# MPSI – Colle 21 (24 au 28 mars 2025) : Polynômes - DL

## Chapitre 18 : DL - Révisions : formulaire + calcul “simple”

## Chapitre 19 : Polynômes

### 1 – Généralités

### 2 – Degré, coefficient dominant

### 3 – Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

Seulement : relation de divisibilité, polynômes associés, théorème de la division euclidienne, lemme de Gauss.

Aucune autre question spécifique sur ce thème n’est attendue lors cette colle : pas de calcul de PGCD, de PPCM, de coefficients de Bezout.

### 4 – Fonctions polynomiales

*a – Racines d’un polynôme*

Application à la factorisation. Majoration du nombre de racines par le degré.

---

## Questions de cours

- **Propriété**. $\forall (P,Q) \in \mathbb{K}[X]^2,\ \deg(PQ) = \deg(P) + \deg(Q)$.
- **Propriété**. $\forall (P,Q) \in \mathbb{K}[X]^2$,
$$\deg(P+Q) \leqslant \max(\deg(P), \deg(Q)).$$
- **Propriété**. Deux polynômes $P$ et $Q$ de $\mathbb{K}[X]$ sont associés SSI il existe un scalaire $\lambda \in \mathbb{K}^*$ tel que $Q = \lambda P$.

  **ET Conséquence** : deux polynômes associés ont même degré.
- **Propriété**. $\mathbb{K}[X]^* = \mathbb{K}^*$ (l’anneau $\mathbb{K}[X]$ est commutatif et intègre, mais ce n’est pas un corps).
- **Propriété**. L’anneau $(\mathbb{K}[X], +, \times)$ est intègre.
- **Lemme**. Soit $P \in \mathbb{K}[X]$, $P \neq \tilde{0}$. Il existe un unique polynôme unitaire associé à $P$.
- **Lemme**. Pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$, le reste dans la division euclidienne du polynôme $P$ par le polynôme $(X-\alpha)$ est le polynôme constant $\widetilde{P(\alpha)}$.

  **ET Conséquence** : $\alpha$ est racine de $P$ SSI $(X-\alpha)$ divise $P$.