CB2 du 20/01 : Physique (4h)

Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'aux consignes suivantes :

- Chaque exercice sera traité sur une copie double séparée.
- Vous laisserez un espace au début de votre devoir pour la correction.
- Chaque réponse devra être formulée à l'aide d'une phrase verbale (sujet - verbe - complément).
- Les formules littérales doivent être **encadrés** et les applications numériques **soulignées**.
- La calculatrice est **autorisée**, le téléphone interdit.
- Vous veillerez à ne pas mélanger valeur numérique et expression littérale.

Exercice 1 : Observation du Fort Boyard

Situé au large de la Charente-Maritime, le Fort Boyard est édifié sous l'impulsion de Napoléon afin de protéger la rade, l'embouchure de la Charente, le port et surtout le grand arsenal de Rochefort des assauts de la marine anglaise. Construit entre 1804 et 1857, il est transformé en prison quelques années à peine après son achèvement. Cet imposant vaisseau de pierre est dorénavant connu dans le monde entier grâce au jeu télévisé du même nom, tourné depuis 1990, dans lequel une équipe généralement constituée de six candidats réalise diverses épreuves physiques et intellectuelles afin de gagner un trésor en boyards.

Avant de se lancer à l'assaut du Fort, les candidats l'observent depuis l'Île d'Aix à l'aide de jumelles, sommairement modélisées par une paire de lunettes de Galilée. Chaque lunette comprend deux lentilles, l'une plan convexe, l'autre plan concave.

Q.1 Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction, au moyen d'un schéma faisant apparaître les grandeurs utiles.

Q.2 La figure 1 représente les lentilles plan convexe et plan concave taillées dans un verre d'indice optique $n > 1$ et plongées dans l'air d'indice optique $n_{\text{air}} = 1$. Recopier la figure et tracer qualitativement le suivi des rayons au travers du dioptre air/verre, puis du dioptre verre/air. Bien qu'aucun calcul ne soit attendu, détailler la démarche adoptée en utilisant la réponse à la **question Q.1**.

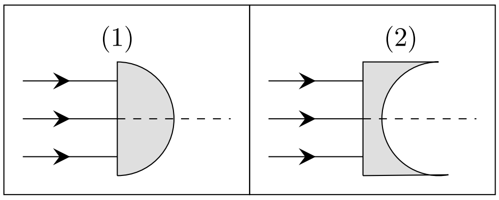

Figure 1 - Les lentilles plan convexe (1) et plan concave (2)

Q.3 En déduire la nature, convergente ou divergente, de chaque lentille.

Dans la suite, les lentilles sont supposées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. Chaque lunette de Galilée est composée d'une lentille (L_1) de distance focale $f_1' > 0$ consituant l'objectif de la lunette, et d'une lentille (L_2) de distance focale $f_2' < 0$, telle que $|f_2'| < f_1'$, constituant l'oculaire (voir figure 2). On note respectivement O_1, F_1 et F_1' le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'objectif. De même, on note respectivement O_2, F_2 et F_2' le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'oculaire.

Figure 2 - Schéma optique de la lunette de Galilée

La lunette est réglée de façon à donner une image à l'infini d'un objet à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

Q.4 Préciser et justifier la position relative des foyers des lentilles. En déduire l'encombrement $l = O_1O_2$ en fonction de f_1' et de $|f_2'|$.

Q.5 Recopier le schéma de la figure 2 et poursuivre le tracé des rayons incidents parallèles faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' avec l'axe optique.

Q.6 L'image du Fort à travers les jumelles apparaît-elle droite ou renversée par rapport au Fort observé à l'œil nu ? Justifier.

Q.7 En se plaçant dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits ; déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.

Q.8 Compte tenu des valeurs de grossissement et d'encombrement précisées en fin de partie, calculer la valeur des distances focales f'_1 et f'_2.

On observe le Fort, de hauteur h, depuis l'Île d'Aix située à une distance d.

Q.9 Sous quel angle le fort est-il observé à l'œil nu ? Sous quel angle est-il observé à travers les jumelles ? Vérifier la validité des conditions de Gauss.

Données :

Hauteur du Fort Boyard	$h = 20\,\mathrm{m}$
Distance Île d'Aix-Fort Boyard	$d = 3{,}0\,\mathrm{km}$
Grossissement de la lunette de Galilée	$G = 20$
Encombrement de la lunette de Galilée	$l = 25\,\mathrm{cm}$

Exercice 2 : Le voyage entre la Terre et Mars

Un demi-siècle après avoir marché sur la Lune, l'exploration spatiale semble se fixer à moyen terme l'objectif de l'exploration de la planète Mars par l'homme. Une telle expédition suppose de résoudre un très grand nombre de problèmes concernant aussi bien les aspects techniques que les aspects humains.

Ce sujet propose d'étudier la cohérence de l'un des nombreux scénarios élaborés par la NASA pour un vol habité vers Mars.

Dans toute cette partie du problème, les orbites des planètes autour du Soleil sont assimilées à des cercles de rayon égal au demi-grand axe a des ellipses. On se place dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen.

Vitesse de l Terre et de Mars dans le référentiel héliocentrique

Q.1 Donner les dimensions de la constante gravitationnelle $\mathscr{G}$ ainsi que son unité SI.

Q.2 Montrer que le moment cinétique $\overrightarrow{L_O}$ en O, centre du Soleil, d'un objet de masse m est une constante du mouvement.

Q.3 On utilise les coordonnées cylindre $(O, \overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$ avec $\overrightarrow{u}_z$ tel quel $\overrightarrow{L_O} = L_O\overrightarrow{u}_z$. Justifier que le mouvement est plan et exprimer $\mathscr{C} = r^2\dot{\theta}$ en fonction de L_O et m. Quel est le nom de cette grandeur ?

Q.4 Déterminer, dans le cas d'une orbite circulaire de rayon R, la vitesse V de l'objet en fonction de G, M_S, R et m. Calculer les valeurs numériques de V_T, la vitesse orbitale de la Terre et de V_M, celle de Mars. Dans le référentiel héliocentrique.

Aspect énergétique et troisième loi de Kepler

Q.5 Déduire l'expression de $\mathscr{E}_c$ l'énergie cinétique, puis de $\mathscr{E}_m$ l'énergie mécanique de l'objet de masse m sur son orbite circulaire autour du Soleil en fonction de G, M_S et R.

Q.6 Exprimer la période de rotation T de l'objet en fonction de G, M_S et R (troisième loi de Kepler)

Voyage aller Terre - Mars, orbite de transfert

D'un point de vue énergétique, la méthode la plus efficace pour envoyer un vaisseau d'une orbite circulaire à une autre orbite cirulaire coplanaire est de le placer sur une trajectoire de transfert elliptique tangente aux deux orbites circulaires, donc ici aux orbites de Mars et de la Terre (ellipse de Hohmann). On admet que seule l'attraction solaire agit sur le vaisseau pendant son mouvement.

Q.7 Représenter, sur la **figure 7** du document réponse, montrant les orbites de la Terre et de Mars, l'allure de l'orbite de transfert (trajectoire de Hohmann).

La position de la Terre au temps $t = 0$ du départ du vaisseau est prise comme originaire angulaire ($\theta_T(0) = 0$).

Q.8 Au départ de l'orbite de la Terre, exprimer en fonction de V_T, a_M et a_T la vitesse V'_T que doit avoir le vaisseau sur sa trajectoire de transfert. En déduire la variation de vitesse $\Delta V_T = V'_T - V_T$. Calculer la valeur numérique de ΔV_T.

En pratique, la variation de vitesse requise est plus importante en raison de la nécessité de se libérer de l'attraction de la planète à partir d'une orbite basse.

Q.9 Exprimer puis calculer la durée Δt du voyage jusqu'à l'orbite de Mars.

Q.10 Quel doit être l'angle $\alpha_0 = \theta_M(0) - \theta_T(0)$ (Terre-Soleil-Mars) formé par les directions de Mars et de la Terre, vus du Soleil, au moment du lancement afin que Mars soit au rendez-vous à l'arrivée du vaisseau ? Calculer la valeur numérique de α_0 et indiquer la position de Mars au moment du lancement sur la **figure 7** du document réponse.

Q.11 Dans l'hypothèse d'un problème survenu pendant le voyage aller nécessitant de ne pas explorer la planète, le vaisseau ne modifie par sa vitesse lors du passage de l'orbite de Mars. Déterminer la position angulaire de la Terre au bout d'une révolution complète de celui-ci sur son orbite de transfert. Commenter.

Données :

Constante de la gravitation universelle	$\mathscr{G} = 6{,}7 \times 10^{-11}$ SI
Masse du Soleil	$M_S = 2{,}00 \times 10^{30}$ kg
Demi-grand axe de l'orbite de la Terre	$a_T = 150 \times 10^6$ km
Demi-grand axe de l'orbite de Mars	$a_M = 228 \times 10^6$ km
Champ de pesanteur terrestre	$g = 9{,}81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$
Période de révolution de la Terre	$T_T = 365$ jour
Période de révolution de Mars	$T_M = 687$ jour

Exercice 3 : Chauffage de l'eau contenue dans la cuve

Chauffe-eau électrique

Dans cette partie, on s'intéresse à un chauffe-eau électrique schématisé sur **figure 3**.

Données
Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_e = 4180\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$
Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1{,}0\,\mathrm{kg \cdot L^{-1}}$
Ces données sont supposées indépendantes de la température et de la pression.

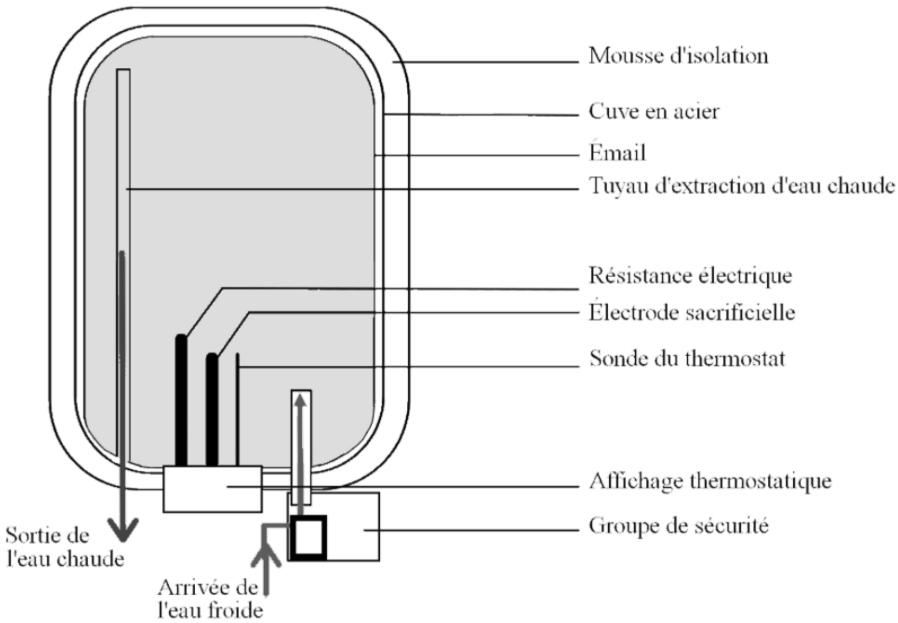

Figure 3 - Schéma descriptif d'un chauffe-eau électrique

Ce chauffe-eau a une puissance électrique égale à $P = 2000\,\mathrm{W}$ et sa cuve contient un volume $V = 200\,\mathrm{L}$ d'eau. Cette cuve est remplie avec de l'eau froide à $T_{e1} = 288\,\mathrm{K}$ ($\theta_{e1} = 15\,°\mathrm{C}$). Grâce à une résistance chauffante, cette eau est chauffée à $T_{e2} = 338\,\mathrm{K}$ ($\theta_{e2} = 65\,°\mathrm{C}$).

Q.1 Déterminer la valeur de l'énergie calorifique Q nécessaire pour chauffer l'eau.

Q.2 En déduire le temps nécessaire Δt pour chauffer l'eau. On précisera le résultat en heures.

Chauffe-eau thermodynamique

Dans cette partie, on s'intéresse à la pompe à chaleur d'un chauffe-eau thermodynamique schématisé sur la **figure 4**.

Cette pompe à chaleur est située dans une pièce dont l'air environnant est à la température $T_a = 280\,\mathrm{K}$ ($\theta_a = 7\,°\mathrm{C}$) que l'on suppose constante. Elle est destinée à maintenir l'eau du chauffe-eau à la température $T_{e2} = 338\,\mathrm{K}$ ($\theta_{e2} = 65\,°\mathrm{C}$) en prélevant de l'énergie thermique à l'air environnant, grâce à un fluide frigorigène qui circule en circuit fermé dans la machine.

On suppose que la pompe à chaleur fonctionne de manière réversible selon un cycle de Carnot.

Au cours d'un cycle, on note W le travail reçu par le fluide de la part du compresseur, Q_f le transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source froide et Q_c le transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source chaude. On désigne par T_c la température de la source chaude et T_f la température de la source froide.

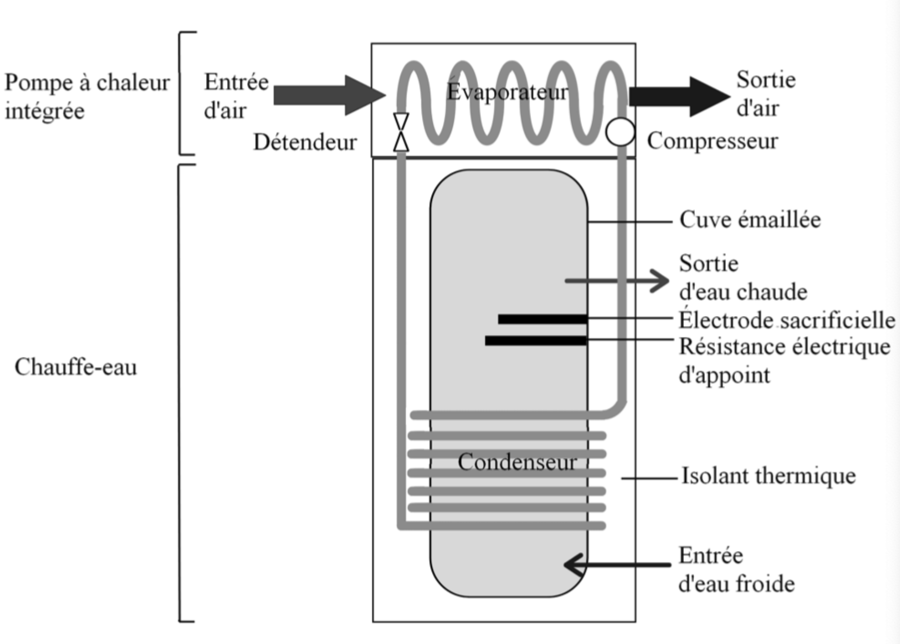

Figure 4 - Schéma descriptif d'un chauffe-eau électrique

Q.3 Rappeler le schéma de principe d'une pompe à chaleur ditherme et préciser le signe des échanges d'énergie W, Q_f et Q_c.

Q.4 Quel élément joue le rôle de source froide et quel élément joue le rôle de source chaude ?

Q.5 Rappeler les transformations qui composent le cycle de Carnot en donnant la définition de chaque transformation.

Q.6 Schématiser le cycle de Carnot dans le diagramme de Clapeyron (P, v). Justifier le sens du cycle.

Q.7 Appliquer le premier principe de la thermodynamique au fluide au cours d'un cycle réversible.

Q.8 Appliquer le second principe de la thermodynamique au fluide au cours d'un cycle réversible.

Q.9 Définir le coefficient de performance (ou efficacité) d'une pompe à chaleur.

Q.10 En déduire l'expression du coefficient de performance maximal $COP_{\max}$ en fonction de T_c et T_f.

Q.11 Effectuer l'application numérique.

Q.12 Dans ces conditions d'utilisation ($T_a = 280\,\mathrm{K}$ et $T_{e2} = 338\,\mathrm{K}$), le constructeur annonce un $COP = 3{,}6$. Pour quelle raison est-il différent du $COP_{\max}$?

Q.13 Commenter la recommandation suivante du constructeur :

"le chauffe-eau thermodynamique trouvera sa place dans une pièce de la maison dont la température n'est pas trop faible notamment en hiver, comme un cellier ou une lingerie."

Exercice 4 : Des vagues au système mécanique

On considère un système à corps oscillant avec une partie fixe au fond de l'eau et une partie mobile, comme par exemple le dispositif Oyster (cf. **figure 5** à gauche), dispositif dont la partie supérieure dépasse légèrement de l'eau, qui est testé au large de l'Écosse, ou comme le dispositif WaveRoller (cf. **figure 5** à droite), dispositif complètement immergé, développé par une société finlandaise et qui est testé au large du Portugal.

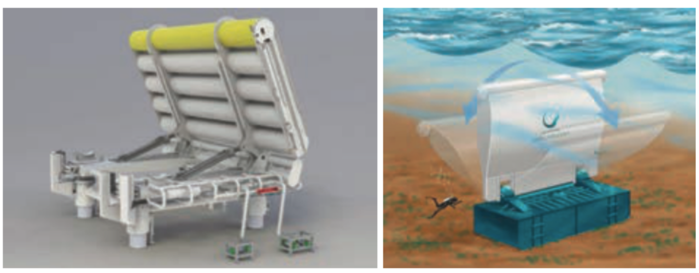

Figure 5 - Dispositifs Oyster (à gauche) et WaveRoller (à droite)

On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide S en rotation autour de l'axe Oy et complètement immergé dans l'eau. Le pendule est fixé au sol (au fond de la mer) par un dispositif non représenté sur le schéma. Le point O est donc fixe par rapport au sol. Les mouvements ont lieu dans le plan vertical (xOz). Les vecteurs unitaires $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$ et $\overrightarrow{u}_z$ forment une base orthonormée directe (cf **figure 6**).

On note :

- m la masse et V le volume du solide S ;
- J le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Oy ;
- d la distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du solide $d = OG$;
- ρ_e la masse volumique de l'eau.

On suppose que :

- le référentiel terrestre est galiléen ;
- le centre de poussée (point d'application de la poussée d'Archimède) pour le solide S est confondu avec son centre de gravité G ;
- il existe un couple résistant exercé au niveau de l'axe de rotation du pendule de la forme $\overrightarrow{C} = -\alpha\dot{\theta}\overrightarrow{u}_y$;
- la houle exerce une force de la forme $\overrightarrow{F} = \beta\cos(\omega t)\overrightarrow{u}_x$ en G.

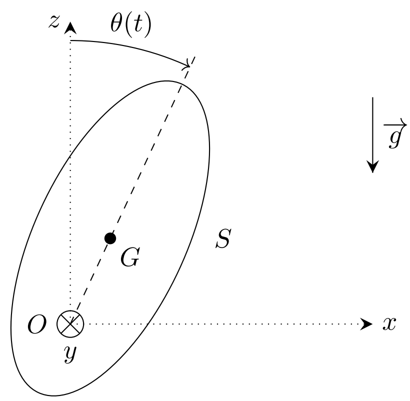

Figure 6 - Pendule pesant, notations.

Q.1 En raisonnant de manière qualitative sur les forces, déterminer la condition sur ρ_e, m et V pour que, en absence de houle, la position d'équilibre stable du pendule corresponde à $\theta = 0$.

Q.2 Déterminer les moments des différentes forces s'exerçant sur le solide S par rapport à l'axe Oy.

Q.3 Établir l'équation du mouvement du solide S, c'est-à-dire l'équation différentielle vérifiée par θ.

Q.4 On se place dans l'approximation des petits angles. Linéariser alors l'équation différentielle précédente.

On mettra l'équation sous la forme $\ddot{\theta} + \lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = f(t)$ et on précisera l'expression des différents terme λ, ω_0 et $f(t)$.

Q.5 On se place en régime sinusoïdal forcé. On note $\underline{\theta} = \theta_0(\omega)e^{j(\omega t+\varphi)}$ et $\theta = \mathscr{R}e\left(\underline{\theta}\right)$. Déterminer l'expression de $\theta_0(\omega) = |\underline{\theta}|$.

Q.6 La puissance récupérée est proportionnelle à $\dot{\theta}^2$: on note $P_r(t) = \gamma\dot{\theta}^2$ la puissance récupérée instantanée. Donner l'expression de la puissance moyenne P_m récupérée en fonction de ω.

Q.7 Tracer l'allure de P_m en fonction de ω puis de la période propre T_0.

Q.8 Calculer la pulsation propre ω_0 puis la période propre T_0.

Données : accélération de la pesanteur $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $d = 10\,\mathrm{m}$, $V = 1000\,\mathrm{m^3}$, $m = 300\,\mathrm{tonnes}$ et on prendra $J \simeq md^2$.

· · · FIN · · ·

Questions 7 et 10

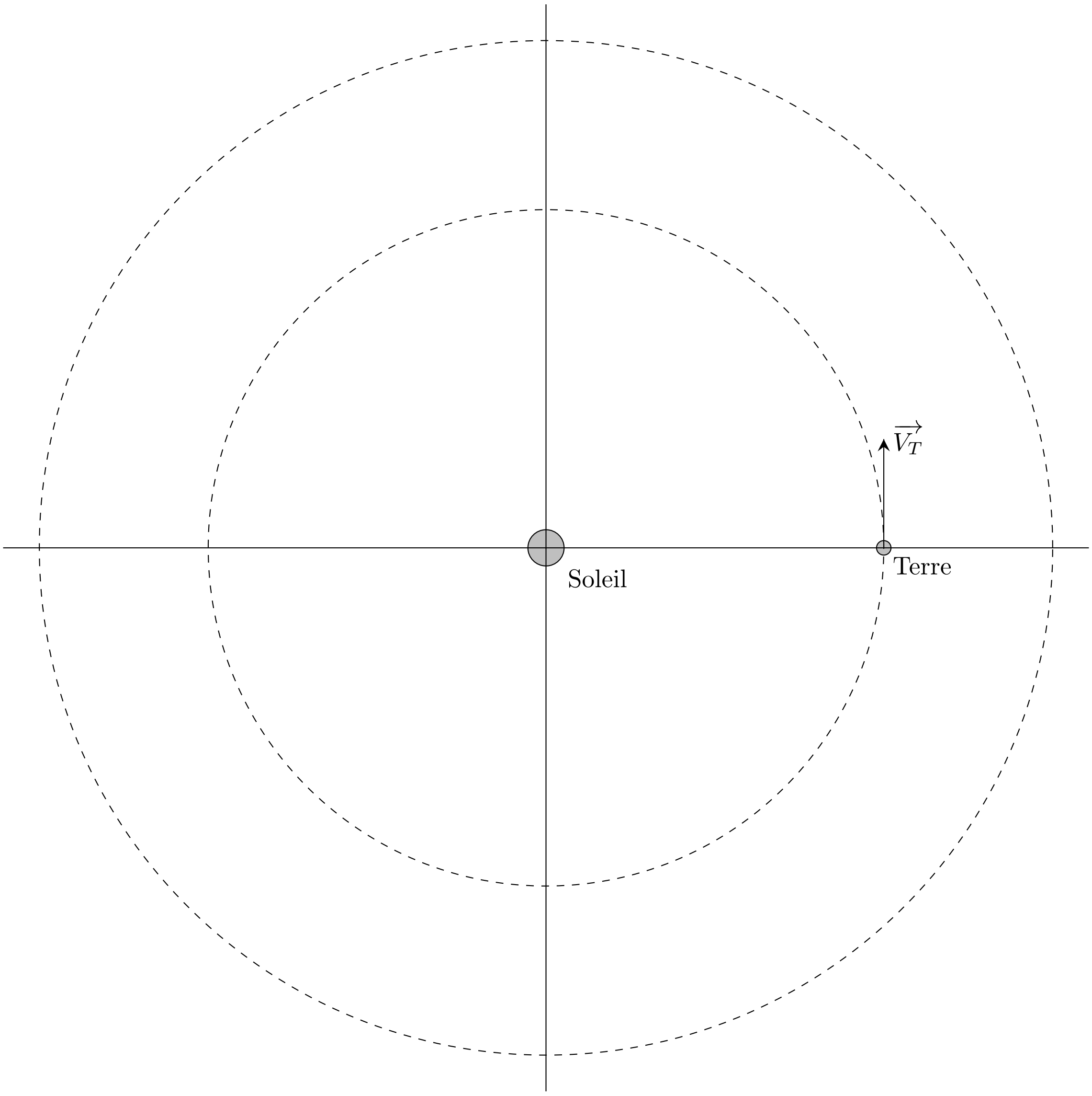

Figure 7 - Document réponse