

COURS

GROUPES ET ANNEAUX

EXERCICES

Ci-dessous, une liste non exhaustive, mais assez représentative, des techniques et connaissances de base relatives à chaque chapitre, et à maîtriser parfaitement à l'approche de la fin du semestre 1.

Chapitre 2 — Méthodes algébriques

Méthodes usuelles concernant les calculs de sommes : géométriques, télescopiques, somme des entiers, des carrés, des cubes

Chapitre 3 — Trigonométrie

Formulaire de trigonométrie / Equations trigonométriques

Chapitre 4 — Nombres complexes

Programme de Terminale / Equations du second degré à coeffs dans \mathbb{C} / Racines n -èmes de l'unité / Calculs de sommes utilisant la technique de l'angle moitié / Linéarisation-Délinéarisation

Chapitre 5 — Généralités sur les fonctions

Tout sur les fonctions usuelles : en particulier formulaire des dérivées usuelles, et formulaire des DL à l'ordre 1 en 0 des fonctions usuelles / Utilisation des DL pour lever des indéterminations / Fonctions exponentielles et puissances (se souvenir que $a^b = e^{b \ln(a)}$ pour tout réel b , et tout réel $a > 0$) / Croissances comparées.

Chapitre 6 — Applications

Définitions d'injective, surjective et bijective / f est bijective SSI il existe g tqe $f \circ g = \text{id}$ et $g \circ f = \text{id}$.

Chapitre 7 — Fonctions trigonométriques réciproques

Tout sur les fonctions arccos, arcsin et arctan : définition, ensemble de définition, éventuelle parité, tableau de variation, allure de la courbe représentative, dérivabilité, expression de la dérivée et DL à l'ordre 1 en 0.

Chapitre 8 — Méthodes de calcul intégral

Formulaire des primitives usuelles / Méthode d'intégration par parties / Méthode du changement de variable / Intégrales de Wallis / Calcul de $\int \frac{dt}{t^2 + at + b}$, et de $\int e^{\alpha t} \sin(\beta t) dt$

Chapitre 9 — Equations différentielles linéaires

EDL1 : méthode de résolution, en particulier méthode de la variation de la constante / EDL2 : méthode de résolution, recherche d'une solution particulière lorsque le second membre est "de la forme $P(x)e^{\alpha x}$ ".

Chapitre 10 — Nombres réels

Relation d'équivalence, relation d'ordre / Partie entière d'un réel

Chapitre 11 — Suites réelles et complexes Tout, et en particulier les équivalents

Chapitre 12 — Structures algébriques

Groupes, sous-groupes, morphismes de groupes

QUESTIONS DE COURS

- **Propriété.** L'intersection de deux sous-groupes est un sous-groupe.
- **Propriété des morphismes de groupes 1.** Si $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$ un morphisme de groupes, alors : $f(e_G) = e_H$
- **Propriété des morphismes de groupes 2.** Si $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$ un morphisme de groupes, alors : $\forall g \in G, f(g^{-1}) = [f(g)]^{-1}$
- **Propriété des morphismes de groupes 3.** Si $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$ un morphisme de groupes, alors : $\ker f$ est un sous-groupe de G .
- **Propriété.** Pour tout entier naturel $n \geq 2$, (\mathbb{U}_n, \times) est un sous-groupe de (\mathbb{U}, \times) ; et (\mathbb{U}, \times) est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times)
- **Propriété (factorisation de $a^n - b^n$).** Soient a et b deux éléments de A , **tels que $a \times b = b \times a$** . On a :
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, a^n - b^n = (a - b) \times \sum_{k=0}^{n-1} a^k \times b^{n-1-k} = (a - b) \times \sum_{k=0}^{n-1} b^k \times a^{n-1-k}$$
- **Propriété.** $(\text{Sim}^+(\mathbb{C}), \circ)$ est un groupe non abélien. (*sur le principe du volontariat*)