Q1 : A partir du profil trapézoïdal de vitesse, et compte-tenu du fait que les accélérations sont opposées durant les phases 1 et 3, on peut écrire : $\gamma = \frac{V_m}{T_1} = -\frac{V_m}{T_3 - T_2}$, soit : $T_1 = \frac{V_m}{\gamma}$.
Par ailleurs, la distance parcourue s'estime comme l'intégrale de la vitesse, soit l'aire du trapèze : $X_f - X_o = \frac{1}{2}T_1 V_m + \underbrace{(T_2 - T_1)}_{=t_{acq}} V_m + \frac{1}{2}\underbrace{(T_3 - T_2)}_{=T_1} V_m = (T_1 + t_{acq})V_m$

soit : $X_f - X_o = \left(\frac{V_m}{\gamma} + t_{acq}\right)V_m$, dont on peut extraire : $\gamma = \frac{{V_m}^2}{X_f - X_o - V_m t_{acq}} = \frac{8^2}{130-10-8\times 10} = 1.6 m\cdot s^{-2}$

Q2 : $\vec{\delta}_{O_1 1/0} = \frac{d\vec{\sigma}_{O_1 1/0}}{dt} = \frac{d}{dt}(J_R \omega_R \vec{z}_0) = J_R \frac{d\omega_R}{dt}\vec{z}_0$

On isole la roue avant (1).

L'inventaire des actions mécaniques extérieures à (1) se résume à :

- l'action de la pesanteur : $\left\{T_{pes\to 1}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{P}_1 = -m_R g\,\vec{y}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{O_1}$,
- la réaction du sol (0) via la liaison ponctuelle de normale $I_1\vec{y}_0$: $\left\{T_{0\to 1}\right\} = \left\{\begin{matrix}X_{01}\vec{x}_0 + Y_{01}\vec{y}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{I_1} (Y_{01} > 0)$,
- l'action de (3) transmise par la liaison pivot (problème plan, liaison parfaite) : $\left\{T_{3\to 1}\right\} = \left\{\begin{matrix}X_{31}\vec{x}_0 + Y_{31}\vec{y}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{O_1}$,
- l'action mécanique du réducteur transmise à (3) : $\left\{T_{red\to 1}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{0} \\ C_R\vec{z}_0\end{matrix}\right\}_{O_1}$.

Q3 :
L'écriture du théorème demandé est : $\vec{\delta}_{O_1 1/0}\cdot\vec{z}_0 = \sum \vec{M}_{O_1 AME\to 1}\cdot\vec{z}_0$, soit : $J_R\frac{d\omega_R}{dt} = C_R + RX_{01}$.

Le RSG de (3) sur (0) permet d'affirmer que $V_3 = -R\omega_R$, soit : $\gamma = \frac{dV_3}{dt} = -R\frac{d\omega_R}{dt}$ et donc : $X_{01} = -\gamma\frac{J_R}{R^2} - \frac{C_R}{R}$

L'énoncé donne la relation issue du TEC : $\frac{-C_m}{kR} = \frac{M_{eq}}{2}\gamma$ avec $M_{eq} = m_3 + 2m_R + 2\frac{J_R}{R^2}$ et rappelle que : $C_m = kC_r$, ce qui permet d'obtenir : $X_{01} = -\gamma\frac{J_R}{R^2} + \frac{M_{eq}}{2}\gamma = \left(\frac{1}{2}m_3 + m_R\right)\gamma$

Le même raisonnement s'applique également à la roue (2) (même cinématique), soit: $X_{02} = \left(\frac{1}{2}m_3 + m_R\right)\gamma = X_{01}$

Autre possibilité : On peut aussi remarquer que le théorème de la résultante dynamique appliqué à (1)U(2)U(3) / (0) en projection sur $\vec{x}_0$ s'écrit : $X_{01} + X_{02} = (m_3 + 2m_R)\gamma$, ce qui permet de retrouver : $X_{02} = \left(\frac{1}{2}m_3 + m_R\right)\gamma = X_{01}$

Q4 :
On isole (Σ). Pour déterminer l'inconnue Y_{01}, il faut éliminer l'inconnue Y_{02}, une possibilité consiste à écrire le TMD appliqué à (Σ) en O_2, ainsi il vient : $\vec{\delta}_{O_2\Sigma/0} = \sum \vec{M}_{O_2 AME\to\Sigma}$.
Pour le calcul détaillé du moment dynamique, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{O_2\Sigma/0} &= \vec{\delta}_{O_2 1/0} + \vec{\delta}_{O_2 2/0} + \vec{\delta}_{O_2 3/0} \\ &= \vec{\delta}_{O_1 1/0} + \vec{O_2O_1}\wedge m_R\vec{\Gamma}_{O_1 1/0} + \vec{\delta}_{O_2 2/0} + \vec{\delta}_{G_3 3/0} + \vec{O_2G_3}\wedge m_3\vec{\Gamma}_{G_3 3/0} \\ &= -J_R\frac{\gamma}{R}\vec{z}_0 + 2L\vec{x}_0\wedge m_R\gamma\vec{x}_0 - J_R\frac{\gamma}{R}\vec{z}_0 + \vec{0} + (L\vec{x}_0 + H\vec{y}_0)\wedge m_3\gamma\vec{x}_0 \\ &= -2J_R\frac{\gamma}{R}\vec{z}_0 - Hm_3\gamma\vec{z}_0\end{aligned}$$

Expression de la composante du torseur dynamique correspondant : $\vec{\delta}_{O_2\Sigma/0} \cdot \vec{z}_0 = -\gamma\left(\frac{2J_R}{R} + Hm_3\right)$

Pour aller plus loin que le strict attendu du sujet, on peut faire la résolution complète, en développant le calcul du terme de moment des AME et résoudre l'équation du TMD pour obtenir Y_{01}. Ce que nous proposons ci-après :

L'inventaire des actions mécaniques extérieures à (Σ) se résume à :

- l'action de la pesanteur sur (1), (2) et (3), respectivement en : (O_1, O_2, G_3),
- la réaction du sol (0) sur (1) via la ponctuelle de normale $I_1\vec{y}_0$ ': $\{T_{0\to1}\} = \left\{\begin{matrix} X_{01}\vec{x}_0 + Y_{01}\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_1} (Y_{01} > 0)$,
- la réaction du sol (0) sur (2) via la ponctuelle de normale $I_2\vec{y}_0$ ': $\{T_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{02}\vec{x}_0 + Y_{02}\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_2} (Y_{02} > 0)$,

$$\sum \vec{M}_{O_2 AME\to\Sigma} = \vec{M}_{O_2 pes\to1} + \vec{M}_{O_2 pes\to2} + \vec{M}_{O_2 pes\to3} + \vec{M}_{O_2 0\to1} + \vec{M}_{O_2 0\to2}$$

$$= -2Lm_R g\vec{z}_0 - Lm_3 g\vec{z}_0 + \vec{0} + 2LY_{01}\vec{z}_0 + RX_{01}\vec{z}_0 + RX_{02}\vec{z}_0$$

$$= -(m_3 + 2m_R)gL\vec{z}_0 + 2LY_{01}\vec{z}_0 + (m_3 + 2m_R)\gamma R\vec{z}_0$$

En projection sur $\vec{z}_0$: $-2\gamma\frac{J_R}{R} - Hm_3\gamma = (m_3 + 2m_R)(\gamma R - gL) + 2LY_{01}$,

Soit, au final (mais non demandé dans le sujet) : $Y_{01} = \frac{1}{2L}\left((m_3 + 2m_R)(gL - \gamma R) - 2\gamma\frac{J_R}{R} - Hm_3\gamma\right)$

Q5 : Pour estimer la composante Y_{02}, on peut appliquer le théorème de la résultante dynamique (TRD) à l'ensemble (Σ) en projection sur la verticale, l'inventaire des AME se résume aux seuls glisseurs :

- pesanteur,
- réactions normales (et tangentielles) des contacts avec le sol (0),

Le théorème s'écrit ainsi : $Y_{01} + Y_{02} - (m_3 + 2m_R)g = 0$, soit $Y_{02} = (m_3 + 2m_R)g - Y_{01}$

Q6 : On cherche la masse equivalente. Même méthode que pour l'inertie équivalente. On somme les NRJ cinétiques de tout ce qui bouge et on l'écrit sous la forme d'une NRJ cinétique d'un objet en translation (V_3) de masse Meq.

Attention : les roues tournent et translatent (RSG) :

$$\text{Ec(roues/0)} = 2\text{Ec(1/0)} = \left\{\begin{matrix} m_R V_3 \overrightarrow{x_0} \\ J_R \omega_R \overrightarrow{z_0} \end{matrix}\right\}_{O_1} * \left\{\begin{matrix} \omega_R \overrightarrow{z_0} \\ V_3 \overrightarrow{x_0} \end{matrix}\right\}_{O_1} = m_R {V_3}^2 + J_R {\omega_R}^2$$

L'NRJ cinétique totale est : $m_R {V_3}^2 + J_R {\omega_R}^2 + \frac{1}{2} m_3 {V_3}^2 = \frac{1}{2} M_{eq} {V_3}^2$

Comme $V_3 = -R\omega_R$ cela donne $M_{eq} = m_3 + 2m_R + 2\frac{J_R}{R^2}$

Q7 : Il suffit de reprendre certaines équations de la dynamique :

- TRD à (1)U(2)U(3) / (0) en projection sur $\vec{x}_0$ s'écrit : $X_{01} + X_{02} = (m_3 + 2m_R)\gamma$
- TMD à (1) en O₁ en projection sur $\vec{z}_0$: $X_{01} = -\gamma\frac{J_R}{R^2} - \frac{C_R}{R}$. Idem pour (2)

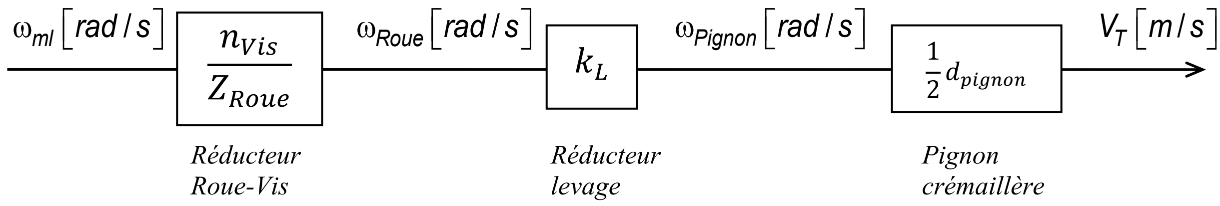
D'où : $-\gamma\frac{J_R}{R^2} - \frac{C_R}{R} - \gamma\frac{J_R}{R^2} - \frac{C_R}{R} = (m_3 + 2m_R)\gamma$ ce qui donne : $-\frac{C_m}{k.R} = \frac{M_{eq}}{2}\gamma$

Q8 : La seconde loi de Coulomb n'est satisfaite que si : $\left|\frac{X_{01}}{Y_{01}}\right| \le f_1$ (composante tangentielle sur composante normale),pour s'assurer du roulement sans glissement de (1) / (0), même chose pour (2).

Q9 : En revenant à un modèle à 4 roues motrices et 4 roues libres, on "allège" d'un facteur 2 les composantes normales des appuis au sol Y_{0i} mais on conserve les composantes tangentielles X_{0i}, les facteurs de frottements s'en trouvent donc multipliés par 4 (car s =2). Soit : $f_{1\min} = 4 \times 0.177 \approx 0.7$ et $f_{2\min} = 4 \times 0.146 \approx 0.6$.

Le seul couple de matériau qui convient est $\boxed{\text{acier-caoutchouc}}$

Q10 :



Expression littérale : $V_T = \frac{1}{2}\frac{n_{Vis}}{Z_{Roue}} d_{pignon} k_L \omega_{ml}$

Application numérique : $V_T = 2.10^{-3} m \cdot s^{-1} = 2mm \cdot s^{-1}$

Q11 : Expression littérale : $T_V = \frac{C_T(course)}{V_T(vitesse)}$ A.N. $T_V = \frac{0{,}01}{2.10^{-3}} = 5s$ Le critère est respecté (≤ 5 s)

Q12 : $K_8 = R[m]$ $K_9 = \frac{1}{r}[m^{-1}]$ $K_1 = K_9 K_{10} K_{11} [V \cdot s \cdot m^{-1}]$