10 \text{ s}$.

Dans une descente, ce sont les moteurs à courant continu qui retiennent la cabine. Mais en cas de coupure d'électricité, les moteurs ne seraient plus contrôlés, et les cabines pourraient atteindre une vitesse trop élevée.

Q 6 – Calculer en fonction de $\omega_m(t)$ l'expression littérale de l'énergie cinétique de chaque élément du système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 . En déduire l'expression littérale du moment d'inertie équivalent J de tout le système matériel (E) ramené sur l'axe des moteurs.

Hypothèses et données complémentaires pour cette question :

- on donne $J = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, le moment d'inertie de tout le système matériel (E), ramené sur l'axe des moteurs ;
- on ne tient pas compte de l'action du vent F_{vent} ;
- par souci de simplifications, on néglige le frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur (coefficient f) ;
- la cabine sort de la gare des Arcs, et descend une pente $\gamma' = -10^\circ$ à la vitesse $V_0 = 12 \text{ m/s}$;
- on donne $C_f = 300000 \text{ N} \cdot \text{m}$, le couple de freinage du frein de service ;
- le freinage électrique (frein moteur) n'est pas utilisé. Les moteurs ne sont donc pas alimentés.

Q 7 – Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système matériel (E) dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 . Déterminez l'expression de $\dot{\omega}_m(t)$, la dérivée temporelle de $\omega_m(t)$. Donnez l'expression de la décélération notée a de la cabine en fonction de k , D et $\dot{\omega}_m(t)$. Donnez en fonction de a et de V_0 l'expression de la durée τ du freinage.

Q 8 – Faire l'application numérique de τ . Vérifiez le critère « Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine lancée à $V_0 = 12 \text{ m/s}$ dans une descente à 10° sans vent ».

Annexe

Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :

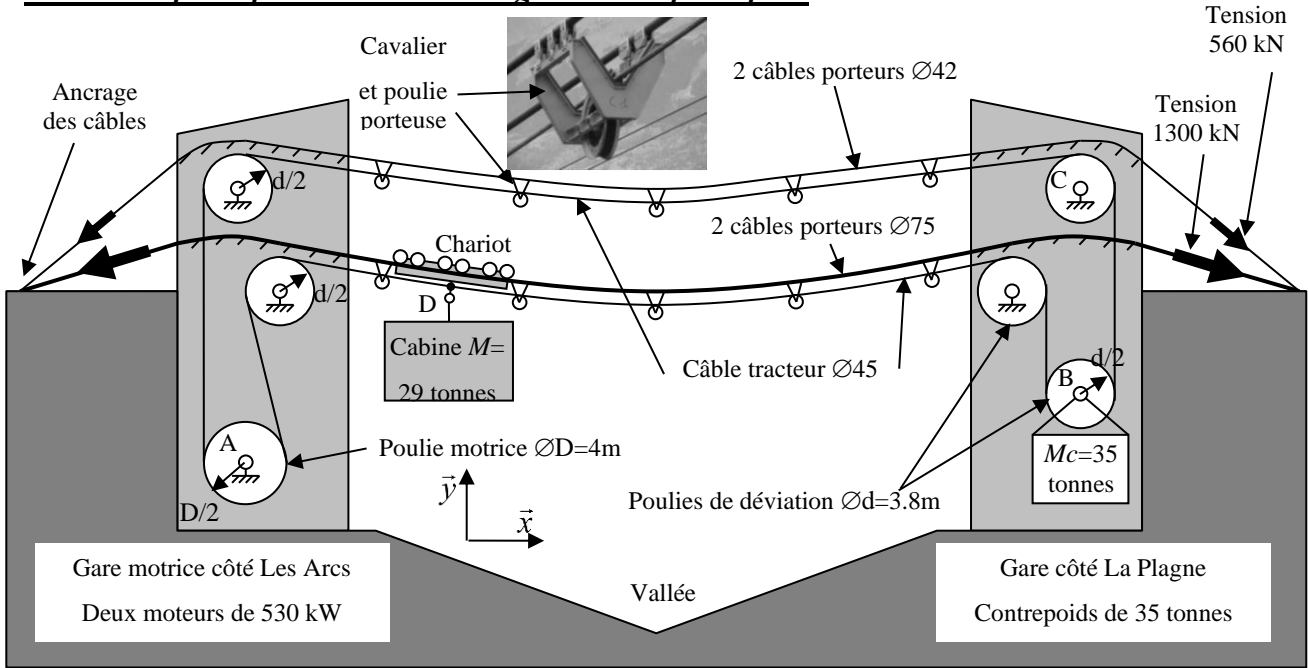
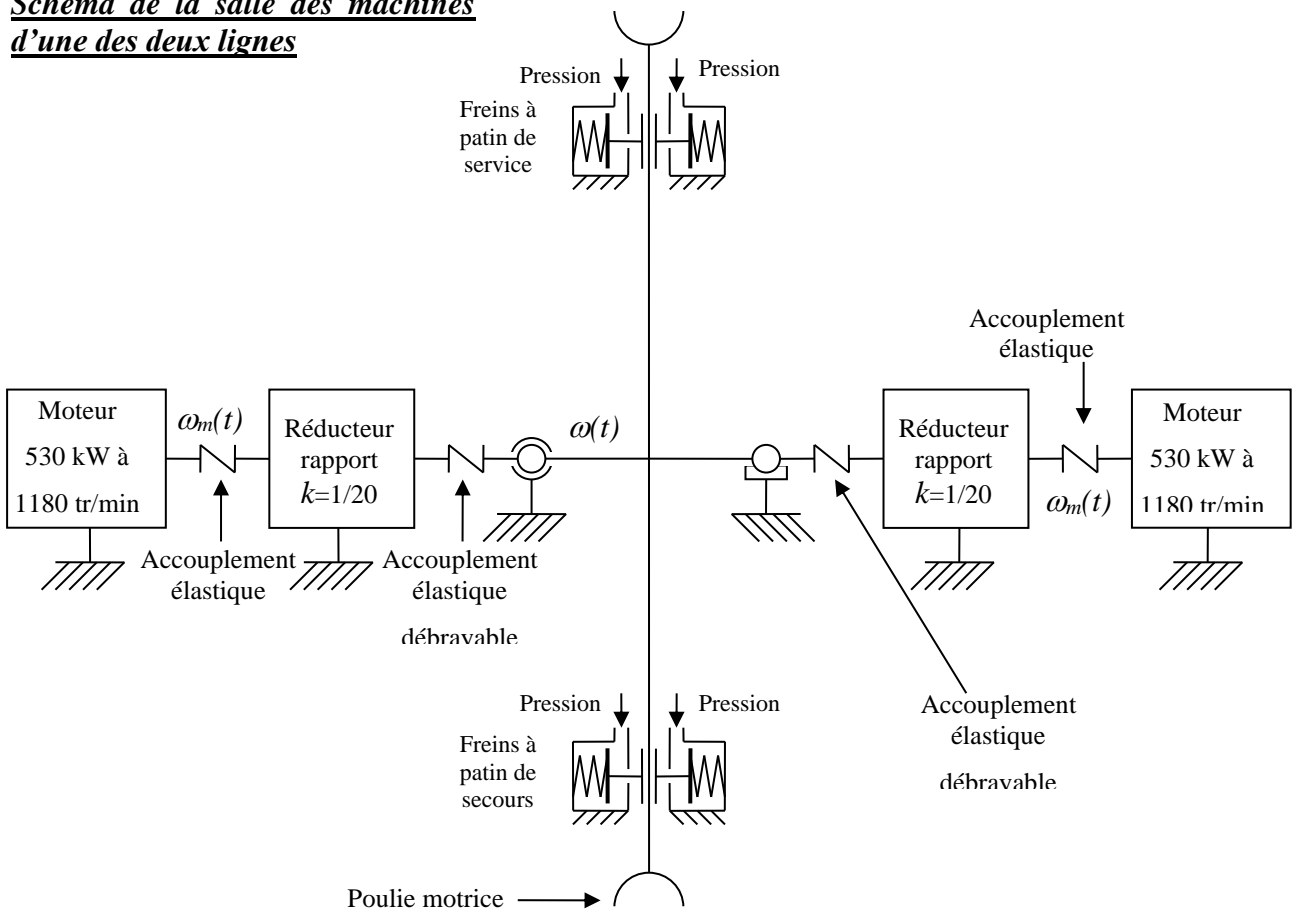


Schéma de la salle des machines d'une des deux lignes



Définition de k : $k = \frac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{20}$