Annexe: Formulaire de dynamique

$I_{O}(S) = \begin{bmatrix} I_{o,\vec{x}} & -P_{Oxy} & -P_{Oxz} \\ -P_{Oxy} & I_{o,\vec{y}} & -P_{Oyz} \\ -P_{Oxz} & -P_{Oyz} & I_{o,\vec{z}} \end{bmatrix}_{R} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{R}$

 $I_{O,\vec{x}} = \int_{S} (y^2 + z^2).dm$: moment d'inertie / (O,\vec{x})

 $P_{Oxy} = \int_{S} x.y.dm$: produit d'inertie / plan(O, x, y)

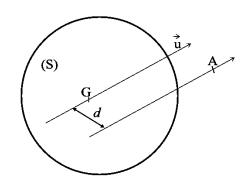
Matrice d'inertie en G d'un parallélépipède de masse m, de côtés a, b et c:

$$\begin{pmatrix} \frac{m}{12}(b^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(a^2 + c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(a^2 + b^2) \end{pmatrix}_{X,V,Z}$$

Matrice d'inertie

Pour un moment d'inertie :

$$I_{A,\vec{u}}(S)=I_{G,\vec{u}}(S)+m.d^2$$



Théorème de Huygens

Pour une matrice d'inertie:

$$I_{P}(S) = I_{G}(S) + m \begin{bmatrix} y^{2} + z^{2} & -x.y & -x.z \\ -x.y & x^{2} + z^{2} & -y.z \\ -x.z & -y.z & x^{2} + y^{2} \end{bmatrix}_{R}$$

$$avec \ \overrightarrow{PG} = x \ \overrightarrow{x} + y \ \overrightarrow{y} + z \ \overrightarrow{z}$$

Lycée Claude Fauriel Page 1 sur 2

Torseur
cinétique ou
torseur des
quantités de
mouvement
d'un solide S
dans son
mouvement
par rapport à
un repère
galiléen R

$$C(S/R) = \begin{cases} m.\overline{V(G,S/R)} \\ \overline{\sigma(A,S/R)} = m.\overline{AG} \wedge \overline{V(A,S/R)} + I_A(S).\overline{\Omega(S/R)} \end{cases}$$

Cas particuliers:

Si A = G, alors:
$$\overrightarrow{\sigma(G \in S/R)} = I_G(S)$$
. $\overrightarrow{\Omega(S/R)}$

Si A fixe dans R, alors :
$$\overrightarrow{\sigma(A \in S/R)} = I_A(S). \overrightarrow{\Omega(S/R)}$$

Torseur dynamique ou torseur des quantités d'accélération d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère galiléen R

$$D(S/R) = \begin{cases} m.\overline{\Gamma(G,S/R)} \\ \overline{\delta(A,S/R)} = \left[\frac{d\overline{\sigma(A,S/R)}}{dt} \right]_{R} + m.\overline{V(A/R)} \wedge \overline{V(G/R)} \end{cases}$$

<u>Cas particuliers</u>: Si A = G, alors: $\overline{\delta(G \in S/R)} = \left[\frac{d \overline{\sigma(G,S/R)}}{dt}\right]_R$

Si A fixe dans R, alors:
$$\overline{\delta(A,S/R)} = \left[\frac{d \overline{\sigma(A,S/R)}}{dt}\right]_R$$

Si S est en translation /R, alors : $\overline{\delta(G \in S/R)} = \vec{0}$

Éléments
cinétiques
d'un
ensemble E
de n solides Si
en
mouvement
par rapport à
un repère
galiléen R

$$C(\text{E/R}) = \sum_{i=1}^{n} C(s_i/\text{R}) \qquad \qquad D(\text{E/R}) = \sum_{i=1}^{n} D(s_i/\text{R})$$

Lycée Claude Fauriel Page 2 sur 2